

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»



На правах рукописи

ЛАЗАРЕНКО СЕРГЕЙ ВАЛЕРЬЕВИЧ

МЕТОДЫ СИНТЕЗА ТРАНСПОРТНЫХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ
ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ НА
ОСНОВЕ ПОЭТАПНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ
С РЕДУКЦИЕЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ЛАГРАНЖА

Специальность 2.3.1

Системный анализ, управление и обработка информации,
статистика (технические науки)

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук

Научный консультант:
доктор технических наук, профессор
Костоглотов Андрей Александрович

Ростов-на-Дону – 2026

Оглавление

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ.....	11
1 Системный анализ: противоречия в практике и науке, постановка проблемы	43
1.1 Требования к программно-алгоритмическому обеспечению интеллектуальных транспортных информационно-управляющих радиоэлектронных систем.....	44
1.2 Противоречия в требованиях к интеллектуальным транспортным информационно-управляющим радиоэлектронным системам	50
1.2.1 Бортовые интеллектуальные информационно-управляющие системы ...	50
1.2.2 Наземные интеллектуальные информационно-управляющие системы ..	53
1.3 Концептуальная модель интеллектуальной транспортной информационно-управляющей радиоэлектронной системы.....	60
1.4 Показатели и критерии эффективности функционирования интеллектуальных транспортных информационно-управляющих радиоэлектронных систем	67
1.5 Системный анализ методов синтеза транспортных информационно-управляющих радиоэлектронных систем и проблема повышения уровня их интеллектуальности	72
1.5.1 Декомпозиция задачи синтеза интеллектуальных информационно-управляющих систем.....	72
1.5.2 Методы статистического синтеза информационно-управляющих систем	74
1.5.3 Декомпозиция стохастической задачи синтеза	81
1.5.4 Методы теории оптимального управления	82
1.5.5 Методы идентификации параметров	86
1.5.6 Проблема повышения уровня интеллектуальности информационно-управляющих систем	88
1.5.7 Целевой подход системного анализа	95
1.6 Математическая формализация проблемы синтеза интеллектуальной транспортной информационно-управляющей радиоэлектронной системы	96

1.7 Системный подход к решению задачи синтеза: частные научные проблемы исследования.....	103
1.8 Выводы.....	107
2 Синтез законов управления нелинейными динамическими системами с учетом нечеткости областей фазового пространства на основе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче.....	111
2.1 Постановка задачи синтеза законов управления нелинейными системами в областях фазового пространства с нечеткими границами.....	112
2.2 Исходные положения синтеза управлений нелинейными динамическими системами с использованием принципов аналитической механики	115
2.2.1 Уравнения движения голономных динамических систем как следствие вариационных принципов.....	115
2.2.2 Изопериметрическая задача Лагранжа, игольчатое варьирование управления и асинхронная вариация функционала и траектории.....	125
2.3 Построение расширенного функционала с использованием принципа Даламбера-Лагранжа и исследование его приращения	129
2.3.1 Постановка задачи: принцип Даламбера – Лагранжа как основа структурного синтеза в областях фазового пространства с четкими границами	129
2.3.2 Исследование свойств приращения расширенного целевого функционала	131
2.4 Построение расширенного функционала на основе использования интеграла действия и исследование его приращения	135
2.4.1 Постановка задачи структурного синтеза в областях фазового пространства с четкими границами для удовлетворяющих принципу Гамильтона – Остроградского систем	135
2.4.2 Исследование приращения расширенного целевого функционала.....	136
2.5 Двухточечная краевая задача синтеза управления лагранжевой динамической системой.....	144
2.5.1 Постановка задачи	144

2.5.2 Редукция задачи Лагранжа к изопериметрической задаче.....	145
2.5.3 Исследование первой асинхронной вариации расширенного целевого функционала: условие максимума функции обобщенной мощности	146
2.5.4 Квазиоптимальный структурный синтез управлений.....	152
2.6 Двухточечная краевая задача синтеза управления аппелевой динамической системой	154
2.6.1 Постановка задачи	154
2.6.2 Двухточечная краевая задача для аппелевых систем.....	155
2.7 Структурный синтез управляемых лагранжевых динамических систем на основе исследования инвариантов на гиперповерхности переключения	157
2.7.1 Синтезирующая функция.....	157
2.7.2 Построение поверхности переключения с использованием интегральных связей.....	159
2.7.3 Метод фазовых траекторий как основа структурного синтеза квазиоптимальных систем.	160
2.7.4 Метод структурного синтеза квазиоптимальных систем на основе гипотезы о стационарности Гамильтониана на гиперповерхности переключения	163
2.8 Синтез управлений подвижными объектами в областях фазового пространства с четкими границами.....	166
2.8.1 Синтез управления спутником, совершающим плоское движение в поле центральной силы	166
2.8.2 Метод синтеза ограниченных управлений лагранжевыми системами в условиях внешних неконтролируемых воздействий	168
2.8.3 Метод синтеза параметрических управлений транспортных средств ...	172
2.8.4 Конструирование демпфера с квазиоптимальным законом подавления вибраций технологических агрегатов.....	176
2.8.5 Метод синтеза терминальных управлений с использованием энергии ускорений Аппеля.....	179

2.9	Связь полученных результатов с известными оптимальными и квазиоптимальными решениями задач синтеза управлений. Оценка эффективности результатов синтеза управлений	183
2.9.1	Решение задачи А.Т. Фуллера	183
2.9.2	Связь полученных результатов с принципом максимума Л.С. Понтрягина	186
2.9.3	Решение задач терминального управления: связь между собой, функции Крылова.....	194
2.10	Синтез многорежимных регуляторов и систем синхронизации с использованием условия максимума функции обобщенной мощности	201
2.10.1	Синтез адаптивных многорежимных регуляторов на основе комбинированного управления	201
2.10.2	Метод квазиоптимального синтеза многорежимных систем синхронизации в условиях регулярных возмущений	209
2.11	Синтез нечетких управлений в базисе решений задач структурного синтеза с использованием условия максимума функции обобщенной мощности	215
2.11.1	Синтез нечетких управлений манипулятором	215
2.11.2	Синтез нечеткого управления с адаптацией функций принадлежности	219
2.11.3	Синтез нечеткой системы синхронизации	222
2.11.4	Синтез нечеткого закона управления электровозом	227
2.12	Системный анализ технических решений, на которые получены патенты	232
2.13	Выводы	234
3	Синтез и интеллектуализация алгоритмов оценки транспортных информационно-управляющих радиоэлектронных систем на основе редукции стохастической задачи оценки к задачам управления лагранжевыми системами	239
3.1	Постановка задачи синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов информационно-управляющих систем как стохастической задачи оценки.....	240

3.2 Редукция стохастической задачи оценки к детерминированным задачам типа оптимального управления	244
3.3 Регуляризация задачи оценки состояния лагранжевых систем методом невязки.....	248
3.4 Декомпозиция задачи оценки состояния лагранжевых систем на основе поэтапной оптимизации	250
3.5 Решение первой оптимизационной задачи: обоснованный выбор структур математических моделей наблюдаемых процессов	251
3.5.1 Синтез кинематической математической модели	251
3.5.2 Построение динамических математических моделей для задач оценки параметров движения маневрирующих летательных аппаратов.....	255
3.5.3 Нечеткая математическая модель движения	261
3.5.4 Адаптивные динамические математические модели.....	264
3.6 Метод оценки параметров движения управляемого летательного аппарата с построением опорной траектории	268
3.6.1 Анализ прагматической ситуации.....	268
3.6.2 Синтез уравнений динамической оценки.....	269
3.6.3 Анализ результатов математического моделирования	272
3.7 Анализ и синтез адаптивных алгоритмов «грубой оценки» параметров измерительных сигналов	274
3.7.1 Обобщенная структура уравнений «грубой оценки».....	274
3.7.2 Анализ алгоритмов «грубой оценки» на примерах решения обратных измерительных задач	275
3.7.3 Синтез адаптивных алгоритмов оценки углового положения беспилотных летательных аппаратов с использованием нейронных сетей.....	283
3.8 Метод синтеза алгоритмов оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем на основе условия максимума функции обобщенной мощности	288
3.8.1 Общий вид решения обратной измерительной задачи	288

3.8.2 Пример решения обратной измерительной задачи на основе условия максимума функции обобщенной мощности.....	292
3.8.3 Обобщенные уравнения и алгоритм оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем	295
3.8.4 Анализ результатов оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем.....	296
3.9 Вторая оптимизационная задача: синтез фильтров в непрерывном и дискретном времени с использованием квазидетерминированных моделей....	299
3.9.1 Инвариантное погружение в непрерывном времени	299
3.9.2 Синтез фильтра сопровождения и исследование его эффективности ...	300
3.9.3 Модификация метода инвариантного погружения как основа структурной адаптации в дискретном времени.....	306
3.10 Метод структурной адаптации дискретных фильтров на основе динамических математических моделей	309
3.10.1 Синтез дискретных фильтров с использованием условия максимума функции обобщенной мощности.....	309
3.10.2 Анализ результатов математического моделирования.....	312
3.11 Метод интеллектуализации измерительных процедур на базе использования адаптивных математических моделей и теории регуляризации	318
3.11.1 Интеллектуализация измерительных процедур с использованием регуляризации А.Н. Тихонова	318
3.11.2 Анализ полученных уравнений	322
3.12 Нечеткая логика в задаче адаптации алгоритмов оценки параметров движения подвижных объектов.....	323
3.12.1 Синтез интеллектуального дискретного алгоритма оценки параметров движения маневрирующей цели	323
3.12.2 Синтез дискретного адаптивного фильтра с использованием нейросетевых технологий идентификации	327

3.12.3 Синтез интеллектуального фильтра сопровождения с нечеткой стратегией настройки параметров в задачах управления воздушным движением	331
3.12.4 Синтез измерительной процедуры оценки ориентации малого беспилотного летательного аппарата в условиях изменения статуса результатов измерений бортовой интеллектуальной информационно-управляющей системы	337
3.13 Системный анализ технических решений, на которые получены патенты	344
3.14 Выводы	345
4 Методы и алгоритмы структурно - параметрического синтеза и идентификации лагранжевых динамических систем с использованием принципа Гамильтона - Остроградского	352
4.1 Многопараметрическая идентификация конструктивных параметров на основе условия максимума функции обобщенной мощности	353
4.1.1 Постановка задачи идентификации	353
4.1.2 Метод многопараметрической идентификации конструктивных параметров на основе условия максимума функции обобщенной мощности	355
4.1.3 Идентификация параметров датчиков интеллектуальных информационно-управляющих систем	358
4.2 Динамическая идентификации параметров математических моделей лагранжевых систем.....	365
4.2.1 Постановка задачи динамической идентификации.....	365
4.2.2 Уравнения последовательной идентификации математических моделей динамических систем	367
4.2.3 Методы построения синтезирующей функции в задаче идентификации	374
4.2.4 Примеры динамической идентификации параметров математических моделей динамических систем	379
4.2.5 Устойчивость алгоритмов идентификации	382

4.3 Решение задач идентификации динамических систем на основе анализа приращения расширенного функционала и регуляризации	386
4.3.1 Постановка задачи идентификации на основе комплексного использования вариационного анализа и итерационной регуляризации	386
4.3.2 Уравнения идентификации	388
4.3.3 Синтез алгоритмов идентификации и анализ результатов математического моделирования	389
4.4 Метод структурно-параметрического синтеза лагранжевых систем	397
4.4.1 Постановка задачи структурно-параметрического синтеза	397
4.4.2 Уравнения оценки	398
4.4.3 Анализ и структурно-параметрический синтез датчиков интеллектуальных информационно-управляющих систем	400
4.5 Системный анализ технических решений, на которые получены патенты .	405
4.6 Выводы	407
5 Оценка эффективности разработанных методов на примере радиолокационного комплекса	410
5.1 Методология системного проектирования	410
5.2 Радиолокационный комплекс: исходные данные	412
5.3 Расчет общего показателя эффективности радиолокационного комплекса: сравнительная оценка	429
5.4 Научно обоснованные рекомендации и технические предложения по построению программно-алгоритмического обеспечения и устройств интеллектуальных транспортных информационно-управляющих радиоэлектронных систем	433
5.5 Выводы	435
Заключение	437
Список использованных источников	444
Приложение А. Сведения о практическом использовании результатов исследований	507

Приложение Б. Скан-копии отдельных патентов и свидетельств о регистрации программ для ЭВМ.....	515
Приложение В. Пример идентификации конструктивных параметров на основе условия максимума функции обобщенной мощности: листинг программы для ЭВМ в <i>Mathcad</i>	519
Приложение Г. Пример динамической идентификации параметров математических моделей лагранжевых систем: листинг программы для ЭВМ в <i>Mathcad</i>	522

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования связана с перспективами применения подвижных объектов, что определяется широким кругом прикладных исследований в области транспорта [1, 2]. Одним из требований к ним является способность функционировать в широком спектре условий, особенно при неопределенности, что может приводить к различным, порой противоречивым режимам работы. Эти режимы определяются совокупностью показателей качества, ограничениями на динамику систем и управляющие воздействия [3], а также характером и интенсивностью внешних возмущений и другими факторами [4]. К примеру, для мультироторных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) как перспективного вида транспорта – это режимы парирования возмущений и стабилизации по углу крена [5], которые могут возникать после сброса полезной нагрузки. Только после решения этих задач бортовая информационно-управляющая система (ИУС) (для мультироторных БПЛА – полетный контроллер) выведет летательный аппарат (ЛА) в соответствии с полетным заданием по реализованному в программном обеспечении (ПО) закону управления. При этом для привязного дрона стабилизация в пространстве – один из основных режимов функционирования [6], который при интенсивном изменении состояния подвижного объекта может требовать адаптации алгоритмов обработки измерительной информации к наблюдаемой динамике [7, 8]. В обеспечивающих функционирование подвижных объектов радиолокационных системах (РЛС) и комплексах – это режимы обзора и сопровождения маневрирующей цели [9 – 11].

В рамках системного проектирования [12] некоторые подсистемы могут рассматриваться как самостоятельные следящие системы, обеспечивающие эксплуатацию и функционирование подвижных объектов на земле или воде, а также в воздухе. Например, в связи такова система фазовой автоподстройки частоты [13], характеризующаяся режимами захвата и синхронизма [14, 15]. В

первом случае необходимо обеспечить широкую полосу захвата, а во втором – высокую помехоустойчивость.

В соответствии с Федеральным законом от 09.02.2007 г. № 16-ФЗ (ред. от 31.07.2025 г.) «О транспортной безопасности» рассмотренные объекты могут быть отнесены к транспорту или транспортной инфраструктуре. Поскольку транспортная инфраструктура – понятие достаточно широкое, то исследование ограничено ее частью – интеллектуальными транспортными информационно-управляющими радиоэлектронными системами [16] (ИТИУРЭС), совершенствование которых также соответствует основным положениям Государственной программы «Развитие электронной и радиоэлектронной промышленности».

Вне зависимости от степени детализации при разделении ИУС транспорта и транспортной инфраструктуры на подсистемы, функционирование каждой из них сопровождается неоднозначностью, которая препятствует переходу от автоматизированных режимов функционирования к автоматическому функционированию. В условиях недостаточной статистики парирование неопределенностей, как правило, связывается с исследованием нечетких множеств, что требует *интеллектуализации ИУС* [17], которая является *актуальной прикладной задачей*. В частности, в настоящее время неизвестны серийные полетные контроллеры ЛА, учитывающие статус результатов измерений, что является одним из признаков интеллектуальности в соответствии с ГОСТ Р 8.673–2009 [18] и может обеспечить безаварийную эксплуатацию ЛА, когда повышен риск использования недостоверных результатов измерений.

Привлечение известных РЛС для управления воздушным движением достаточно эффективно в условиях планирования полетов и ограниченного числа ЛА, которые не маневрируют или совершают типовые маневры. Однако в ближайшем будущем ситуация может кардинально измениться, что потребует внедрения в РЛС интеллектуальных технологий анализа данных для обеспечения множества различающихся режимов функционирования, которые связаны с различными тактико-техническими характеристиками объектов наблюдений. Так,

например, уже сейчас в Китайской Народной Республике можно заказать в парке доставку еды мультироторным БПЛА. Планируется введение в эксплуатацию воздушного такси. Такие цели для РЛС, «работающих по подстилающей поверхности», являются низкоконтрастными. В результате этого могут появляться пропуски данных и аномальные результаты измерений [19]. В дополнение к тому значимыми источниками погрешностей радиолокационных измерений становятся получившие распространение математические модели движения [11], которые не учитывают множество режимов функционирования и высокую маневренность подобных объектов наблюдения. Следует заметить, что в настоящее время, к примеру, «Лаборатория дронов *BR Lab*» предлагает дронопорт «*PASECA*» с «интеллектуальным управлением взлетом, процессом полета и посадкой в зоне работы БПЛА», а также «контролем воздушного пространства в зоне ответственности всей сети дронопортов». Оснащение интеллектуальных комплексов из дронопортов и БПЛА радиолокационным оборудованием уже сейчас не является экзотикой. В Российской Федерации таковы продукты АО «НПП «Радар ммс». Стремление обеспечить избыточность измерительной информации связано с тем, что существующие методы синтеза ИТИУРЭС не позволяют гарантированно достичь требуемых значений разнородных частных показателей качества в многорежимных системах, которые нередко порождены целевыми функционалами оптимизационных задач. Вследствие этого нетривиально зависящий от них общий критерий эффективности ИТИУРЭС может не выполняться.

Поэтому в качестве **объекта исследования** выбраны интеллектуальные транспортные информационно-управляющие радиоэлектронные системы, обеспечивающие функционирование летательных аппаратов.

Практическая важность исследования связана с тем, что развитие ИТИУРЭС является одним из приоритетов, которые обозначены в распоряжении Правительства Российской Федерации № 3363-р от 27 ноября 2021 г., касающемся транспортной стратегии Российской Федерации до 2030 г. с прогнозом на период до 2035 г., а также в распоряжении Правительства Российской Федерации № 1630-

р от 21 июня 2023 г., где определяется стратегия развития беспилотной авиации Российской Федерации на период до 2030 г. и на перспективу до 2035 г. В частности, полагается, что интеллектуальные ИУС (ИИУС) будут «внедряться на всех видах транспорта для решения следующих задач: управление движением на автомобильных дорогах; ...управление движением на железнодорожном транспорте ...; управление движением на воздушном транспорте ...; мониторинг и управление на ... транспорте ...». Планируется как развитие ИИУС в целом, так и «оборудования унифицированной инфраструктуры», что требует решения не только перечисленных выше задач, но и разработки вопросов метрологического обеспечения ПО, интеллектуализации датчиков, развития «...технологии комплексной обработки информации для беспилотных воздушных судов, ... алгоритмов и программного обеспечения ... обработки данных в ... радиодиапазоне, ... методов и алгоритмов ... автономной ориентации беспилотных воздушных судов, в том числе в условиях помех, на основе ... информации с датчиков, на основе ... радиолокационного канала информации», что рассматривается в настоящей работе на основе системного подхода.

Причина появления указанных выше стратегий в том, что существующие ИУС в условиях неопределенности не всегда удовлетворяют предъявляемым к ним требованиям. Например:

а) один из аспектов группового применения БПЛА связан с минимизацией сроков выполнения полетных заданий [20], что не в полной мере обеспечивается эвристическими ПИД-регуляторами свободно распространяемых полетных контроллеров. Это можно подтвердить использованием 3D симулятора с открытым исходным кодом «GAZEBO»;

б) ОДМ 218.9.017–2019 [21] устанавливает обеспечивающие надлежащее качество аэрофототопографических работ критерии точности выполнения полетного задания БПЛА: максимальные допуски для отклонения БПЛА от оси маршрута – не более 10 м, углы крена и тангажа – не более 3°. В условиях возмущений в автоматическом режиме это не всегда достижимо, особенно при применении «потребительских» микромеханических датчиков [22] в составе

недорогих полетных контроллеров, реализующих ПИД-алгоритмы управления, не являющиеся, по существу, многорежимными;

в) приказ Министерства транспорта Российской Федерации № 178 от 22 мая 2024 г. об утверждении федеральных авиационных правил «Требования к радиотехническому оборудованию и оборудованию авиационной электросвязи, используемым для обслуживания воздушного движения» устанавливает, что точностные характеристики обзорного радиолокатора трассового должны быть не хуже: «среднее квадратическое отклонение (СКО) по дальности – 120 м (после цифровой обработки информации); СКО по азимуту – $0,15^\circ$ (после цифровой обработки информации)». Порядок подтверждения соответствия точности РЛС устанавливается сертификационными требованиями. Известно, что для нетиповых маневров ЛА возможен срыв сопровождения из-за нарушения марковского характера протекающих процессов.

Традиционная основа многорежимности [23] ИУС – обеспечивающие управляющие и информационные процессы алгоритмы, которые способны изменять структуру. В соответствии с системным подходом построение множества типовых структур сводится к разрешению множества оптимизационных задач управления, оценки и идентификации, что «для нелинейных динамических систем связано с разрешением известной проблемы синтеза» [4]. Поиск ее решения осложняется множеством целей функционирования, которые могут изменяться в реальном масштабе времени и формализуются различными критериями эффективности. Выход из такой ситуации нередко ищут в применении не имеющих фундаментального обоснования или синтезированных традиционными методами, как правило, для линейных математических моделей, алгоритмов управления, оценки и идентификации. Следует отметить, что аппроксимация линейными математическими моделями нелинейных динамических систем и объектов может привести в конечном итоге к неприемлемому числу режимов функционирования при жестких требованиях к быстродействию. В областях фазового пространства с нечеткими границами [24] задача перехода между структурами может быть решена

на основе методов интеллектуализации. Однако **на практике** при требовании к оперативности решения целевых задач **возникают противоречия**:

а) между условием максимальной эффективности режимов функционирования транспорта и объектов транспортной инфраструктуры и эффективностью полученных традиционными методами решений задач управления, оценки и идентификации для линейных или линеаризованных математических моделей, что не позволяет приблизиться к потенциальной результативности функционирования ИУС;

б) между вычислительной мощностью электронных вычислительных машин и вычислительной сложностью процедур интеллектуализации, что препятствует реализации интеллектуальных алгоритмов в реальном масштабе времени и является причиной снижения автономности транспорта.

Так, например, по информации из [25] применение традиционных методов синтеза активной виброзащиты при проектировании космического телескопа «Миллиметрон» не в полной мере обеспечивает удовлетворение предъявляемых требований, что приводит к необходимости интеллектуализации ИУС. При этом подобные системы являются одним из компонентов, обеспечивающих высокую степень защиты командных пунктов и других военных объектов. В результате конструированию демпфирующих устройств подвижных объектов уделяется внимание исследователей по настоящее время [26, 27].

Полученное при некоторых необременительных допущениях Л.А. Барановым известное оптимальное релейное решение задачи стабилизации в случае постоянной скорости такого подвижного объекта, как железнодорожный состав, на практике может не обеспечивать оптимальные режимы функционирования из-за неопределенностей [8], которые связаны с запаздыванием и неточностью моментов времени смены знака управления. Соответствующее ему квазиоптимальное решение определяет энергоэффективность и безопасность движения, его реализация в системе автоматического управления движением должна допускать адаптацию к неопределенностям. В силу этого прикладные исследования в этом направлении ведутся и сейчас [28].

Использование в БПЛА широкодоступных полетных контроллеров связано с трудоемким и длительным процессом испытаний в целях их первоначальной грубой настройки на основе предварительно определенных физических параметров. Выполнение агрессивных маневров, несение полезной нагрузки, «функционирование в условиях ветровых воздействий, струйных воздушных течений, турбулентности атмосферы, параметрических возмущений, возникающих вследствие нестационарности характеристик и параметров самого устройства» [29], например, из-за изменения его массы, может вызвать нестабильность автономного полета и даже крушение БПЛА из-за перегрузки процессора полетного контроллера. Избежать этого с использованием широко распространенных недорогих бортовых ИУС проблематично, поскольку это требует большого объема вычислений для адаптации к нелинейностям решений, которые чаще всего предложены для режимов функционирования, адекватных только для линейных моделей объекта управления.

Алгоритмы обработки измерительной информации бортовых средств измерений (СИ), как правило, характеризуются недостаточной точностью [30] и в исходном виде не учитывают статус результатов измерений, изменяющийся, например, из-за нестационарных возмущений и деградации структуры измерительных преобразователей. Их адаптация с использованием нечеткой логики и/или нейронных сетей также сопряжена с увеличением объема вычислительных затрат, что к тому же может стать причиной перегрузки процессора полетного контроллера, а следовательно, аварии БПЛА.

Объем вычислительных затрат интеллектуальных алгоритмов – один из факторов, который влияет на число сопровождаемых РЛС в реальном масштабе времени целей и ее габариты, а также энергопотребление.

На основании вышеизложенного, **прагматическая проблема** состоит в том, что *эксплуатируемые ИТИУРЭС в условиях неопределенности при требовании к оперативности решения целевых задач не всегда обеспечивают заданные показатели эффективности* [31] (например, указанные выше показатели точности). В результате здоровью и жизни людей, народному хозяйству, а также

обороноспособности страны может быть нанесен ущерб. В прикладном плане исследование направлено на его предотвращение.

Степень проработанности темы исследований. Одна из сложностей при использовании нечеткой логики состоит в построении нечеткой базы знаний или обучении при использовании нейронных сетей, но даже если эти трудности удастся преодолеть, то в соответствии с указанным выше противоречием применение эвристических или построенных для линейных систем алгоритмов идентификации, оценки и управления не позволяет приблизиться к максимальным значениям показателей эффективности функционирования. При этом увеличение числа областей нечеткого фазового пространства влечет уменьшение значений показателей эффективности, а также сопровождается ростом вычислительных затрат, что в конечном итоге приводит не только к снижению автономности транспорта и объектов транспортной инфраструктуры, но и может стать причиной их аварии.

Описанное положение вещей в конечном итоге приводит к увеличению сроков разработки, увеличению стоимости и снижению качества информационных и управляющих процессов или даже безопасности, а также обороноспособности страны.

Необходимо отметить, что другая причина сложившейся ситуации обусловлена усложнением объектов контроля, повышением требований к технологическим процессам и безопасности эксплуатации наземных технических средств, а также экономической эффективности их испытаний и использования. Это требует повышения эффективности решения комплекса оптимизационных задач, которые связаны с оперативной обработкой информации, выделением информативных признаков объекта, реализацией совокупности процедур по оценке управляющих сил, текущих координат, уточнению параметров движения и управляемой системы, а также синтезу управлений динамической системой, синхронизации работы ее элементов [4].

Для режимов функционирования ИТИУРЭС, адекватно описывающихся стохастическими математическими моделями, основой решения оптимизационных

задач служит теория статистического синтеза, которая, как исторически сложилось, стала основой решения задач оценки. Одним из способов учета нестационарности модели протекающих процессов управляемых динамических систем является расширение пространства состояний и построение формирующего фильтра, как правило, для относительно простой модели из разряда «классических». Адаптация к наблюдаемой динамике синтезированных таким образом алгоритмов чаще всего проводится путем коррекции их параметров.

С другой стороны, широко известны взаимодействующие многомодельные алгоритмы с фиксированной структурой, основанные на неизменном наборе моделей, определенном заранее и покрывающем все возможные режимы движения цели. В этих алгоритмах в каждый момент времени происходит запуск всех фильтров, основанных на моделях в наборе, и полная оценка осуществляется путем взвешенного суммирования оценок, полученных от фильтров. Однако подобные оценщики приемлемы только для случаев неинтенсивного изменения состояния. По мере усложнения динамики протекающих процессов становится недостаточно ограниченного числа моделей для описания всех возможных вариантов изменения состояния. С увеличением числа моделей в наборе для взаимодействующих многомодельных алгоритмов с фиксированной структурой существенно увеличиваются вычислительные затраты, а результаты оценивания не всегда улучшаются.

Известны адаптивные фильтры, синтезированные с использованием теории интеллектуальных систем [32]. Их применение зачастую требует еще больших вычислительных затрат, что в настоящее время делает потенциально возможным их применение в наземных ИИУС.

Так возникает известное *противоречие* [11] между требованием максимальной детализации математической модели в целях исключения структурной неопределенности для повышения достоверности и точности оценки и требованием конструктивности, которое диктуется возможностями исследователя. «Найти компромисс в рамках традиционного подхода – весьма трудная задача, притом что линеаризованные модели стохастических фильтров

оценки состояния практически исчерпали резерв повышения точности» [8, 11, 33 – 35]. В результате в практике радиолокационных измерений нашли достаточно широкое применение менее точные, чем фильтр Калмана, но более простые в вычислительном смысле алгоритмы обработки информации, например, «альфа-бета» [36].

В условиях справедливости гипотезы о детерминистском характере протекающих процессов с использованием получивших распространение методов теории оптимального управления необходимо решать двухточечные краевые задачи [37] (следует заметить, что известен стохастический аналог принципа максимума Л.С. Понтрягина [38]) для каждого режима, что *требует разрешения противоречия между точностью решения задачи синтеза и его сложностью, а порой возможностью*. Это связано с тем, что для нелинейных динамических систем проблема синтеза в общем случае по настоящее время не разрешена [39]. Вследствие ее сложности на практике получили распространение эвристические решения, определяющие структуру обратной связи. Например, пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД) – регуляторы, которые предназначены для обеспечения практически только одного режима функционирования, порождают интеллектуальные алгоритмы управления с использованием процедуры нечетко-логического вывода. Синтез робастных управлений, отличающихся широкой областью использования, может осуществляться в рамках концепции Е.С. Пятницкого или на основе учета инвариантных признаков действительного движения [40 – 42]. Их практическая реализация также допускает интеллектуальные решения [43]. Так развитие теории систем с переменной структурой связывается с массовым применением нечетких и нейросетевых систем управления.

На основе методов теории регуляризации [44] или инвариантного погружения [45] получают алгоритмы калмановской структуры, которые, как правило, требуют дальнейшей адаптации [46], в том числе в связи с необходимостью определения параметров математических моделей и синтезированных на их основе алгоритмов.

Таким образом, синтез систем управления также требует разрешения параметрической неопределенности. В зависимости от преобладающего характера протекающего процесса идентификация параметров традиционно осуществляется на основе теории статистического синтеза или оптимального управления [44, 47 – 49], что определяет вид математической модели динамики параметров и структуру построенного на ее основе алгоритма. Поэтому *задача идентификации требует разработки новых методов оценивания параметров, обеспечивающих разрешение аналогичного указанному выше **противоречия** между точностью оценивания, устойчивостью и вычислительной сложностью соответствующих вычислительных процедур.*

Практическая реализация алгоритмов управления, оценки и идентификации связана с разработкой ПО, метрологически значимая часть которого вносит свой вклад в повышение эффективности ИТИУРЭС. Это приводит к необходимости рассмотрения не только вопросов синтеза алгоритмов, но и разработки измерительных процедур, а также аттестации ПО [50].

Итак, классические методы решения оптимизационных задач оценки, управления и идентификации достигли определенного предела в улучшении показателей качества ИТИУРЭС. Потому *их применение в основе процедур интеллектуализации нелинейных динамических систем не позволяет достичь потенциальной эффективности и на практике требует поиска компромисса между результативностью программно-алгоритмического обеспечения ИТИУРЭС и оперативностью применения по целевому назначению (термин «программно-алгоритмическое обеспечение» понимается по аналогии с ГОСТ 22315–77 [51]).*

В связи с изложенным в качестве **предмета исследования** выбраны *методы синтеза алгоритмов управления, оценки и идентификации ИТИУРЭС в условиях нестационарных возмущений в областях фазового пространства с нечеткими границами.*

В соответствии с целевым подходом системного анализа один из путей снижения сложности задач управления, оценки и идентификации может состоять в

использовании процедуры поэтапной оптимизации, базирующейся на гипотезе ограниченности стохастических возмущений по сравнению с априорно неизвестными возмущениями [52]. Тогда решение оптимизационной задачи сводится к решению последовательности экстремальных задач. В условиях априорной неопределенности характера возмущений целесообразно выделить следующую последовательность экстремальных задач – построение динамических математических моделей объектов наблюдения и синтез алгоритмов оценки на их основе. Задача построения динамических математических моделей может быть представлена как экстремальная обратная задача динамики систем, удовлетворяющих вариационным принципам [53]. Решение такой вариационной задачи может стать основой синтеза нелинейных многорежимных законов управления лагранжевыми динамическими системами. Построенные на их основе динамические модели могут отличаться от полученных с применением формирующего фильтра меньшей размерностью и нелинейной структурой [54]. Это позволит снизить вычислительные затраты при применении процедур интеллектуализации, т.е. увеличить оперативность применения синтезированных алгоритмов в условиях неопределенности.

Таким образом, **цель исследования** состоит в *повышении эффективности ИТИУРЭС, динамика протекающих процессов в которых удовлетворяет уравнениям Лагранжа второго рода*. В исследовании каждому режиму функционирования ИИУС ставится в соответствие свой критерий, задаваемый функционалом с положительной подинтегральной функцией. Поэтому *эффективность понимается в смысле соответствующего режиму функционирования критерия с положительно определенной подинтегральной функцией*.

Достижение цели исследований возможно не единственным образом [55]. В результате анализа в основу исследования положена альтернатива, которая отличается от других тем, что

а) интеллектуализация реализуемых в ПО ИУС алгоритмов управления, оценки и идентификации предполагается на базе нечеткой логики,

б) подход к решению оптимизационных задач [31] синтеза реализуется с использованием инвариантов и позволяет унифицировать процесс поиска близких к оптимальному решений в форме синтеза. Тогда построение зависимости между связанными с режимом функционирования лингвистическими переменными и типовыми структурами обратных связей обеспечит адаптацию к наблюдаемой динамике. Повышение оперативности синтезируемых алгоритмов может быть достигнуто использованием нейронечетких алгоритмов, обеспечивающих массовое распараллеливание вычислительных процедур.

Для преодоления сопутствующих получившим распространение методам решения оптимизационных задач оценки, управления и идентификации недостатков предлагается ограничиться рассмотрением динамических систем, удовлетворяющих принципам аналитической механики [53]. Это позволяет разбивать нечеткое фазовое пространство на соответствующие режимам функционирования области на основе анализа динамических инвариантов на гиперповерхности переключения. Тогда класс исследуемых систем задается уравнениями Лагранжа второго рода и Аппеля, которые для исследуемых стационарных голономных систем эквивалентны [56]. В частности, считая, что фазовая траектория в соответствии с принципом Гамильтона-Остроградского должна обеспечивать стационарность интеграла действия, возможно поставить задачу синтеза в нечетком фазовом пространстве с использованием свертки интеграла действия и критерия эффективности, что обеспечит редукцию задачи Лагранжа к изопериметрической задаче. Изучение приращения построенного таким образом функционала «позволяет составить определенное представление о характерных особенностях оптимальных условий. При этом, как правило, вследствие упрощающих допущений реализация подобных процедур возможна не единственным способом, что порождает множество решений. В отдельных случаях удастся установить их связь с известными результатами теории оптимального управления и аналитической механики» [57]. Следовательно, применение принципа взаимности в совокупности с принципами аналитической механики – источник новых постановок и решений задач синтеза стационарных голономных

систем, который обеспечит реализацию конструктивного подхода системного анализа.

Таким образом, **научная проблема исследования** – *разработка методов синтеза ИТИУРЭС на множестве решений оптимизационных задач управления, оценки и идентификации для улучшения качества их функционирования в условиях нечеткости фазового пространства лагранжевых голономных систем на основе поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач Лагранжа.*

Для решения сформулированной научной проблемы проведена ее декомпозиция на следующие частные научные проблемы (ЧНП):

а) разработка методов синтеза управлений удовлетворяющими уравнениям Лагранжа второго рода динамическими системами с построением на их основе нечетких алгоритмов (ЧНП 1);

б) разработка методов синтеза алгоритмов оценки и фильтров в условиях нестационарных возмущений с построением динамических математических моделей и синтез интеллектуальных алгоритмов оценки, обеспечивающих адаптацию к наблюдаемой динамике (ЧНП 2);

в) разработка методов и алгоритмов структурно-параметрического синтеза и идентификации лагранжевых систем (ЧНП 3);

г) выработка рекомендаций по применению методов и синтезированных на их основе алгоритмов оценки, идентификации, управления при разработке программно-алгоритмического обеспечения ИТИУРЭС (ЧНП 4).

Необходимо отметить, что методологическая основа использования принципа Гамильтона-Остроградского для решения оптимизационных задач была заложена работами [58, 59]. При этом первые результаты использования инварианта в форме интеграла действия для построения расширенного функционала при синтезе управления были получены в [60]. Это, например, позволило синтезировать новое решение задачи стабилизации углового положения космического аппарата. Исследование асинхронной вариации вспомогательного функционала на примерах задачи синхронизации и задачи А. Фуллера привело к построению управления с точностью до синтезирующей функции, структура

которой определяется поверхностью переключения [61 – 63]. В работе [64] впервые условие минимума целевого функционала сформулировано в форме условия максимума функции обобщенной мощности на основе исследования второй асинхронной вариации целевого функционала. Немного позже в [40] с использованием закона сохранения энергии показана связь между множителем Лагранжа функции обобщенной мощности и сопряженной вектор-функцией принципа максимума Л.С. Понтрягина, доказана лемма об эквивалентности задач минимизации кинетической энергии и задачи оптимального быстрогодействия [65]. В [66] получена краевая задача и стесняющие ее условия с применением принципа Гаусса. В [67] на основе принципа Даламбера-Лагранжа получено условие для асинхронной вариации из которого выведены уравнения краевых задач. Некоторые итоги исследований за различные периоды времени, например, опубликованы в монографиях [68 – 72]. По настоящее время значительное внимание уделялось развитию методов построения поверхностей переключения и решению прикладных задач управления, оценки, идентификации, что потребовало использования методов интеллектуализации и вылилось в разработку методов синтеза ИТИУРЭС. Особое влияние на проводимые исследования оказали работы Вербы В.С. [73], Крутько П.Д. [74], Костоглотова А.А. [60], Матюхина В.И. [75], Меркулова В.И. [76], Моисеева Н.Н. [52], Мелсы Д.Л. [77], Пятницкого Е.С. [78], Решмина С.А. [79], Сейджа Э.П. [77], Уткина В.И. [80], Федунова Б.Е. [81], Черноусько Ф.Л. [82].

Новые научные результаты, выдвигаемые для публичной защиты:

1. Постановки задач синтеза для ИТИУРЭС, динамика протекающих процессов в которых удовлетворяет математическим моделям в форме уравнений Лагранжа второго рода;
2. Условие для асинхронной вариации для динамических систем, удовлетворяющих принципу Даламбера-Лагранжа, определяющее краевые задачи синтеза управлений для динамических систем, удовлетворяющих принципам

Гаусса и Гамильтона-Остроградского;

3. Методы:

а) построения поверхности переключения как синтезирующей функции на основе фазовых траекторий и гипотезы о стационарности Гамильтониана для решения задач управления, оценки и идентификации;

б) синтеза управлений лагранжевыми и аппелевыми системами с использованием энергии ускорений и интеграла действия;

в) синтеза алгоритмов оценки в непрерывном и дискретном времени на основе построения динамических математических моделей с использованием поэтапной оптимизации и стесняющих краевую задачу условий;

г) структурной адаптации дискретных фильтров на основе динамических математических моделей;

д) идентификации параметров и структурно-параметрической идентификации лагранжевых динамических систем;

е) интеллектуализации измерительных процедур на базе использования адаптивных математических моделей и теории регуляризации;

4. Алгоритмы синхронизации, управления, оценки параметров процессов и динамических систем, удовлетворяющие принципу Гамильтона-Остроградского;

5. Научно обоснованные рекомендации и технические предложения по построению программно-алгоритмического обеспечения и устройств ИТИУРЭС, на основе которых разработаны структуры специализированных вычислителей, позволяющие реализовать интеллектуальную обработку данных в реальном масштабе времени.

Научная новизна результатов, выдвигаемых для публичной защиты, состоит в том, что

а) впервые предложены постановки задач синтеза ИТИУРЭС, отличающиеся от известных процедурой редукции к изопериметрическим задачам на основе использования уравнения Даламбера – Лагранжа, энергии ускорений Аппеля или интеграла действия для построения расширенного целевого функционала, что позволяет решать задачи управления, оценки и идентификации нелинейных

динамических систем;

б) впервые получены условие для асинхронной вариации и вытекающие из него краевые задачи синтеза управлений, которые отличаются от известных ограничениями для динамических систем, удовлетворяющих принципам Гаусса и Гамильтона-Остроградского, что позволяет установить множество решений экстремальных задач;

в) разработаны методы построения поверхности переключения как синтезирующей функции, которые отличаются от известных за счет использования фазовых траекторий и гипотезы о стационарности Гамильтониана для решения задач управления, оценки и идентификации;

г) разработаны методы синтеза управлений, которые отличаются от известных способами построения обратных связей в замкнутой форме для динамических систем, что не требует решения ДТКЗ;

д) разработаны методы синтеза алгоритмов оценки в непрерывном и дискретном времени, которые отличаются от известных способами построения обратных связей в замкнутой форме за счет поэтапной оптимизации и построения динамических математических моделей с использованием стесняющих краевую задачу условий, что позволяет получать оценки параметров измерительных процессов при ограничениях на вычислительные затраты;

е) разработан метод структурной адаптации дискретных фильтров на основе динамических математических моделей, который отличается от известных способом построения обратных связей в замкнутой форме за счет поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач лагранжевых систем, что позволяет получать оценки параметров измерительных процессов в условиях регулярных возмущений;

ж) разработаны методы идентификации параметров и структурно-параметрической идентификации лагранжевых динамических систем, которые отличаются от известных способами построения обратных связей в замкнутой форме за счет гипотезы о лагранжевой динамике параметров, что приводит к декомпозиции системы идентификации на подсистемы оценки состояния и оценки

параметров;

з) разработан метод интеллектуализации измерительных процедур, отличающийся от известных за счет использования адаптивных математических моделей и теории регуляризации в совокупности с процедурой целенаправленного выбора наиболее близкой к истинному значению оценки измеряемого параметра;

и) синтезированы алгоритмы синхронизации, управления, оценки параметров процессов и динамических систем, удовлетворяющих принципу Гамильтона-Остроградского, отличающиеся от известных структурой за счет использования вариационных принципов при построении обратных связей для формирования базы правил ИТИУРЭС;

к) разработаны научно обоснованные рекомендации и технические предложения по построению программно-алгоритмического обеспечения и устройств ИТИУРЭС, которые отличаются от известных за счет структур специализированных вычислителей, позволяющих реализовать интеллектуальную обработку данных в реальном масштабе времени.

Новые научные положения, выдвигаемые для публичной защиты:

1. Решена научная проблема разработки методов синтеза ИТИУРЭС на множестве решений оптимизационных задач управления, оценки и идентификации лагранжевых систем;

2. Решение оптимизационных задач лагранжевых систем с использованием интеграла действия как ограничения приводит к изопериметрической задаче отыскания условий минимума расширенного функционала;

3. Разрешение полученной двухточечной краевой задачи лагранжевых систем возможно не единственным способом, что порождает множество решений, для отдельных из них удастся установить связь с известными результатами теории оптимального управления и аналитической механики;

4. Синтезированные законы управления обеспечивают построение базы правил нечетких алгоритмов управления;

5. Синтезированные динамические математические модели обеспечивают синтез нечетких алгоритмов оценки и фильтров сопровождения;

6. Синтезированная измерительная процедура в условиях ориентирующего статуса результатов измерений выгодно отличается от измерительной процедуры калмановской структуры с классической переходной матрицей, поскольку позволяет уменьшить вероятность потери устойчивости малого беспилотного ЛА в полете при возникновении нештатной ситуации, вызванной отказом гироскопического датчика угловых скоростей и перемещений;

7. Использование условия максимума функции обобщенной мощности в условиях неопределенности относительно динамики протекающих процессов обеспечивает синтез алгоритмов «грубой» оценки и фильтров, которые в сравнении с фильтром Калмана в среднем отличаются большей точностью.

Теоретическая значимость работы состоит в развитии теории оптимального управления, оценивания и обработки измерительной информации в условиях неопределенности. В частности, разработаны методы синтеза ИТИУРЭС на основе поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач лагранжевых систем, а также выработаны научно обоснованные рекомендации и технические предложения по построению алгоритмического базиса ИИУС, на основе которых разработаны структуры специализированных вычислителей, позволяющих реализовать интеллектуальную обработку данных в реальном масштабе времени. Полученные в исследовании новые научные результаты расширяют и углубляют представления об управляющих и информационных процессах, протекающих в контурах ИТИУРЭС.

Практическая значимость исследования заключается в том, что полученные результаты позволяют:

а) синтезировать квазиоптимальные законы управления нелинейными подвижными объектами для выполнения целевых задач, решаемых ИТИУРЭС в условиях неопределенности;

б) синтезировать алгоритмы оценки, позволяющие существенно сократить объем вычислительных затрат при обработке измерительной информации о

состоянии маневрирующего ЛА при точности не хуже фильтра Калмана, что подтверждается результатами математического моделирования;

в) синтезировать фильтры сопровождения маневрирующих ЛА, отличающиеся точностью в сравнении с традиционными решениями калмановской структуры;

г) синтезировать алгоритмы идентификации параметров микромеханических датчиков бортовых ИТИУРЭС;

д) снизить вычислительные затраты с использованием уравнений последовательной идентификации в сравнении с алгоритмами идентификации калмановской структуры;

е) строить измерительные процедуры с учетом статуса измерений бортовых ИТИУРЭС;

ж) на базе разработанных методов синтезировать интеллектуальные алгоритмы на основе решения последовательности оптимизационных задач управления, оценки и идентификации лагранжевых систем;

з) разработать специализированные вычислители, реализующие обработку измерительной информации в повторяющихся однородных вычислительных блоках в реальном масштабе времени;

и) на базе предложенных методов обеспечить оценивание параметров движения маневрирующих ЛА;

к) за счет применения разработанных на базе предложенных методов рекомендаций и технических предложений по построению программно-алгоритмического обеспечения ИТИУРЭС увеличить точность определения параметров движения маневрирующих ЛА в среднем на 15 – 22%.

Результаты исследований использованы при разработке системы обеспечения безопасности транспортных средств на железнодорожных переездах, при модернизации программно-алгоритмического обеспечения для РЛС обзора летного поля типа «Аксай-М», при разработке «Пакета прикладных программ для автоматизированного сбора и поверки (калибровки) однопроводных пробников

напряжения, электрических антенн, эквивалентов сети и измерительных токосъемников», в НИР «Научно-технические пути создания средств обнаружения неоднородностей в почве на основе технологий радиометрии» (шифр «Эврика-2023-ЭАЦ»), в составной части (СЧ) НИР «Исследование возможности применения изделий и информации дистанционного зондирования Земли в задачах навигации и мониторинга флота», в программно-алгоритмическом обеспечении БПЛА, в методиках измерений, в учебном процессе, в СИ (см. приложение А).

Методология и методы исследования. Полученные результаты основаны на применении положений аналитической механики, теорий регуляризации, колебаний и управления, статистического синтеза, в частности, методов построения универсальных законов управления Матюхина В.И., построения поверхностей переключения Четаева Н.Г., негладкого анализа, инвариантного погружения, декомпозиции задачи синтеза ИИУС с использованием отражающей принцип оптимальности системного анализа теоремы Федунова Б.Е. из [81], декомпозиции стохастической задачи оценки с использованием поэтапной оптимизации [52], декомпозиции задач синтеза управлений лагранжевыми системами с использованием принципа декомпозиции Пятницкого Е.С. и др., методов конечно-разностной аппроксимации и нечеткой логики для доведения результатов исследования до практически реализуемой формы, параметризации неопределенностей, возникающих при структурно-параметрической идентификации лагранжевых динамических систем, статистическом моделировании, проведении экспериментов с использованием разработанных макетов СИ (*ММО*-радар), экспериментальных образцов ИУС (полетные контроллеры [5] «Заря») и подвижных объектов (транспорта): квадрокоптеров, макетов сигвея, что отражено в отчете по НИОКР по проекту с номером *FZNE-2022-0006*, а также РЛС обзора типа «Аксай-М».

Системный подход к разрешению сформулированной научной проблемы состоит в том, что целостность, позволяющая рассматривать одновременно исследуемую систему как единую структуру и в то же время как подсистему для вышестоящих уровней (принцип связности), обеспечивается принципом

абстрагирования системного анализа, что позволяет рассматривать процессы в рамках исследования как удовлетворяющие вариационным принципам аналитической механики. В результате на основе исследования асинхронной вариации расширенного функционала удастся построить соответствующую математическую модель, определить ее параметры и решить с ее применением в нелинейной постановке задачи управления и оценки. Принцип вариативности системного анализа реализуется в полученных решениях за счет ограничений и различных поверхностей переключения. Принцип эволюционного развития реализуется за счет многорежимности. При этом каждому из режимов функционирования в соответствии с принципом оптимальности системного анализа ставится в соответствие свой функционал с положительно-определенной подынтегральной функцией.

Достоверность и обоснованность полученных результатов и выводов подтверждается:

а) использованием основных принципов системного подхода, а также обоснованным выбором основных рамок исследования при постановке научной задачи и её решении;

б) корректным применением апробированных математических методов при проведении вычислений;

в) непротиворечивостью полученных результатов с известными работами ученых и специалистов в данной предметной области;

г) положительными заключениями экспертов на публикации в рецензируемых журналах перечня ВАК, наукометрических базах *Scopus* и *Web of Science*, а также совпадением результатов статистического моделирования с испытаниями и известными ранее результатами;

д) использованием результатов работы в виде составных частей фундаментальных научно-исследовательских работ (НИР) и прикладных опытно-конструкторских работ (ОКР), связанных с синтезом алгоритмов оценки параметров движения ТС.

Реализация и внедрение результатов работы. Об использовании и внедрении результатов исследования имеется 7 актов о реализации результатов научной работы из 7 организаций (см. приложение А):

1. АО «ДОНТЕХМАШ» – в рамках НИОКР по гранту ФГП «Развитие» № 468ГРНТИС5/45570 (2019 г. – 2021 г.) («НТИ IV / Автонет»), патент RU 243728 C1 использован при подготовке отчета о НИОКР АААА-Б20-220120890058-3, программа для электронной вычислительной машины (ЭВМ) RU 2020661466 применена в составе системы обеспечения безопасности транспортных средств на железнодорожных переездах (*JINT-A-07.01.0033*) для интеллектуального анализа дорожной сцены на базе методов структурной адаптации моделей движения (в рамках ЧНП 2);

2. АО «Горизонт» – в РЛС обзора летного поля типа «Аксай-М» применены при модернизации программно-алгоритмического обеспечения синтезированные на основе предложенных в [83, 84] методов алгоритмы, что позволило увеличить точность определения параметров движения воздушных судов и транспортных средств в условиях неопределенности в среднем на 17% (в рамках ЧНП 2);

3. ФГБУ «ГНМЦ» Министерства обороны России – при разработке «Пакета прикладных программ для автоматизированного сбора и поверки (калибровки) однопроводных пробников напряжения, электрических антенн, эквивалентов сети и измерительных токосъемников» (программы для ЭВМ №2023666223, №2023619241, №2023666659) реализованы методы из [50, 85] в части синтеза на их основе алгоритмов оценки динамической погрешности ПО (в рамках ЧНП 2, 4);

4. Испытательная база НИЦ Министерства обороны России – в программно-алгоритмическом обеспечении БПЛА реализованы методы из [5, 57, 66], что позволило: при групповых полетах в сравнении с реализованным в *iNav* алгоритмом управления уменьшить время выполнения полетного задания в среднем на 7% (в рамках ЧНП 1); снизить вероятность падения квадрокоптера на 0,09 при парировании порывов ветра в примерном диапазоне от 9 мс^{-1} до 19 мс^{-1} (в рамках ЧНП 1, 2); уменьшить погрешность обработки измерительной информации

микромеханических акселерометров полетного контроллера «Заря» в среднем на 16% (в рамках ЧНП 2);

5. ФГБНУ «Аналитический центр» – в НИР «Научно-технические пути создания средств обнаружения неоднородностей в почве на основе технологий радиометрии» (шифр «Эврика-2023-ЭАЦ») внедрены патенты [86 – 88] (некоторые из них в приложении Б) для повышения эффективности применения технологий радиометрии, что позволило повысить точность измерения радиометрического контраста (в рамках ЧНП 3);

6. ПАО «Интелтех» – в СЧ НИР «Исследование возможности применения изделий и информации дистанционного зондирования Земли в задачах навигации и мониторинга флота» (шифр СЧ НИР «Аврора») внедрены патенты [86 – 88] (некоторые из них в приложении Б) для повышения эффективности ИУС центра космической связи в части подсистемы связи за счет увеличения достоверности пеленгования на основе цифровой обработки сигналов в условиях доступности вычислительных мощностей по формированию пеленгационных характеристик (в рамках ЧНП 2, 3);

7. ФГБОУ ВО ДГТУ – в учебном процессе при подготовке обучающихся по направлению подготовки 11.04.01 «Радиотехника», профиль «Интеллектуальные алгоритмы обработки информации в радиотехнике» (ЧНП 2, 3).

Настоящая диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук является результатом развития исследований, начатых под руководством Костоглотова А.А. при подготовке диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук.

Область исследования. Настоящие положения и результаты соответствуют паспорту специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика по следующим пунктам:

1. Теоретические основы и методы системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта;

2. Формализация и постановка задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта;

4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений, обработки информации и искусственного интеллекта;

7. Методы и алгоритмы структурно-параметрического синтеза и идентификации сложных систем.

Публикации материалов исследования. По тематике исследования всего проиндексировано в *Elibrary* и опубликовано 229 работ, из них 51 статья в журналах из перечня ВАК по шифру специальности 2.3.1 [6, 14, 15, 19, 24, 27, 28, 35, 36, 40 – 42, 46, 65 – 67, 83 – 85, 89 – 120] (из которых 9 статей «категории 1», также входящих в Белый список (2 работы уровня 3 и 7 работ уровня 2)), 23 статьи в других рецензируемых журналах из перечня ВАК [3, 5, 7, 9 – 11, 13, 23, 33, 34, 37, 39, 43 – 45, 48 – 50, 57, 121, 122, 124, 125], 50 работ в зарубежных изданиях (сюда не входят статьи, публикуемые как перевод работ в отечественных изданиях, например, статьи журналов «Известия Российской академии наук. Теория и системы управления (*Journal of Computer and Systems Sciences International*)», «Измерительная техника (*Measurement Techniques*)», «Радиотехника и электроника (*Journal of Communications Technology and Electronics*)» [5, 9, 10, 33, 45, 49, 50, 57, 125]), индексируемых в базах данных *Scopus* и/или *Web of Science* (из них 1 работа входит в Белый список уровня 1 [126]), 6 монографий, 70 работ в сборниках статей и научных докладов различного уровня, 8 тезисов докладов на всероссийских и национальных конференциях, 71 объект интеллектуальной собственности, приравненный к публикациям в рецензируемых изданиях, где излагаются основные результаты диссертации на соискание ученой степени (проиндексировано в *Elibrary*):

– 50 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ [127 – 176];

– 21 патент на изобретения [86 – 88, 177 – 194].

Личное участие соискателя в полученных результатах. Результаты работы, выносимые на публичную защиту, являются обобщением и развитием работ автора по проблеме, проводимых в течение последних 18 лет. В исследованиях, определивших защищаемые положения и результаты, автору принадлежат постановки задач, определение направлений их решения, обоснование и выбор математических моделей и методов исследований, а также формулировка выводов и интерпретация полученных результатов; автор принимал непосредственное участие в экспериментальных исследованиях и проведении расчетов с использованием методов математического моделирования.

Основные публикации, позволившие сформулировать положения и результаты, выносимые на защиту: [24] (авторский вклад состоит в анализе актуальности исследования, математической постановке задачи синтеза нечетких систем управления, которые удовлетворяют принципу Гамильтона-Остроградского, синтезе нечеткого управления); [28] (авторский вклад состоит в анализе актуальности исследования, постановке задачи синтеза ИИУС, определении направления ее решения, решении задачи синтеза, математическом моделировании и анализе его результатов); [66] (авторский вклад состоит в постановке задачи синтеза для аппелевых динамических систем, использовании энергии ускорений для получения уравнений двухточечной краевой задачи и ее решении для модельного примера с использованием функций Крылова, математическом моделировании и анализе его результатов); [57] (авторский вклад состоит в разработке процедуры редукции, исследовании приращения расширенного функционала, получении двухточечной краевой задачи и стесняющих ее условиях, процедуре квазиоптимального структурного синтеза управления); [67] (авторский вклад состоит в постановке задачи синтеза для удовлетворяющих принципу Даламбера-Лагранжа систем, применении процедуры редукции, получении условия для асинхронной вариации, установлении связи между ранее полученными на основе принципа Гаусса и Гамильтона-Остроградского крайними задачами, синтез управления, математическое

моделирование и его анализ); [106] (авторский вклад состоит в постановке задачи синтеза многорежимных регуляторов); [89] (авторский вклад состоит в постановке задачи синтеза алгоритмов «грубой» оценки, в которой использованы элементы процедуры редукции изопериметрической задачи к задаче Лагранжа); [65] (авторский вклад состоит в разработке метода построения синтезирующей функции, названного «методом фазовых траекторий», синтезе управления и математическом моделировании); [9] (авторский вклад состоит в анализе второго приращения расширенного функционала в задачах оценки, модификации метода фазовых траекторий для применения для решения задач оценки, а также синтезе, математическом моделировании уравнений сопровождения); [41] (автору принадлежит метод синтеза управления с использованием условия максимума функции обобщенной мощности и процедура применения преобразования Лежандра к функции Гамильтона для построения поверхности переключения, а также установление связи между результатами, получаемыми с использованием принципа максимума Л.С. Понтрягина и на основе условия максимума функции обобщенной мощности, а также законы управления); [10] (авторский вклад состоит в разработке метода построения синтезирующей функции с использованием гипотезы о стационарности Гамильтониана гиперповерхности переключения, что в отличие от ранее полученного в [41] автором результата позволило воспользоваться принципом освобождаемости для учета кинематических неголономных связей, это привело к получению уравнений сопровождения); [101] (авторский вклад состоит в модификации метода фазовых траекторий с учетом формы кинетической энергии и анализе результатов математического моделирования); [114] (автором на основе исследования асинхронной вариации расширенного функционала получено условие уравнения последовательной идентификации математических моделей динамических систем, а также метод фазовых траекторий для задач идентификации); [113] (авторский вклад состоит в применении гипотезы о стационарности функции Гамильтона для построения синтезирующей функции в задаче идентификации, а также математическое

моделирование); [115] (автору принадлежит метод синтеза параметрического управления); [37] (авторский вклад состоит в разработке метода синтеза терминальных управлений аппелевыми динамическими системами с использованием энергии ускорений Аппеля на основе предложенной Черноусько А.М. процедуры декомпозиции, синтезе управления и математическом моделировании); [120] (авторский вклад состоит в анализе приращения расширенного функционала в задачах оценки, математическом моделировании и анализе его результатов); [116] (авторский вклад состоит в разработке метода оценки параметров движения управляемого ЛА с построением опорной траектории); [50] (авторский вклад состоит в разработке метода синтеза алгоритмов оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем и СИ); [5] (авторский вклад состоит в анализе актуальности, постановке задачи синтеза с учетом статуса результатов измерений, разработке полетного контроллера для натурного моделирования); [15] (авторский вклад состоит в построении дискретной динамической модели системы фазовой автоподстройки частоты на основе условия максимума функции обобщенной мощности); [33] (авторский вклад состоит в построении математических моделей погрешностей измерений в форме полиномиальных уравнений); [103] (авторский вклад состоит в построении обобщенной структуры уравнений «грубой оценки»); [98] (авторский вклад состоит в синтезе динамической модели движения); [110] (авторский вклад состоит в применении метода инвариантного погружения к двухточечной краевой задаче и соответствующие уравнения фильтра сопровождения); [36] (авторский вклад состоит в разработке алгоритмов «грубой оценки»); [107] (авторский вклад состоит в разработке метода структурной адаптации дискретных алгоритмов и уравнениям и синтезе уравнений фильтра, использованных при математическом моделировании); [99] (автору принадлежат результаты структурного синтеза адаптивной модели с декомпозицией по целевому функционалу); [94] (авторский вклад состоит в синтезе адаптивной модели состояния системы, которая используется для синтеза фильтра

сопровождения); [49] (автором предложена постановка задачи структурно-параметрической идентификации лагранжевых систем, разработан метод структурно-параметрической идентификации лагранжевых систем); [104] (автором получены уравнения последовательной идентификации математических моделей динамических систем, произведена идентификация параметров системы фазовой автоподстройки частоты); [118] (авторский вклад состоит в разработке метода многопараметрической идентификации конструктивных параметров подвижных объектов на основе условия максимума функции обобщенной мощности); [119] (автору принадлежит оценка эффективности использования теории регуляризации для интеллектуализации алгоритмов идентификации); [90] (авторский вклад состоит в разработке процедуры, реализующей многорежимность с использованием синтезированных на основе условия максимума функции обобщенной мощности управлений); [14] (автору принадлежит метод квазиоптимального синтеза многорежимных систем синхронизации в условиях регулярных возмущений); [46] (автору принадлежит метод интеллектуализации измерительных процедур на базе использования адаптивных моделей динамического процесса и теории регуляризации); [85] (авторский вклад состоит в синтезе интеллектуальных алгоритмов обработки информации инерциальных датчиков в условиях деградации измерительного канала и его математическом моделировании); [83] (авторский вклад состоит в решении задачи структурного синтеза, что приводит к уравнениям оценки калмановской структуры, для параметрической адаптации которых разработана нечеткая стратегия); [27, 40, 42, 102, 105, 108] (авторский вклад состоит в синтезе алгоритма управления лагранжевой системой, математическом моделировании и анализе его результатов); [93] (авторский вклад состоит в построении приближенного решения уравнений идентификации и анализе результатов математического моделирования); [112] (авторский вклад состоит в синтезе алгоритмов последовательной идентификации параметров измерительного преобразователя для вариационного метода); [97] (авторский вклад состоит в анализе

прагматической ситуации и результатов математического моделирования); [27] (авторский вклад состоит в решении задачи конструирования демпфера с квазиоптимальным законом подавления вибраций технологических агрегатов); [96] (авторский вклад состоит в анализе возможности применения структуры разработанных квазиоптимальных многорежимных законов для нелинейной коррекции известных решений, которая позволяет провести учет динамических свойств объекта управления и погрешности линеаризации исходной нелинейной модели); [95] (авторский вклад состоит в анализе применения законов управления, построенных на основе метода квазиоптимального синтеза с применением аппарата нечеткой логики); [6] (авторский вклад состоит в получении соотношений, характеризующих ошибки определения местоположения привязного дрона по данным радара об угловом положении реперной точки); [109] (авторский вклад состоит в анализе функционирования разработанного фильтра); [19, 35] (авторский вклад состоит в анализе прагматической ситуации и результатов математического моделирования); [84, 100] (авторский вклад состоит в статистическом моделировании алгоритма оценки и анализе его результатов); [111] (авторский вклад состоит в представлении условий минимума целевого функционала задачи идентификации в обобщенной форме, математическом моделировании и анализе его результатов); [93] (авторский вклад состоит в аппроксимации уравнений чувствительности и анализе результатов математического моделирования); [92, 117] (авторский вклад состоит в синтезе уравнений идентификации параметров и их моделировании).

Апробация результатов исследования. Работа направлена на обеспечение синтеза алгоритмов управления и оценки состояния нелинейных динамических систем в нечетком топологическом пространстве на множестве решений оптимизационных задач с использованием условий, стесняющих полученные краевые задачи, в частности, условия максимума функции обобщенной мощности. Исследование соответствует направлению из Стратегии НТР РФ, поскольку решение сформулированной проблемы непосредственно связано с повышением

эффективности функционирования современных информационно-управляющих систем на базе перехода к передовым цифровым, интеллектуальным производственным технологиям, роботизированным системам, созданием систем обработки больших объемов данных, искусственного интеллекта для решения задач вторичной обработки информации в целях оценки параметров и состояния управляемых систем, управления движением беспилотных аппаратов, повышения эффективности функционирования навигационных, геоинформационных, космических систем.

Диссертационная работа выполнялась в рамках следующих НИР и НИОКР:

1. Проект по АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009 – 2010 годы)» (2009 г. – 2010 г.), отв. исп., «Теоретические основы решения задач управления – идентификации – оценивания на основе объединенного принципа максимума»;
2. Проект по АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009 – 2011 годы)» (2011 г.), отв. исп., «Теоретические основы решения задач управления – идентификации – оценивания на основе объединенного принципа максимума»;
3. Грант Президента РФ МК-5319.2013.9 (2013 г. – 2014 г.), рук., «Разработка методов синтеза оптимальных информационно - телекоммуникационных систем с использованием инвариантных многообразий»;
4. Грант РФФИ № 14-38-50796 (2014 г.), рук., «Синтез алгоритмов идентификации параметров *MEMS* акселерометров с использованием изознергетических соотношений»;
5. Грант РФФИ №15-08-03798 (2014 г. – 2017 г.), отв. исп., «Синтез адаптивных систем на основе методов объединенного принципа максимума»;
6. Грант РФФИ №15-38-20835 (2015 г. – 2016 г.), рук., «Разработка методов структурного синтеза нелинейных автоматических систем с использованием инвариантов»;
7. Грант РФФИ № 15-38-51258 (2015 г.), рук., «Синтез алгоритма терминального управления с использованием принципа Гаусса и функций

Крылова»;

8. Грант РФФИ № 17-38-50075 (2017 г.), рук., «Синтез алгоритмов оценки динамических погрешностей эталонного программного обеспечения измерительных систем на основе условия максимума функции обобщенной мощности»;

9. Грант РФФИ № 18-01-00385 (2018 г. – 2020 г.), отв. исп., «Разработка методов синтеза интеллектуальных алгоритмов управления и оценки состояния нелинейных динамических систем с использованием объединенного принципа максимума»;

10. Грант РФФИ № 18-08-01494 (2018 г. – 2020 г.), рук., «Синтез информационно-управляющих систем в условиях структурной неопределенности на основе вариационных принципов»;

11. Грант РФФИ № 18-08-01494 (2018 г. – 2020 г.), исп., «Синтез информационно-управляющих систем в условиях структурной неопределенности на основе вариационных принципов»;

12. НИОКР ФГП «Развитие» («НТИ IV / Автонет»), исп., «Разработка системы безопасности транспортных средств на железнодорожных переездах «ЗАГРАДИТЕЛЬ-Т» с использованием интеллектуального анализа дорожной сцены на базе методов структурной адаптации моделей движения» (№ 468ГРНТИС5/45570; 2019 г. – 2021 г.);

13. Грант РФФИ №19-01-00151 (2019 г. – 2021 г.), отв. исп., «Интеллектуальные модели и методы повышения стабильности функционирования распределенных инфокоммуникационных систем на базе вариационно-статистического подхода»;

14. Грант РФФИ №23-29-00812 (2024 г. – 2025 г.), исп., «Синтез квазиоптимальных законов управления на основе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче»;

15. НИР FZNE-2022-0006 (2022 г. – 2024 г.), рук., «Разработка беспилотных технологий на основе комплексной поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач и инструментов нейро-нечёткого моделирования».

1 СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ: ПРОТИВОРЕЧИЯ В ПРАКТИКЕ И НАУКЕ, ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В первой главе выбран объект исследования. На основе его системного анализа установлено, что ключевым требованием к программно-алгоритмическому обеспечению ИТИУРЭС является требование обеспечения экстремальных сценариев их функционирования, которые в работе ограничиваются прагматическими задачами управления и обработки измерительной информации о состоянии транспорта и транспортной инфраструктуры. В рамках системного анализа это, прежде всего, связано с построением математической модели объекта исследования, что потребовало рассмотрения концептуальной модели ИТИУРЭС. В результате установлено, что разработка ИТИУРЭС не утратила своей научной актуальности. Это связано с тем, что каждую проблемную субситуацию (ПрС/С) можно представить через оптимизационную задачу определенного типа, а решение оптимизационных задач для нелинейных систем – известная неразрешенная научная проблема. Практическая необходимость ее разработки определяется анализом проблем функционирования и противоречиями в требованиях к ИТИУРЭС. В соответствии с методологией системного анализа для формализации цели исследования проведен анализ показателей и критериев эффективности функционирования ИТИУРЭС. Это позволило проанализировать альтернативы в части синтеза ИТИУРЭС и сформулировать цель исследования. Ее достижение связано с решением формализованной научной проблемы. Анализ путей ее разрешения привел к построению дерева целей и формулировкам частных научных задач исследования.

1.1 ТРЕБОВАНИЯ К ПРОГРАММНО-АЛГОРИТМИЧЕСКОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

В соответствии с ГОСТ Р 70569–2022 [195] «независимо от сферы функционирования ... всегда протекает два основных вида процессов» в ИУС – это управляющие и информационные, которые, в частности, в сфере транспорта обеспечивают автономность соответствующих подвижных объектов.

Условия функционирования современного транспорта и транспортной инфраструктуры характеризуются высокой неопределенностью, для парирования которой применяются методы интеллектуализации. Это один из перспективных подходов, что нашло отражение в ГОСТ Р 56829–2015 [196], в котором положено, что к интеллектуальным следует относить «системы управления, интегрирующие современные информационные и телематические технологии и предназначенные для автоматизированного поиска и принятия к реализации максимально эффективных сценариев управления транспортно-дорожным комплексом региона, конкретным транспортным средством или группой транспортных средств с целью обеспечения заданной мобильности населения, максимизации показателей использования дорожной сети, повышения безопасности и эффективности транспортного процесса, комфортности для водителей и пользователей транспорта».

«Процессы сбора, обработки, доведения и представления в удобном для пользователя виде информации о состоянии объекта управления, ходе процесса управления и складывающейся ситуации в целом» определяются ПО, вносящим вклад в результирующую погрешность измерений, а, следовательно, задающим эффективность любого транспорта в целом. При этом ГОСТ Р 8.673–2009 [18] относит к интеллектуальным измерительным системам системы, «реализующие метрологический самоконтроль, обеспечивающие автоматическую коррекцию

погрешности измерений из-за старения и/или воздействия влияющих величин, а также способные к самообучению с целью оптимизации алгоритмов работы» [45]. Потребители такой информации, как правило, – системы управления. В автомобильном транспорте – это могут быть системы активной помощи водителю (англ. *ADAS – Advanced Driver Assistance System*), которые в качестве источников первичной измерительной информации кроме радиолокационных датчиков могут дополнительно содержать камеры, лидары и т.д. В водном транспорте – это бортовые и наземные системы управления, которые используются для судовождения и обеспечения его безопасности. Системы управления воздушного транспорта также применяются для определения параметров движения воздушных объектов на этапах испытаний и эксплуатации для автономных и безопасных полетов.

К примеру, «для определения ориентации малого БПЛА [197] в соответствии с распространенной практикой при построении бортовых интеллектуальных измерительных систем применяют датчики для измерения различных физических величин [198]. В результате обеспечивается структурная избыточность при измерении углов ориентации [199 – 201].

В зависимости от условий эксплуатации и/или технического состояния бортовой интеллектуальной измерительной системы результатам её измерений присваивается статус. При ориентирующем статусе результатов измерений, когда повышен риск использования недостоверных результатов измерений, возможна авария БПЛА. Причина такой ситуации – отказ средства измерений, обусловленный дефектами, деградацией измерительного канала, появлением ложных выходных измерительных сигналов микромеханических датчиков (из-за вибраций и ударов при движении воздушных масс) и др. [202 – 207]. Деградация измерительного канала может быть связана с температурными колебаниями, механическими вибрациями, повышенной влажностью, электромагнитными помехами, старением элементов измерительного канала, приводящим к изменению параметров элементов измерительного канала. Для обработки измерительной информации на борту БПЛА в настоящее время используют измерительные

процедуры, которые позволяют получать оценки измеряемых физических величин с использованием уравнений на основе фильтра Калмана [198]. Уравнения калмановской структуры традиционно адаптируются к условиям эксплуатации СИ [208] по данным анализа корреляционных свойств обновляющей последовательности с целью построения оценок корреляционных матриц измерения и шума состояния [209].

Априорные оценки корреляционных матриц измерения можно получить из технической документации – паспортов датчиков. Параметры матрицы шума состояний, вектора возмущения и переходной матрицы уравнений измерительной процедуры связаны с параметрами математической модели преобразования измерительной информации. Модель строится на базе динамических математических моделей [84], структура которых обладает неопределённостью из-за изменения режимов полёта БПЛА [210]. В такой ситуации при синтезе измерительных процедур с целью уменьшения вычислительных затрат [211] необходимо искать компромисс между сложностью и универсальностью математических моделей, выбирая, как правило, наиболее простые варианты [10]. В каждом случае требуется решать вопрос выбора параметров измерительной процедуры [49], что чаще всего сопряжено с относительно большими вычислительными затратами. Однако производительность многих современных бортовых вычислительных комплексов БПЛА часто не позволяет реализовать подобный выбор в реальном масштабе времени [212, 213]. Ситуация усугубляется тем, что результаты обработки измерительной информации используются системой управления в реальном масштабе времени» [68] для реализации целей полета. Выход из описанной ситуации может состоять в априорном определении на этапе испытаний параметров алгоритмов обработки измерительной информации и управления, которые реализуются в программном обеспечении бортовой ИУС БПЛА.

В силу изложенного в качестве **объекта исследования** выбраны ИТИУРЭС, обеспечивающие функционирование ЛА. Под ними будем понимать бортовые и наземные ИУС, предназначенные для автоматизированного поиска и принятия к

реализации максимально эффективных сценариев управления в целях испытания и безопасной эксплуатации транспорта и транспортной инфраструктуры.

Описанная выше декомпозиция ИТИУРЭС на измерительную и управляющие системы, например, так же полностью соответствует ГОСТ Р 8.596-2002 [214], где указывается, что измерительная система может рассматриваться как система, входящая в состав более сложной структуры. Это позволяет рассматривать метрологически значимую часть ПО измерительной системы как основу для установления требований к погрешности измерений, которая оценивается в ходе аттестации. Необходимо иметь в виду, что требования к значениям показателей погрешности устанавливаются индивидуально для каждого ПО, подлежащего аттестации. Как правило, значения показателей погрешности – коммерческая тайна, поскольку их определение достаточно трудоемко (см., например, МТ 34-70-001-82 [215] и ГОСТ Р 8.596–2002 [214]). Точность измерений в ПО СИ в основном снижается из-за погрешности результатов измерений, являющихся входными данными для ПО, а также из-за перевода чисел из десятичной системы счисления в двоичную и наоборот, округления на промежуточных этапах вычислений, обрыва бесконечных рядов, являющихся представлениями большинства используемых при вычислениях библиотечных функций, неудачного выбора алгоритмов вычислений, в частности, использование так называемых неустойчивых (необусловленных) алгоритмов, некорректной реализации или неудачного синтеза алгоритмов обработки измерительной информации и неудачного выбора или построения моделей, принимаемых при формализации измерительной задачи.

Общие требования к автоматизированным системам управления заданы ГОСТ 24.104–2023 [216]. Для реализации максимально эффективных режимов работы ИТИУРЭС требования к соответствующим показателям эффективности управления могут быть сформулированы в терминах теории оптимизации (см., например, п. А.2 приложения А ГОСТ 24.104-2023 [216]).

Следовательно, эффективность ИТИУРЭС зависит от метрологически значимой части программного обеспечения, алгоритмов и программ обработки

данных (измерительной информации), включая алгоритмы и программы автоматизированного самоконтроля и диагностики, алгоритмов управления, а также от методов синтеза алгоритмов обработки измерительной информации и управления. В соответствии и по аналогии с ГОСТ 22315–77 [51] все это может быть отнесено к программно-алгоритмическому обеспечению ИТИУРЭС. Отдельные требования к нему и обеспечивающие их показатели эффективности приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Примеры требований и частные показатели эффективности программно-алгоритмического обеспечения ИТИУРЭС

Требование к ИТИУРЭС или ее подсистеме	Показатель эффективности	Значение показателя	Примечание
Точность выполнения полетного задания БПЛА при картографировании местности	Абсолютная погрешность	Углы крена и тангажа – не более 3°	ОДМ 218.9.017–2019 [21]
Обеспечение безопасного автономного полета БПЛА	СКО оценки угла крена БПЛА, рассчитанное реализующим алгоритм комплементарной фильтрации ПО по данным <i>MTI-G-710-2A8G4-DK</i>	18,5 ° [217]	При больших (порядка 100-300 м) высотах и необходимости обеспечения стабилизации положения дрона в условиях действия внешних возмущающих факторов подобные погрешности неприемлемы [126]. Для снижения СКО оценки прибегают к другим алгоритмам обработки измерительной информации, а также к комплексированию измерительной информации с других датчиков.
Безопасное управление воздушным движением ЛА (решение военных задач)	СКО измерения дальности до ЛА РЛС, близкой по характеристикам к «Ground Master GM 403» на дальности	80 м [45]	В условиях неопределенности относительно внешних причинных факторов СКО оценок дальности нередко превышает указанные, что в ряде случаев неприемлемо [11, 116, 218]. Избежать указанного стараются на основе синтеза алгоритмов обработки измерительной информации.

Требование к ИТИУРЭС или ее подсистеме	Показатель эффективности	Значение показателя	Примечание
	52 км (алгоритм обработки измерительной информации не известен)		
Безопасное обслуживание воздушного движения	СКО, не более	по дальности – 120 м (после цифровой обработки информации); азимуту – 0,15° (после цифровой обработки информации)	Приказ Министерства транспорта Российской Федерации № 178 от 22 мая 2024 г.
Точность выполнения полетного задания БПЛА при внесении сельскохозяйственных удобрений	Абсолютная погрешность	в условиях ветровых воздействий, струйных воздушных течений, турбулентности атмосферы, параметрических возмущений, возникающих вследствие не стационарности характеристик и параметров отклонение от заданной траектории не более 0,5 м	Протокол рабочей группы Аэронет.

Обобщая изложенное, можно констатировать, что *ключевым требованием к программно-алгоритмическому обеспечению ИТИУРЭС является требование обеспечения экстремальных сценариев их функционирования, которые в исследовании ограничиваются прагматическими задачами обработки измерительной информации о состоянии транспорта и транспортной инфраструктуры, а также управления.* Как правило, выполнение требований сопряжено с разрешением противоречий.

1.2 ПРОТИВОРЕЧИЯ В ТРЕБОВАНИЯХ К ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫМ ТРАНСПОРТНЫМ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИМ РАДИОЭЛЕКТРОННЫМ СИСТЕМАМ

1.2.1 БОРТОВЫЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Независимо от сферы применения бортовых ИИУС проблемы их функционирования и противоречия в требованиях обусловлены стремлением получить максимальные тактико-технические характеристики при ограничениях фундаментального или финансового характера.

К примеру, это применение ИИУС для управления наземными транспортными средствами, что сопряжено со значительными расходами энергии на вычисления. Это обуславливает проблему обеспечения автономности транспорта, что в свою очередь требует преодоления противоречия между эффективностью и вычислительной сложностью соответствующих алгоритмов функционирования.

Ограничения финансового характера, например, в беспилотных авиационных системах привели к применению в мультироторных БПЛА ИУС, которые в массовом сегменте дронов получили «инженерное» название «полётный контроллер». Большинство полетных контроллеров, особенно для любительских ЛА, строятся на основе недорогих компонентов, которые приходится использовать на пределе возможностей. Это порождает *ряд прагматических проблем*, которые часто приводят к авариям.

Во-первых, это перегрузка процессора, которая может проявляться в задержках (лагах) управляющих сигналов, а это может стать причиной неустойчивости его полета.

Во-вторых – это несогласованность сигналов датчиков.

В-третьих, существуют проблемы надежности ПО. Если на пилотируемых ЛА или на профессиональных «беспилотниках» ПО проходит тестирование надежности и сертификацию (аттестацию программного обеспечения [45]), то для полетных контроллеров массового применения такие процедуры не проводятся. В связи с этим имеется высокий риск аварии по причине сбоя в ПО.

В-четвертых, существуют проблемы адаптивности ПО, которое должно позволять использовать различные алгоритмы обработки измерительной информации (оценки) и управления в зависимости от целевого назначения БПЛА.

Кроме того, использование широкодоступных полетных контроллеров связано с трудоемким и длительным процессом испытаний в целях их первоначальной грубой настройки на основе предварительно измеренных физических параметров, часто, с использованием поворотных столов или испытательных стендов. Выполнение агрессивных маневров, несение полезной нагрузки, «функционирование в условиях ветровых воздействий, струйных воздушных течений, турбулентности атмосферы, параметрических возмущений, возникающих вследствие нестационарности характеристик и параметров самого устройства» [29], например, из-за изменения его массы, может вызвать неустойчивость полета, и даже крушение БПЛА.

Избежать этого с использованием бесплатно распространяемых библиотек алгоритмов обработки данных и управления проблематично, поскольку это требует большого объема времени для адаптации к нелинейностям решений, которые, как правило, предложены для режимов функционирования, адекватных только для линейных моделей объекта управления. Для преодоления описанных недостатков нередко идут по пути разработки собственных полетных контроллеров и использующих их БПЛА (рис. 1.1 и 1.2). При этом этап идентификации параметров математических моделей не исключается и, как правило, алгоритмы функционирования бортовых СИ синтезируются с использованием теории статистического синтеза, которые в исходном виде не учитывают нестационарных возмущений и деградацию структуры измерительных преобразователей.



Рисунок 1.1 – Разработанный экспериментальный образец БПЛА
(FZNE - 2022 - 0006)

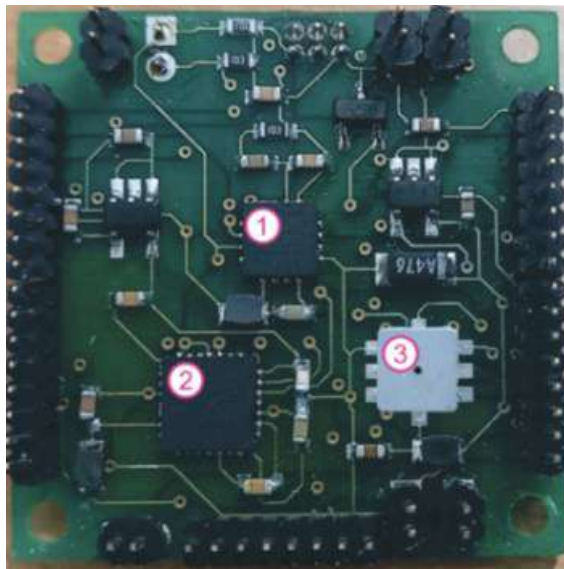


Рисунок 1.2 – Разработанный экспериментальный образец интеллектуальной бортовой измерительной системы БПЛА (полетный контроллер) [45]:
1 – гироскоп *L3G4200D*; 2 – акселерометр с магнитометром *LSM303*;
3 – барометр *BMP085*

«Современные процедуры адаптации большей частью базируются на методах теории интеллектуальных систем, среди которых наиболее распространены использующие нечеткую логику и нейронные сети» [29]. В этом случае одна из сложностей состоит в построении нечеткой базы знаний или обучении при использовании нейронных сетей, но даже если эти трудности удастся преодолеть, то применение эвристических или построенных для линейных систем алгоритмов идентификации, оценки и управления не позволяет приблизиться к потенциальным показателям эффективности функционирования. При этом

применение процедур интеллектуализации сопровождается ростом вычислительных затрат, что в конечном итоге приводит к снижению автономности.

Следовательно, на практике существует противоречие между вычислительной мощностью электронных вычислительных машин и вычислительной сложностью процедур интеллектуализации.

1.2.2 НАЗЕМНЫЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Наземные ИИУС выполняют функции по получению, хранению, передаче и обработке (преобразованию) информации [227, 228]. Наиболее остро проблемы функционирования и противоречия в требованиях к ним проявляются при обеспечении функционирования подвижных объектов, эксплуатирующихся в воздухе – ЛА. Это связано с широким диапазоном их кинематических параметров в сравнении с наземным и водным транспортом.

Измерительная информация, получаемая соответствующими, как правило, радиотехническими системами, используется главным образом для определения параметров траектории движения ЛА, что необходимо для решения различного рода задач. К ним, например, относятся управление движением для достижения поставленной перед объектом цели (к примеру, безаварийная посадка квадрокоптера в дронопорт), оценка качества полета для совершенствования летных характеристик по результатам испытаний, управление воздушным движением, а также расчет упрежденной точки встречи для наведения противоракет военных систем.

Описанные ИУС, как правило, функционируют неблагоприятных условиях [229 – 232] из-за сложной помеховой обстановки, связанной с воздействием помех естественного происхождения и антропогенных непреднамеренных помех, например, обусловленных случайными искажениями самого радиосигнала при распространении через турбулентную среду, вследствие влияния подстилающей

поверхности или наличием другой близко расположенной цели (ЛА). Отметим, что при сопровождении целей, представляющих собой плотные (неразрешимые по углам и дальности) группы БПЛА, системы слежения «мечутся» между составляющими такие цели элементами. При этом возникают большие ошибки в определении координат вследствие разрывного характера траекторий [233]. Влияние непреднамеренных и естественных помех рассматривается в контексте противодействия.

Использование ИИУС связано с необходимостью обработки огромных потоков измерительной информации, что требует применения большого числа ЭВМ различного типа и назначения [228]. Поэтому применительно к радиотехническому измерительному комплексу основным показателем эффективности [229, 234, 235], помимо точности оценок параметров траектории, является оперативность обработки измерительной информации [234, 236, 237].

Известно, что при реализации алгоритмов обработки радиолокационной информации возникает *противоречие между требуемой точностью и сложностью вычислительных процедур*. Увеличение точности оценок параметров динамических систем может привести к снижению оперативности обработки измерительной информации. Заметим, что сложившаяся в настоящее время тенденция к повышению достоверности обработки измерительной информации за счет аппаратурной и структурной избыточности тоже приводит к увеличению сроков обработки данных, полученных в результате измерительного процесса [228].

В условиях противодействия снижение оперативности обработки измерительной информации может оказаться неприемлемым. Например, применение вероятным противником маневрирующих высокоскоростных ЛА позволяет в «несколько раз сократить время выхода в зону применения оружия при любом взаимном расположении с целью. В связи с этим у противоборствующей стороны в такой же степени сокращается время на подготовку контратаки. В таких условиях время, затрачиваемое на обработку измерительной информации, выдачу

команд и их отработку, определяемое интервалом 4 – 7 с, является недопустимо большим» [238].

Маневрирование является характерной чертой уже существующих и неотъемлемым свойством перспективных БПЛА [239, 240]. К примеру, в той или иной степени «высокими маневренными качествами и скоростью обладают все истребители и многофункциональные самолеты четвертого поколения, начиная с *F-15*, *F-16*, *F-18A*, *МиГ-29*, *Су-27* и его модификаций. Наилучшими характеристиками в этом смысле обладают самолеты *F-22*, *Су-35* и особенно *Су-37*» [238]. Среди управляемых БПЛА, стоящих на вооружении в США в настоящее время выделим крылатые ракеты *AGM-86B/C/D*, а также принятые на вооружение в 2004 г. модифицированные крылатые ракеты *BGM-109 Tomahawk* с максимальной дальностью 3500 км и возможностью совершать маневры для прорыва противоракетной обороны.

В «тактическом плане маневрирование на высокой скорости позволяет существенно увеличить зоны применения оружия, уменьшить время на выход в зону атаки и повысить собственную безопасность, в том числе и за счет выполнения существенно более эффективных маневров уклонения от управляемых средств поражения. Исследования показали [239, 241], что маневрирование ЛА позволяет более чем в два с половиной раза повысить их эффективность применения. В техническом плане устойчивое сопровождение таких целей предъявляет существенно более жесткие требования к точности и быстродействию ИУС [239]. Так, например, полет с регулярными скачкообразными изменениями пространственного положения приводит к появлению эффекта мерцания, по своему смыслу аналогичному использованию мерцающих помех. Следует, однако, сказать, что такой полет в течение длительного времени на практике может применяться лишь в беспилотных средствах воздушно-космического нападения» [238]. В связи со сказанным, маневр следует отнести к одному из самых эффективных способов противодействия.

Ввиду того, что найденные конкретные значения параметров движения ЛА – случайные величины, изменяющиеся при повторных измерениях в соответствии со

своей функцией распределения, то полученные оценки параметров траектории, как правило, характеризуются моментными функциями [234, 242]: математическим ожиданием, которое дает представление о центре распределения случайной величины и описывает состоятельность оценки; дисперсией, которая, как известно, описывает отклонение случайной величины от ее математического ожидания и говорит об эффективности оценки.

Оперативность обработки измерительной информации в соответствии с [243] оценивают путем подсчета числа необходимых элементарных операций в единицу времени. Эта характеристика в основном зависит от используемых алгоритмов обработки радиолокационной информации [50], но свой небольшой вклад вносит и моделирующая среда.

Поскольку имеется не один показатель качества функционирования ИУС, то выбор структуры системы является многокритериальной задачей. Однако, как показывают исследования [234], наибольший вес в сложном критерии имеют показатели точности оценок параметров траектории движения объекта. В связи с этим во всех важных для практики случаях рабочим критерием качества системы, принимаемым на этапе ее создания, служит минимум функционала ошибки оценивания.

В общем случае выбор структуры ИУС зависит от целого ряда факторов и определяется ее назначением. Поэтому анализ эффективности обеспечивающих оценку параметров движения ЛА наземных целесообразно провести на основе исследования информационных связей системы путем рассмотрения вклада каждого элемента рассматриваемой системы в ошибку оценивания параметров измерительных процессов. Процесс получения результирующих оценок параметров траекторий ЛА представим в виде совокупности взаимосвязанных этапов обработки информации [234].

Полученная в результате динамических измерений информация о параметрах движения ЛА характеризуется некоторой погрешностью, обусловленной классом точности СИ [244, 245]. Далее, с целью получения наилучшего приближения к

истинным значениям параметров траектории производится математическая обработка полученных результатов измерений.

В основе алгоритмов обработки измерительной информации лежит математическая модель движения ЛА [246]. Несоответствие модели в плане отсутствия качественной информации относительно параметров внешней среды, а также неточности задания исходных данных приводят к появлению погрешности, называемой наследственной [247].

Вопрос о том, насколько хорошо описывает математическая модель реальное явление, проверяется путем сравнения результатов расчетов и типичных частных решений при некоторых значениях входных параметров. Влияние погрешностей исходных данных иногда удается оценить, варьируя последние в пределах диапазона их ошибок и фиксируя соответствующие решения.

Одним из путей уменьшения вклада наследственной погрешности является многомодельный подход, часто применяемый на практике. В его основу положено допущение о возможности представления реальной траектории движения ЛА в виде некой последовательности элементарных режимов движения (например, координатный разворот, ускоренное движение и т.д.). Каждый из режимов движения может быть описан математической моделью этого движения с определенной точностью. В таком случае основной становится задача идентификация режима движения цели по полученным от нее отметкам [246, 248].

В литературе широко известны взаимодействующие многомодельные алгоритмы с фиксированной структурой [249], основанные на неизменном наборе моделей, определенном заранее и покрывающем все возможные режимы движения цели. В этих алгоритмах в каждый момент времени происходит запуск всех фильтров, основанных на моделях в наборе, и полная оценка осуществляется путем взвешенного суммирования оценок, полученных от фильтров. Однако подобные оценщики приемлемы только для случаев неинтенсивного маневрирования. По мере усложнения характера движения цели становится недостаточно ограниченного числа моделей для описания всех возможных режимов движения [249]. С увеличением числа моделей в наборе для взаимодействующих

многомодельных алгоритмов с фиксированной структурой существенно увеличиваются вычислительные затраты, а результаты оценивания не всегда улучшаются.

Вклад наследственной погрешности в суммарную погрешность обычно составляет от 15% до 40% [250, 251].

Далее с учетом принятой модели процесса эволюции оценивания вектора состояния объекта строятся методы обработки измерительной информации, определяющие потенциально возможную точность оценивания параметров траекторий ЛА, которая характеризуется методической погрешностью.

Важно отметить, что решение задачи оценки параметров движения ЛА в условиях противодействия ведет к существенному усложнению используемых алгоритмов обработки измерительной информации. Кроме того, во многих практически важных случаях не удастся обеспечить требуемые характеристики получаемых оценок [64, 76, 248, 252 – 254]. Это выражается в ухудшении точности и устойчивости автоматического сопровождения цели следящими измерителями и даже срыву сопровождения воздушного объекта. Указанная ситуация усугубляется еще и тем, что согласно анализу развития современных и перспективных БПЛА существует тенденция к повышению скоростных и маневренных свойств ЛА [255 – 257], что свидетельствует о дальнейшем снижении в перспективе эффективности существующих методов обработки траекторной информации.

Отметим, что к основным причинам, приводящим в большинстве случаев к рассмотренной ситуации, следует отнести:

- плохую формализуемость задачи, которая обусловлена наличием в системе неизвестных факторов;
- необходимость использования априорных данных;
- недостоверность информации о параметрах среды;
- помехи, действие которых может привести к существенному увеличению ошибки оценок параметров движения ЛА и даже к функциональному поражению ИУС.

Методическая погрешность составляет около 35% общей погрешности.

Следующим этапом на пути получения результирующей оценки вектора состояния является вычислительный алгоритм обработки данных, который реализуется с использованием известных численно-аналитических методов. На данном этапе возникают ошибки, вносимые непосредственно моделирующей средой, которые могут носить как случайный, так и регулярный характер [247, 258]. Здесь можно выделить два основных вида ошибок, не связанных с исходной информацией: ошибки округления и ошибки ограничения [259]. Погрешность моделирующей среды составляет до 25% общей погрешности [247, 258].

Таким образом, существенные резервы повышения эффективности функционирования обеспечивающих оценку параметров движения наземных ИИУС воздушного транспорта кроются в *разрешении **противоречия** между оперативностью и точностью оценки параметров движения при маневрировании ЛА. Однако, увеличение точности приводит к снижению интеллектуальности ИУС.*

Из изложенного выше следует, что на практике при ограничениях вычислительной мощности ИТИУРЭС возникает ***противоречие** между эффективностью программно-алгоритмического обеспечения ИТИУРЭС и оперативностью применения по целевому назначению* (термин «программно-алгоритмическое обеспечение» понимается по аналогии с ГОСТ 22315–77 [51]).

Для анализа приведенных противоречий в соответствии с методологией системного анализа целесообразно построить концептуальную модель ИТИУРЭС. Ее рассмотрение позволит найти компромисс, который обеспечит требуемую эффективность функционирования.

1.3 КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЙ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ

ИИУС, как сложная система, не может быть описана какой-либо одной математической моделью с достаточной степенью полноты и детализации. В связи с этим для ее анализа целесообразно использовать стратифицированное описание. Известно [219], что функционирование ИИУС может быть описано не менее чем на уровне пяти страт:

- страта описания на языке законов, закономерностей и методов, составляющих предмет изучения космической баллистики и других теорий;
- страта физических операций, описывающая в рамках математического моделирования функционирование конкретной технической системы;
- страта информационного описания системы;
- страта принятия решения;
- страта управления.

Для достижения цели проводимых исследований будем рассматривать ИТИУРЭС с позиций следующих страт: физических операций, информационного описания, управления.

В основу построения ИТИУРЭС положим следующие концепции: автоматизации, интеллектуальности и гибкости [219, 220].

Особую актуальность в современных условиях функционирования ИУС вообще и транспортной информационно-управляющей радиоэлектронной системы, в частности, приобретает концепция интеллектуальности. Это обусловлено тем, что традиционные методы управления не обеспечивают требуемой эффективности в следующих условиях [220]:

- априорной структурно-параметрической неопределенности о внешней среде функционирования;
- большого количества трудно учитываемых факторов нестационарности

(например, «не моделируемые возмущения»);

– изменяемости целей и критериев качества управления ИУС вследствие деградации или целенаправленной реконфигурации структуры системы.

Подобная система должна основываться на пяти известных принципах: информационного обмена, открытости, прогнозирования, возрастания точности с уменьшением интеллектуальности, частичности деградации [221, 222].

Принцип информационного обмена утверждает разноплановость информационного взаимодействия ИТИУРЭС с реальным внешним миром с использованием специально организованных информационных (измерительных) каналов.

Принцип открытости говорит об открытости ИТИУРЭС для самообучения и самоорганизации. При этом в большинстве случаев интеллектуальность современной ИУС обеспечивается наличием в ее составе человека-оператора с его алгоритмами деятельности, то есть антропоцентрическим характером построения и функционирования. Автоматическое приобретение знаний и их последующее использование в известных в настоящее время ИУС осуществляется ограниченно.

Принцип прогнозирования требует реализации механизмов прогноза изменений внешнего мира и собственного поведения ИТИУРЭС в изменяющемся внешнем мире. Получившие распространение ИТИУРЭС слабо приспособлены к автоматическому изменению своей структуры в условиях динамики внешнего мира: деградации информационно-измерительного канала, внешних возмущений и т.д.

Принцип возрастания точности с уменьшением интеллектуальности утверждает многоуровневость структуры ИТИУРЭС, построенной в соответствии с правилом: «повышение интеллектуальности» и снижение требований к точности по мере повышения уровня управления в системе (и наоборот) [222]. В таком случае более высокий иерархический уровень ИТИУРЭС решает более сложную, творческую задачу, которая чаще всего не может быть решена точно на основе «строгих алгоритмов». В силу отсутствия точной постановки или подходящего алгоритма, решением является взаимосвязанная совокупность более простых

подзадач, решение которых возможно на основе «строгих алгоритмов», обеспечивающих решение рассматриваемой задачи более высокого уровня. Неточность или неполнота априорных знаний о модели объекта управления, самой ИТИУРЭС, внешнем мире компенсируется введением дополнительных более высоких уровней интеллектуальности. При этом каждый уровень характеризуется своими показателями и критериями эффективности, так, например, на верхних уровнях приемлемы критерии пригодности и превосходства, а на нижнем – возможно использование критериев оптимальности.

Принцип частичности деградации говорит о сохраняемости функционирования (возможно с некоторой потерей качества, то есть с некоторой деградацией), при разрыве связей или потере управляющих воздействий от высших уровней иерархии управляющей структуры. Допускается лишь частичная потеря интеллектуальности, но не прекращение функционирования всей ИТИУРЭС при отказах в работе высших уровней иерархии системы. Следует отметить, что сохранение автономного функционирования в рамках более простого поведения системы, характерного для нижних уровней структуры управления, является важной задачей для автономно функционирующих в реальном времени подвижных объектов. Примером могут служить ИТИУРЭС, обеспечивающие полеты пассажирских самолетов или БПЛА.

Описанные выше пять принципов организации структуры ИТИУРЭС определяют класс исследуемых систем. Важным вопросом является определение степени интеллектуальности ИТИУРЭС. В соответствии с [81, 221 – 223] ИТИУРЭС можно разделить на два типа, отличающихся степенью интеллектуальности: «интеллектуальные в большом» и «интеллектуальные в малом». Системы, «интеллектуальные в большом», должны иметь многоуровневую иерархическую структуру со следующими уровнями: уровень самоорганизации (самоперестройка по результатам обучения); уровень обучения; уровень прогноза событий; уровень адаптации; уровень формирования решений; уровень работы с базами событий и знаний; уровень планирования операций по реализации сформированного решения; исполнительный уровень.

Системы, «интеллектуальные в малом», не обеспечивают реализацию всех перечисленных выше пяти принципов, но при функционировании используют знания как средство преодоления неопределенности.

Таким образом, любую ИТИУРЭС можно представить как совокупность традиционной ИУС и надстройки, отвечающей современным требованиям технологии работы со знаниями и существенно расширяющей возможности систем управления в условиях неопределенности различного вида [222]. В частности, подобные ИТИУРЭС – это многорежимные системы управления [17].

В любой ИТИУРЭС различают три глобальных уровня управления (ГУУ) [222]:

- первый уровень (I ГУУ) – формирование (выбор) текущей цели функционирования ИИУС – уровень целеполагания. На данном уровне в соответствии со сложившейся обстановкой и предварительно разработанным планом сеанса функционирования назначается текущая цель как этап на пути решения генеральной задачи, например, управления БПЛА;
- второй уровень (II ГУУ) – поиск способа достижения поставленной на верхнем уровне управления (I ГУУ) текущей цели;
- третий уровень (III ГУУ) – реализация способа достижения поставленной цели, выбранного на II ГУУ.

Каждый из рассмотренных ГУУ строится, как правило, на принципе использования обратной связи и для решения его задач совместно применяются аппаратно-программные средства и алгоритмы деятельности операторов ИУС.

На каждый ГУУ поступает измерительная информация об обстановке вне ИИУС («внешний мир») и о состоянии самой системы («внутренний мир»).

На I ГУУ создается информационная модель «внутреннего» и «внешнего мира» для решения в процессе функционирования ИТИУРЭС проблем смены генеральной задачи и назначения текущей цели. В существующих и проектируемых ИУС задачи этого уровня решаются только оператором – лицом, принимающим решения. Принятое решение по каналам связи передается на II ГУУ.

На II ГУУ операторам ИТИУРЭС предоставляется информационная модель «внешнего мира» и «внутреннего мира» для решения задачи выбора наиболее эффективного способа достижения текущей цели.

На III ГУУ происходит реализация принятого способа достижения поставленной цели на основе использования; как правило, задачи решаются аппаратно-программно.

Таким образом, в существующих и разрабатываемых ИТИУРЭС из рассмотренных трех ГУУ аппаратно-программно поддерживается только третий. В разработках «ближайшего будущего» частичная аппаратно-программная поддержка появится на II ГУУ, при этом далеко не обеспечивая решения всего объема задач. Решение задач I ГУУ в ИАСУ не предвидится даже «послезавтра» [81, 221 – 224]. Основными проблемами при совершенствовании АСУ являются [81, 221 – 224]: слабая структурированность задач I ГУУ и II ГУУ; разнородная по качеству, полноте и доступности информация, необходимая для решения этих задач; необходимость привлечения большого объема общих сведений об условиях и способах функционирования ИИУС – общих знаний о «мире», в котором функционирует ИИУС.

Задачи II ГУУ в существующих ИТИУРЭС также не решаются аппаратно-программно. Однако в последнее время наметились практические пути разработки оперативно-советующих экспертных систем – одного из способов практической реализации систем управления II ГУУ.

Анализ практики проектирования и эксплуатации ИТИУРЭС показывает [81, 222], что процесс их функционирования можно представить семантической сетью типовых ситуаций (ТпС). Каждая ТпС характеризуется определенной целью и набором средств – стратегий ее достижения. В соответствии с [81] вся работа ИТИУРЭС представима через конечное число ТпС, каждую ТпС можно представить через семантическую сеть ПрС/С, которая описывает все множество путей достижения поставленной в ТС цели. Каждую ПрС/С можно представить через оптимизационную задачу определенного типа, каждая ТпС содержит конечное число значимых событий, прогноз появления которых в пространстве и

во времени может осуществляться через математические модели фрагментов ПрС/С.

Любая ПрС/С в автоматизированной системе управления реализуется через технологические операции (ТО), технологические циклы (ТЦ), технологические процессы (ТП). ТО – суть действий, выполняемых над массивом данных, принадлежащих одному объекту. ТЦ – целенаправленная упорядоченная совокупность ТО, каждая из которых, связана определенным отношением r_{ij} , по крайней мере, еще с одной ТО [219]. Если известно множество ТО $\{ТО\}$ и определено понятие отношения r_{ij} между $ТО_i$ и $ТО_j$, то ТЦ можно представить кортежем $ТЦ = \langle \{ТО\}, r_{ij} \rangle$. ТП – множество ТЦ, ТО и вспомогательных операций, обеспечивающее выполнение оперативного плана [225].

Реализация в ИУС принципа интеллектуальности «связана с созданием системы управления, сводящей к минимуму участие оператора в управлении ходом выполнения ТЦ в штатной ситуации. Так как управление реальными сложными объектами невозможно осуществить традиционными методами и приемами, то при построении такой системы должны быть использованы основные положения современной теории управления, применяемой для автоматизации интеллектуальных функций управления сложными системами организационно-диспетчерского типа» [226].

Суть ситуационного управления заключается в применении управленческих решений на основе обобщения и классификации ситуаций, информация о которых представляется на естественном языке и обрабатывается на семантическом уровне. Эффективность процедур ситуационного управления во многом обусловлена тем, что она близка к мыслительным процедурам построения ситуационных концепций, применяемых выполняющим функции управления оператором [81, 219, 222, 225].

В общем случае ИИУС, как и любая интеллектуальная система, должна иметь в своем составе следующие основные блоки: база правил, база данных, механизмы самообучения и накопления новых знаний о мире.

Двухуровневая (по семантике) база механизмов логического вывода,

строящихся на продукционных правилах, обеспечивает активацию (выбор) ПрС/С и необходимых в ней математических моделей значимых событий. Механизм такого назначения называют механизмом вывода на множестве ПрС/С [81, 222]. Модель мира при этом – семантическая сеть ПрС/С, ситуационные векторы SV , математические модели для оперативного вычисления координат SV . Механизмы вывода первого уровня чаще всего реализуются в форме продукционных правил «если ..., то ..., иначе...», полнота и непротиворечивость которых достигается на системах имитационного моделирования совместно с экспертами [224]. Механизмы вывода второго иерархического уровня событий обеспечивают выбор рационального способа.

На практике наиболее часто применяются следующие три типа механизмов вывода: продукционные правила, многокритериальный выбор, выбор по прецеденту. Формирование ситуационного (SV) и прецедентного векторов (PV) происходит на основе обработки измерительной информации о состоянии объекта управления, на основе которого формируется ситуационный вектор (SV). Прецедентный вектор (PV) формируется на этапе подготовки ИИУС к эксплуатации, при этом используются материалы работы с экспертами и результаты математических исследований оптимизационных задач, адекватных рассматриваемым ПрС/С.

Итак, в существующих ИИУС из указанных ранее трех ГУУ в полном объеме программно-алгоритмически поддерживается только третий. Поэтому в настоящее время *проблема разработки ИТИУРЭС не утратила своей научной актуальности*. Это связано с тем, что в соответствии с теоремой из [81] каждую ПрС/С можно представить через оптимизационную задачу определенного типа, а *решение оптимизационных задач для нелинейных систем – известная неразрешенная научная проблема*. Практическая необходимость ее разрешения определяется анализом проблем функционирования и противоречиями в требованиях к ИТИУРЭС.

Таким образом, концептуальная модель ИТИУРЭС позволила системно проанализировать противоречия в требованиях и предложить основу для поиска

компромиссов на базе решения оптимизационных задач для каждой ПрС/С. Для оценки их эффективности необходимо рассмотреть показатели и критерии эффективности функционирования ИТИУРЭС.

1.4 ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

Цель функционирования ИТИУРЭС может быть обеспечена только посредством достижения целей ее отдельных компонент. При формулировке целей принято отождествлять цели подсистем как средства достижения цели системы более высокого уровня [225].

Для оценки эффективности применения ИТИУРЭС необходимо ввести соответствующие показатели и критерии эффективности. В общем случае под показателем эффективности (ПЭ) понимают количественную меру интенсивности проявления свойства эффективности системы [234, 260]. ПЭ характеризует результат использования системы по целевому назначению и определяется следующими факторами: выходным полезным эффектом $W_э$, затратами ресурсов C и времени T . Если обозначить результат функционирования ИИУС как функцию $Y(W_э, C, T)$, а требуемый результат - Y_{TP} , то в качестве ПЭ можно использовать функцию соответствия $f(Y(W_э, C, T), Y_{TP})$, которая определяет потери при отличии $Y(W_э, C, T)$ от Y_{TP} . Так как функция соответствия в общем случае является случайной, то в качестве ПЭ принимают средние потери [234]

$$\mathcal{E} = M \{ f(Y(W_э, C, T), Y_{TP}) \}. \quad (1.1)$$

Учитывая, что ПЭ ИТИУРЭС является количественной мерой ее качества, то есть совокупности полезных свойств, эффективность будет характеризоваться

совокупностью частных показателей. Все ПЭ ИТИУРЭС условно можно разделить на три группы [234]:

- ПЭ решения целевых задач (точность, оперативность, скорость синхронизации и т.д.);
- показатели устойчивости ИУС к возмущающим факторам;
- показатели расхода ресурсов за период жизненного цикла ИУС.

Наличие совокупности разнородных показателей приводит к необходимости решения многокритериальных задач по векторной оценке эффективности ИТИУРЭС, что значительно снижает оперативность и доступность принятия решения об эффективности. Для устранения данной проблемы используют метод скаляризации векторного ПЭ.

Однако практика показывает, что обобщенный ПЭ указанного вида обладает слабой вычислимостью и его сложно использовать. Поэтому традиционно в условиях неопределенности в основе построения критериев эффективности функционирования ИУС используют условную вероятность, связывающую вектор-функцию наблюдений $\mathbf{y}(\mathbf{x}, t) = [y_j, j = \overline{1, n}]^T \in \mathbb{R}^n$ со случайным вектором состояния $\mathbf{x}(t) = [x_i, i = \overline{1, r}]^T \in \mathbb{R}^r$; ^{T} – знак транспонирования; j, n, i, r , – натуральные числа; $\mathbb{R}$ – символ, который здесь и далее обозначает гильбертово пространство соответствующей размерности [261]. Простейший вариант ПЭ может задаваться через вероятность [123] нахождения x_i в интервале $T_i^{\alpha_i}$ следующим образом:

$$P[x_i \in T_i^{\alpha_i}] = \alpha_i, \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1, \quad (1.2)$$

или

$$\int_{T_i^{\alpha_i}} \rho(x_i) dx_i = \alpha_i, \quad (1.3)$$

где $\rho(x_i)$ – плотность вероятностей.

Известно [218], что при нормальном распределении $\mathbf{y}(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{x}(t)$ величина

$$W_{ii}(x_i - M[x_i])^2 \quad (1.4)$$

имеет распределение «хи-квадрат» и при заданном α_i можно найти такое C_{α_i} , что

$$P\left[W_{ii}(x_i - M[x_i])^2 \leq C_{\alpha_i}\right] = \alpha_i, \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1, \quad (1.5)$$

где $M[\cdot]$ – оператор математического ожидания; W_{ij} – неотрицательные числа.

Поскольку аргумент приведенного выражения характеризует неопределенность нахождения x_i , то широкое распространение получил следующий функционал потерь [36, 252]:

$$\langle J \rangle = M\left[(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T \mathbf{W}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) | \mathbf{y}\right], \quad (1.6)$$

где $\hat{\cdot}$ – знак, здесь и далее, обозначающий оценку; $\mathbf{W}$ – неотрицательная действительная матрица весов. Вектор оценок $\hat{\mathbf{x}}$ минимизирует функционал потерь $\langle J \rangle$ и представляет собой условное математическое ожидание (МОЖ) $\hat{\mathbf{x}} = M[\mathbf{x} | \mathbf{y}]$.

Оценка, полученная из условия минимума $\langle J_0 \rangle$, соответствует оценке критерия метода наименьших квадратов в случае гауссовского распределения вероятности [77]

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} (\mathbf{y}(t) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t), t))^T \mathbf{R}_\xi^{-1} (\mathbf{y}(t) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(t), t)) dt = \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \Delta^T \mathbf{R}_\xi^{-1} \Delta dt, \quad (1.7)$$

где t – время, $t \in [t_0, t_1] \subset \mathbb{R}$; t_0 – момент времени начала наблюдений; t_1 – момент времени окончания наблюдений; $\mathbf{h}$ – известная вектор-функция; $\mathbf{R}_\xi$ – ковариационная матрица. Следует отметить, что функционал (1.7) нередко выступает в качестве критерия эффективности точности оценки параметров движения транспортных средств, параметров измерительных сигналов или параметров математических моделей датчиков. Например, снижение точности оценки параметров движения ЛА приводит к увеличению вероятности происшествия на транспорте. Для исключения этого в Приказе Министерства транспорта Российской Федерации № 178 от 22 мая 2024 г. задают допустимую среднеквадратическую ошибку оценки координат (см. табл. 1.1), которая связана с

величиной предотвращенного ущерба и соответствует целевому уровню снижения числа происшествий.

Автокорреляционная функция случайного процесса $\mathbf{x}(t)$ по определению представляется следующим выражением

$$M[\mathbf{x}^T \mathbf{x}], \quad (1.8)$$

которое для детерминированного процесса примет вид

$$J = \int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{x}^T \mathbf{x}) dt. \quad (1.9)$$

Приведенный функционал также может использоваться как показатель, характеризующий быстродействие системы управления [65, 262].

Таким образом, в рамках построения ИТИУРЭС в соответствии с теоремой из [81] для решений оптимизационных задач можно использовать традиционные критерии, например, апостериорную плотность вероятностей или среднеквадратическую ошибку, которые эквивалентны в условиях нормального распределения шумов состояния и наблюдения. Наряду с вероятностными требованиями к ИТИУРЭС предъявляются формализуемые целевым функционалом детерминированные требования и устанавливаются ограничения, в частности, на управления, например,

$$J = \int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{u}^T \mathbf{u}) dt, \quad (1.10)$$

где $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^k$ – детерминированный вектор возмущений (управлений), определяющий нестационарность протекающих процессов; k – натуральное число.

Функционал (1.9) при ограничении на управление определяет критерий точности и плавности полета. Его минимизация, например, для модельной задачи «взлета – посадки», обеспечивает увеличение величины предотвращенного ущерба за счет снижения риска повреждения ЛА при приземлении. При этом в качестве частных показателей эффективности, от которых зависит величина

предотвращенного ущерба, могут быть выбраны указанные в табл. 1.1 или $\dot{\mathbf{x}} = 0$ при $t=t_1$.

Для обобщения изложенного и ограничения рамок исследования вводится критерий эффективности режимов функционирования ИТИУРЭС, определяемый функционалом следующего вида:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{q}(\mathbf{x}, \mathbf{u})) dt, \quad (1.11)$$

где F – скалярная непрерывная вместе со своими частными производными определенно-положительная целевая функция, характеризующая каждый из режимов функционирования ИТИУРЭС; $\mathbf{q}$ – вектор обобщенных координат. Критерий качества конкретизируется в соответствии со спецификой решаемой задачи, другие описанные функционалы целесообразно использовать как показатели эффективности.

Таким образом, в качестве критериев эффективности нередко выбирают функционалы оптимизационных задач с положительно определенной и непрерывной по совокупности аргументов подынтегральной функцией. Однако для каждого из них при решении прикладных задач могут выбираться различные показатели эффективности. Сведение различных частных критериев эффективности к единой метрике возможно с использованием величины предотвращенного ущерба $K(F(\mathbf{q}))$, зависящей сложным образом от порождающей целевые функционалы оптимизационных задач подынтегральной функции $F(\mathbf{q})$.

Тогда необходимо иметь ввиду, что в соответствии с п. 2 прил. №2 Приказа Минтранса России №198 от 30.05.2025 г. выполнение государственной программы Российской Федерации «Развитие транспортной системы» (утв. пост. Правительства Российской Федерации от 20.12.2017 г. №1596 г. на период до 2030 г. с прогнозом на период до 2035 г.) предполагает сокращение числа происшествий на транспорте на единицу транспортного средства на 16,1% относительно 2021 г. В случае одного объекта или при условии рассмотрения происшествий одного веса относительное сокращение числа происшествий на транспорте на единицу

транспортного средства может приниматься прямо пропорциональным относительному выигрышу в величине предотвращенного ущерба. Вследствие этого общим критерием эффективности ИТИУРЭС является относительное увеличение величины предотвращенного ущерба $\Delta K(F(\mathbf{q}))$ не менее чем на 16,1%.

1.5 СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ СИНТЕЗА ТРАНСПОРТНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ И ПРОБЛЕМА ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ ИХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОСТИ

1.5.1 ДЕКОМПОЗИЦИЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Использование процедур интеллектуализации для адаптации ИУС к неопределенностям сопровождается увеличением вычислительных затрат, снижением оперативности, а в конечном итоге автономности подвижных объектов, а также точности алгоритмов управления, оценки и идентификации для линейных или линеаризованных математических моделей, что не позволяет приблизиться к потенциальной результативности функционирования ИУС.

Преодоление указанного противоречия в практике требует использования современных методов синтеза ИТИУРЭС. В соответствии с теоремой из [81] **каждую ПрС/С можно представить через оптимизационную задачу определенного типа**, что предполагает применение статистической теории синтеза и современной теории автоматического управления.

Достижение цели исследований на основе решения оптимизационных задач возможно не единственным образом [55], что демонстрируется рисунком 1.3.

Альтернатива 1 состоит в разбиении фазового пространства на m областей, соответствующих $РФ_i$, $i = \overline{1, m}$, постановке m оптимизационных (экстремальных)

задач и решении m соответствующих им двухточечных краевых задач (ДТКЗ), что не учитывает присутствующих на практике неопределенностей и само по себе проблематично. Изменение режимов функционирования в таком случае производится с использованием теории множеств [90].

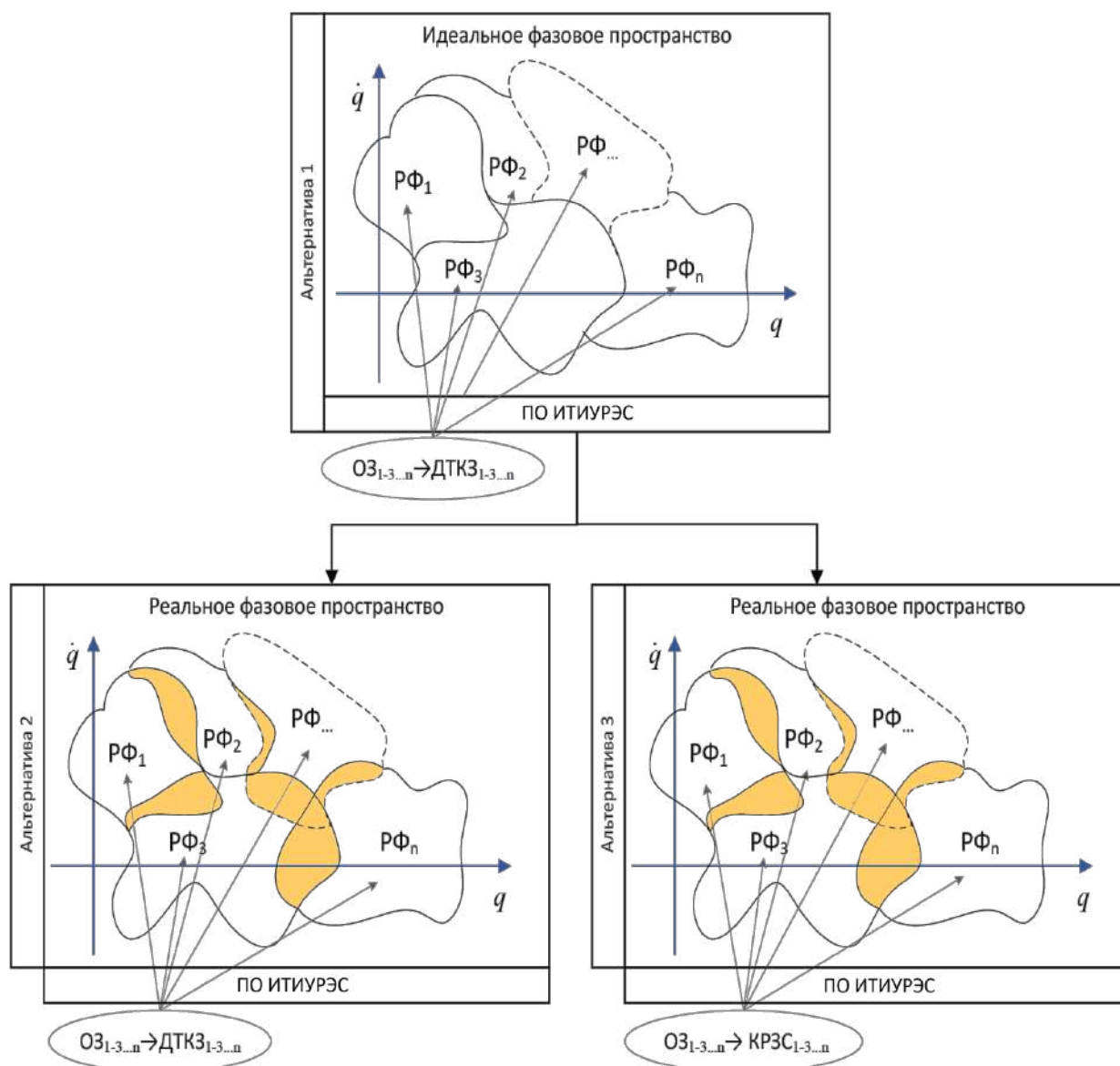


Рисунок 1.3 – Анализ альтернатив: $P\Phi_i$ – режимы функционирования $\left(i = \overline{1, m}\right)$,
 $ОЗ_i$ – оптимизационные задачи, $КРЗС_i$ – квазиоптимальные решения задач синтеза; $q, \dot{q}$ – переменная состояния и скорость ее изменения

Альтернатива 2 учитывает нечеткость фазового пространства, но также сводится к необходимости решения m ДТКЗ, что не позволяет преодолеть

указанных противоречий.

Взятая за основу альтернатива 3 отличается от других тем, что

а) интеллектуализация реализуемых в ПО ИУС алгоритмов управления, оценки и идентификации предполагается на базе нечеткой логики,

б) подход к решению оптимизационных задач [31] синтеза реализуется с использованием инвариантов и позволяет унифицировать процесс поиска близких к оптимальному решений в форме синтеза. Тогда построение зависимости между связанными с режимом функционирования лингвистическими переменными и типовыми структурами обратных связей обеспечит адаптацию к наблюдаемой динамике. Повышение оперативности синтезируемых алгоритмов может быть достигнуто использованием нейронечетких алгоритмов, обеспечивающих массовое распараллеливание вычислительных процедур.

1.5.2 МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Первые попытки разработать эффективные математические методы решения оптимизационных задач обработки результатов измерений можно отнести ко временам Г. Галилея, А. Лежандра и К. Гаусса. Гауссу, как считается, принадлежит первое употребление понятия оценивания, которое было применено к расчету траекторий движения небесных тел. В 1795 г. К. Гаусс разработал метод наименьших квадратов, который стал мощным аппаратом при решении задач прогноза и фильтрации.

Следующий этап становления статистических методов обработки измерительной информации связан с интенсивным развитием радиолокационной техники, которое началось в конце 30-х – начале 40-х гг. XX столетия. При этом на первый план выдвигалась проблема решения задачи фильтрации – выделения полезного сигнала на фоне шума.

Традиционно для синтеза алгоритмов оценки используют методологию

статистического синтеза. Ее прямое применение связано с решением стохастических дифференциальных уравнений, которые характеризуются большой сложностью, поскольку приводят к необходимости решения многомерного уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова, а при наличии наблюдений – уравнения Стратоновича. Использование гауссовской аппроксимации позволяет перейти к уравнениям расширенного фильтра Калмана. На практике производится дальнейшее понижение сложности путем использования линеаризованной модели эволюции параметров изучаемого процесса.

Несмотря на то, что плотность вероятности является исчерпывающей характеристикой случайного процесса, на практике часто используют более простые характеристики – моментные функции. Например, при решении плохо обусловленных задач часто применяют усовершенствованные вычислительные процедуры, которые позволяют повысить точность и устойчивость алгоритмов среднеквадратической аппроксимации, основанные на методах «гребневых» оценок или методах ридж-оценивания. Однако их применение сопряжено с выбором дополнительных параметров вычислительных процедур, который носит субъективный характер, а также приводит к существенному увеличению вычислительных затрат.

При этом расширенный фильтр Калмана относительно прост и дает хорошие результаты при умеренных нелинейностях и невысоком уровне шума. Однако ввиду того, что на практике зачастую неизвестен характер внешних воздействий и, таким образом, невозможно априорно оптимальным образом подобрать параметры фильтра, то расширенный фильтр Калмана в условиях априорной неопределенности редко обеспечивает получение сходящихся высокоточных оценок искомых параметров.

Впервые проблема неустойчивости процедуры оценивания была проанализирована самим Р. Калманом и позднее другими авторами в работах, которые посвящены применению алгоритмов калмановского типа в задачах пространственной навигации и определения орбит. Причинами неустойчивости вычислительных процедур являются отсутствие точных сведений относительно

вероятностных характеристик входных сигналов, упрощение моделей с целью уменьшения вычислительных трудностей, линеаризация уравнений, накопление ошибок округления, методические погрешности и другие.

С расходимостью пытаются справиться путем [226]:

- ограничения уменьшения коэффициента усиления фильтра, чего можно достичь за счет искусственного увеличения интенсивности формирующих шумов или ограничением снизу элементов корреляционной матрицы ошибок оценивания;
- учета «старения» данных (экспоненциальное «старение», учет ограниченного числа прошлых наблюдений с равным весом и другие). При этом полагается, что все прошлые шумы измерений характеризуются возрастающими корреляционными матрицами, причем скорость возрастания определяется степенью коэффициента старения;
- использования адаптивных методов фильтрации, вводящих соответствующие изменения в структуру и параметры исходной модели, а также методы, компенсирующие ошибки от нелинейностей путем введения соответствующего смещения и увеличения априорной дисперсии измерений.

В радиолокации при решении задач оценки параметров движения среди методов последней группы к традиционным можно отнести те, которые для учета нестационарных воздействий используют процедуру расширения пространства состояний с построением формирующего фильтра с определенными на основе эксперимента параметрами.

В основу формирующих фильтров положены гипотезы об изменении состояния динамической системы. При синтезе следящих систем, когда изменение состояния рассматривается как белый гауссовский шум, реализуется гипотеза о случайном маневре. Она соответствует, например, перемещению ЛА из-за атмосферной турбулентности. Изменение характера движения может учитываться за счет пересчета матрицы интенсивностей шумов наблюдений. Одно из направлений совершенствования таких алгоритмов заключается в увеличении их быстродействия для сопровождения высокоскоростных целей, что может

достигаться при небольшом увеличении ошибок оценивания в сравнении с фильтром Калмана – Бьюси (ФК).

Использование процесса Маркова как модели ускорения не редко сопровождается гипотезой об отклонении от нормальной траектории в результате медленного разворота, противострельбового маневра или атмосферной турбулентности. Увеличение точности сопровождения в сравнении с расширенным фильтром Калмана в этом случае достигается, например, на основе использования нечетко-логического синтеза за счет отсутствия нелинейных преобразований шумов наблюдений и структурной адаптации фильтров. Однако такие решения характеризуются большим объемом вычислительных затрат. Это ограничивает возможность их применения для сопровождения в реальном масштабе времени скоростных ЛА и в бортовых радиоэлектронных системах ЛА. Одна из альтернатив в такой ситуации – применение конечномерных фильтров оптимальной структуры, но на практике получили распространение различные варианты менее точных, но более устойчивых $\alpha - \beta$ или $\alpha - \beta - \gamma$ алгоритмов, где адаптация реализована за счет ограничения коэффициентов обратной связи и процедур выбора параметров фильтра.

Из-за относительной простоты наряду с $\alpha - \beta$ или $\alpha - \beta - \gamma$ алгоритмами достаточно широко применяются фильтры Винера, реже двухточечные экстраполяторы. К достоинствам первого типа фильтров можно отнести простоту реализации в сравнении с ФК, к недостаткам – он плохо отслеживает траектории интенсивно маневрирующих целей. Фильтры Винера имеют постоянный коэффициент передачи и применяются в тех случаях, когда характеристики обычного и упрощенного фильтров Калмана сравнимы.

Модель Берга соответствует гипотезе о координированном развороте, где неизвестные возмущения рассматриваются как цветной шум. Однако параметров, подлежащих определению, здесь больше чем в модели Зингера. Для их определения применяется процедура расширения пространства состояний. В результате вычислительная сложность таких алгоритмов возрастает, а устойчивость падает.

Предположение о постоянной или почти постоянной линейной и угловой скоростях приводит к модели, которая отличается универсальностью вследствие того, что достаточно хорошо описывает как прямолинейное равномерное движение, так и скоординированный разворот. Ее использование также характеризуется относительно большой вычислительной сложностью.

Существуют и другие гипотезы относительно характера маневра. Например, в зарубежных публикациях для учета многосвязности динамических систем конструируются различные « $2D$ » и « $3D$ » модели, структура которых во многом определяется выбором координатного базиса. Однако подобные математические модели часто достаточно громоздки и содержат относительно большое число параметров.

При этом несоответствие положенной в основу процедуры оценивания математической модели наблюдаемому процессу приводит к ошибкам экстраполяции и является одной из причин расхождения фильтра и даже срыва вычислительной процедуры. Неточность математических моделей связана с априорной неопределенностью относительно динамики движения и вида маневра цели, что приводит к ошибкам при выборе рационального варианта уравнения состояния. В результате возникает необходимость адаптации математической модели к наблюдаемой динамике.

Этого, например, «можно добиться уточнением параметров модели из условия минимума невязки наблюдений. В таком случае вектор пространства состояний исходной задачи оценивания расширяется и вычислительные затраты возрастают. Часто с ростом адекватности моделей увеличивается число параметров, что может делать неприемлемым их использование в задачах сопровождения маневрирующих ЛА в реальном масштабе времени.

Другой подход к адаптации основывается на оценивании «неизвестного входного управления», которое полагается постоянным в течение некоторого времени, требует обнаружения и оценки для коррекции состояния. Несмотря на то, что в ряде случаев эти приемы обеспечивают получение удовлетворительных оценок причина расходимости и срыва алгоритмов оценивания для многих классов

современных маневрирующих объектов остается. Это связано с описанием маневров как случайных процессов. Если наблюдаемая динамика не соответствует такому предположению, то необходимо использовать многорежимную модель» [83], что приводит к большим вычислительным затратам и ограничивает возможность применения таких решений в реальном масштабе времени для скоростных целей.

В литературе широко известны взаимодействующие многомодельные алгоритмы с фиксированной структурой, основанные на неизменном наборе моделей, определенном заранее и покрывающем все возможные режимы движения цели. В этих алгоритмах в каждый момент времени происходит запуск всех фильтров, основанных на моделях в наборе, и полная оценка осуществляется путем взвешенного суммирования оценок, полученных от фильтров. Однако подобные оценщики приемлемы только для случаев неинтенсивного маневрирования. По мере усложнения характера движения цели становится недостаточно ограниченного числа моделей для описания всех возможных режимов движения. С увеличением числа моделей в наборе для взаимодействующих многомодельных алгоритмов с фиксированной структурой существенно увеличиваются вычислительные затраты, а результаты оценивания не всегда улучшаются.

Известны фильтры, синтезированные с использованием теории интеллектуальных систем. Их применение зачастую требует еще больших вычислительных затрат.

Так возникает известное *противоречие* между требованием максимальной детализации математической модели для повышения достоверности и точности оценки и требованием конструктивности, которое диктуется возможностями исследователя [4]. «Найти компромисс в рамках традиционного подхода – весьма трудная задача» [8], при том, что линеаризованные модели стохастических фильтров оценки состояния практически исчерпали резерв повышения точности.

Следует отметить, что в связи с необходимостью оценки нелинейных систем в условиях воздействия негауссовских случайных процессов разработано большое число алгоритмов, которые, как правило, структурно подобны фильтру, например,

расширенный фильтр Калмана, ансамбльный фильтр Калмана, регрессионные фильтры, сигма-точечные фильтры и т.д. Эффективность таких решений не всегда соответствует необходимым требованиям, поскольку они используют аппроксимацию, обоснованность применения которой не всегда очевидна и сводится к эмпирическим предположениям. При этом ковариационные приближения к абсолютно оптимальному фильтру могут оказаться неприемлемо сложными.

Применение методов решения экстремальных задач оптимизации также приводит к калмановским алгоритмам. В частности, такой результат получают на основе методов теории регуляризации или процедуры инвариантного погружения, а в качестве классического примера необходимо привести метод наименьших квадратов. Его применение сопровождается существенными трудностями, причиной которых является то, что задача обработки измерительной информации относится к классу некорректных, поскольку в линейном случае сводится к непосредственному обращению оператора исходного уравнения, а в нелинейных задачах – к обращению производной этого оператора, которые в некорректных задачах не имеют ограниченного обратного. Как показали реальные исследования, числа обусловленности входной матрицы системы уравнений метода наименьших квадратов могут достигать огромных значений. В таких условиях даже малые ошибки входных данных могут привести к значительному искажению искомых решений.

В условиях, когда вычислительные мощности достаточно велики, можно использовать итерационную регуляризацию линейных некорректных задач, которая в настоящее время изучена достаточно полно, имеется большой объем доступной литературы. В то же время, как показали данные вычислительного эксперимента, итерационные алгоритмы решения нелинейных некорректных задач, построенные формально по той же схеме, что и для линейных задач, оказываются вполне работоспособными. Наличие таких результатов стимулирует дальнейшие исследования итерационных алгоритмов решения в общем случае нелинейных обратных задач [263].

Применять итерационные методы для обработки экспериментальных данных при ограниченных вычислительных ресурсах не целесообразно. Главное преимущество подобных решений состоит в возможности учета практически любой априорной информации об искомом решении, основные недостатки – большой объем вычислительных затрат и возможное накопление ошибок.

Другим направлением синтеза алгоритмов обработки измерительной информации является применение функционала обобщенной работы. К достоинствам синтезированного с его использованием фильтра Красовского относят простоту и низкую чувствительность к изменению интенсивности шумов наблюдения [264]; к недостаткам – относительно небольшую точность оценивания.

1.5.3 ДЕКОМПОЗИЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

В рамках системного анализа для разрешения обозначенного *противоречия в теории оценивания* применяется декомпозиция исходной в общем стохастической задачи на несколько более простых задач. Подобная процедура предлагается известной «схемой двухэтапной оптимизации» [52], обеспечивающей редукцию исходной стохастической задачи оценки к ряду оптимизационных задач [54], что стало основой разработки совокупности методов синтеза субоптимальных фильтров на основе выделения следующих этапов оптимизации – построение адаптивных математических моделей объектов наблюдения как решений задачи типа синтеза оптимального управления и синтез алгоритмов фильтрации на их основе. Один из удачных примеров развития предложенного в [52] и описанного подхода к декомпозиции стохастической задачи синтеза алгоритмов обработки измерительной информации можно найти в [54]. При решении задач оценки конструктивные результаты также удастся получить на основе метода декомпозиции по целевому функционалу [98].

В задачах синтеза управлений нередко применяется метод декомпозиции Е.С. Пятницкого [57, 78].

1.5.4 МЕТОДЫ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Нередко становление теории оптимального управления связывается с применением игольчатой вариации, предложенной Макшейном, который на ее основе с использованием теоремы об отделимости выпуклых множеств доказал условие Вейерштрасса для любого решения задачи Лагранжа, что ознаменовало начало периода бурного развития методов выпуклого анализа. К примеру, теорема об отделимости выпуклых множеств в фазовом пространстве была использована Р.В. Гамкрелидзе, впервые строго доказавшим принцип максимума Л.С. Понтрягина. Он приводит к решению задач программного управления, а проблема синтеза требует дополнительных громоздких построений [265, 266]. При этом полученное решение оптимизационной задачи может проходить по границе замкнутого множества допустимых элементов в то время, как условие Вейерштрасса в таких условия может не выполняться.

Ключевой этап доказательства принципа максимума Л.С. Понтрягина состоял в выборе вариаций управления и доказательства близости соответствующих им решений дифференциального уравнения. Анализ множеств запрещенных и допустимых вариаций в рамках метода Дубовицкого-Милютина позволил получить «локальный» и «глобальный» принцип максимума. Многие последующие глубокие теоретические результаты связаны с исследованием решений дифференциальных уравнений. Однако они не привели к получению принципиально новых прикладных результатов и не отличились простотой.

В результате до настоящего времени синтез оптимального управления осуществлялся, как правило, для простейших систем и линейно-квадратичных задач, задачи быстрогодействия с кусочно-постоянным управлением [262, 267 – 269]. Это требовало от исследователя творческого подхода при принятии упрощающих предположений. В результате часто получаемый закон управления [4] становился неоптимальным [4].

Например, в работах И.М. Ананьевского, Ф.Л. Черноусько получены

управления близкие к оптимальным, если величины возмущений и нелинейностей в системе оказываются малыми [79, 82]. Так или иначе эти подходы, например, используются в работах И. Фантори, Р. Лозано, которые посвящены синтезу управлений с дефицитом управляющих воздействий [270, 271]. Однако в них рассмотрены лишь линеаризованные динамические системы, что является одним из характерных ограничений для алгоритмов, синтезированных в рамках указанных направлений. Кроме того, управляющие воздействия имеют релейный характер и функционируют в линейных подсистемах. В области неустойчивого равновесия это приводит к управлению на скользящих режимах с высокой частотой переключения знака управляющего воздействия большой интенсивности [272].

Исследования В.И. Уткина и С.В. Емельянова послужили толчком для развития теории синтеза систем с разрывным управлением. К достоинствам подобных решений традиционно относят робастность и достаточно высокие динамические свойства синтезированных систем. Преодоление сопутствующих недостатков связано с решением частных задач, обусловленных выбором моментов переключения, обеспечения устойчивости, увеличения энергоэффективности и быстродействия [80, 273, 274]. Это может осуществляться за счет изменения поверхностей переключения, например, с использованием методов нечеткого управления, искусственных нейронных сетей, синергетической теории управления [274 – 277].

В связи с этим А.А. Красовский констатировал «кризис современной теории управления в последней четверти XX века». К числу важнейших направлений современной прикладной теории управления он отнес «физическую теорию управления», опирающуюся на физические законы [278]. К обозначенной области исследований по поиску решений задач синтеза вплотную примыкают результаты, основанные на применении принципа декомпозиции управляемых систем, концепции обратных задач динамики, применении функций А.М. Ляпунова, которые также отнесены к перспективным [278, 279].

Концепции «современной теории управления» принадлежат работы Е.С. Пятницкого, П.Д. Крутько, В.И. Матюхина [75, 280 – 283], посвященные

проблеме робастного управления механическими системами лагранжева типа.

Е.С. Пятницким сформулирована задача управления «черным ящиком механической природы» как задача построения универсальных законов управления, обеспечивающих стабилизацию движения системы в достаточно широких условиях информационной неопределенности о динамических параметрах системы и внешней среды [284]. В качестве такого закона предложен закон релейного регулирования по каждой из обобщенных координат для нелинейной лагранжевой динамической системы. Это решение приводит к скользящему режиму по каждой из координат и к их динамической развязке.

П.Д. Крутько использовал свойства уравнений Лагранжа второго рода, описывающие динамику исследуемого объекта, при решении обратных задач динамики на основе минимизации локальных функционалов [74, 283]. Однако применение этого подхода для решения задач синтеза оптимальных систем осложняется наличием неопределенности в выборе функции обратной связи, рекомендации или методика определения которой на данный момент не получены.

В.И. Матюхиным был предложен подход к синтезу «универсальных» («многорежимных») законов управления, однако данное решение задачи стабилизации движения устойчивой механической системы, находящейся вблизи положения равновесия, что ограничивает область применимости разработанного метода. Несмотря на недостатки в целом этот подход характеризуется высокой конструктивностью. На его основе получено большое количество результатов решения прикладных задач, в том числе в области радиотехники [74]. Получил развитие энергетический подход [285, 286]. На основе его использования решена прикладная задача управления вектором скорости ЛА [286].

Учет физических особенностей динамической системы также лежит в основе методов синергетического подхода [286 – 288], который привел к получению ряда конструктивных результатов решения задач управления нелинейными объектами, но синтезируемые таким образом управления часто являются структурно-сложными, не показана их связь с оптимальными решениями.

Совокупность конструктивных результатов получена на основе

квазиоптимального синтеза, который для снижения сложности использует допущения, обеспечивающие выделение допустимого класса решений и построения разумного приближения при поиске оптимального. Так, например, решение оптимизационной задачи с использованием функционала обобщенной работы связано с введением дополнительного ограничения и рассмотрением соответствующей изопериметрической задачи. Это позволяет свести поиск решения оптимизационной задачи к необходимости анализа линейного уравнения Ляпунова, что является одной из причин интереса к методам квазиоптимального синтеза [281, 289].

Изучение свойств объекта по результатам анализа приращения функционала [290] «позволяет составить представление о характерных особенностях оптимальных условий» [291]. При этом, как правило, вследствие упрощающих допущений реализация подобных процедур возможна не единственным способом, что порождает множество решений. В отдельных случаях удастся установить их связь с известными результатами теории оптимального управления и аналитической механики [292], так, например, в [53] рассматривается «теория оптимальных процессов на основе методов аналитической механики».

Необходимо отметить, что практика синтеза на основе редукции к изопериметрической задаче известна, к примеру, Ч.А. Дезоером предложена редукция задачи быстрогодействия к изопериметрической задаче. Поскольку такая процедура предполагает различные варианты решения, то возникает возможность синтеза квазиоптимальных законов управления на основе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче и построения систем управления по различным критериям.

Такой подход использован в [57], где для расширенного интеграла действия впервые получена краевая задача, решение которой удовлетворяет условию максимума функции обобщенной мощности и требованию выполнения энергетического баланса на экстремальной траектории. Важно подчеркнуть, что построение вспомогательного функционала с использованием интеграла действия для решения задач синтеза управлений использовалось впервые в работе [293]. Это,

например, позволило синтезировать новое решение задачи стабилизации углового положения космического аппарата. Исследование асинхронной вариации вспомогательного функционала на примерах задачи синхронизации и задачи А. Фуллера привело к построению управления с точностью до синтезирующей функции, структура которой определяется поверхностью переключения [61 – 63].

Таким образом, *использование получивших распространение методов теории оптимального управления требует разрешения **противоречия** между точностью решения задачи синтеза и его сложностью, а порой возможностью, поскольку требуется решение двухточечной краевой задачи для каждого режима.* На основе методов теории регуляризации или инвариантного погружения получаются алгоритмы калмановской структуры, которые, как правило, требуют дальнейшей адаптации. Для нелинейных динамических систем проблема синтеза в общем случае по настоящее время не разрешена. Вследствие ее сложности на практике получили распространение эвристические решения. Например, ПИД – регуляторы, которые предназначены для обеспечения практически только одного режима функционирования, порождают интеллектуальные алгоритмы управления с использованием процедуры нечетко-логического вывода. Синтез робастных управлений, отличающихся широкой областью использования, может осуществляться в рамках концепции Е.С. Пятницкого. Их практическая реализация также допускает интеллектуальные решения. Так развитие теории систем с переменной структурой связывается с массовым применением нечетких и нейросетевых систем управления.

1.5.5 МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ

Синтез нелинейных систем управления также требует разрешения параметрической неопределенности. В зависимости от преобладающего характера протекающего процесса идентификация параметров осуществляется на основе теории статистического синтеза или оптимального управления.

Существенным недостатком всех методов статистического синтеза является необходимость в исходных сведениях, которые в наилучшем случае полной априорной определенности сводятся к заданию законов распределения вероятностей для всех величин, процессов, входящих в синтезируемый алгоритм. Однако полная априорная определенность не является типичной [263].

В результате получили толчок к развитию методы адаптивной фильтрации. Их применение ведет к еще большему усложнению вычислительных алгоритмов и увеличению числа его параметров. Кроме того, в настоящее время отсутствует единый теоретически обоснованный взгляд на процесс адаптации.

Необходимость практической реализации алгоритмов идентификации в условиях априорной неопределенности привела к использованию аппарата нечетких множеств для синтеза алгоритмов оценивания. Полученные таким образом алгоритмы характеризуются высокой устойчивостью, небольшими вычислительными затратами, но оценки параметров в этом случае, как правило, не удовлетворяют предъявляемым к ним требованиям.

Попытки уменьшить объем вычислительных затрат и сложность синтеза алгоритмов обработки измерительной информации привели к развитию методов квазиоптимальной фильтрации. Но из-за приближенности использование синтезируемых на их основе алгоритмов не позволяет достичь потенциальной точности [263].

Целый класс методов параметрической идентификации динамических систем использует градиентные процедуры. При этом ограничение на их применение сводится, как правило, к возможности вычисления частных производных переменных состояния по идентифицируемым параметрам.

Не менее распространенными являются методы инвариантного погружения, включения инвариантов и т.д. Их можно использовать для идентификации параметров, последовательного оценивания параметров и состояния линейных и нелинейных наблюдаемых систем. Главным достоинством таких процедур является обеспечение сходимости процедуры идентификации к фактическим значениям параметров в довольно широком диапазоне начальных оценок [263], но

зачастую полученные таким образом алгоритмы имеют калмановскую структуру с известными недостатками.

Один из конструктивных подходов к априорному определению параметров может базироваться на нейросетевых методах [294].

*Следовательно, задача идентификации требует разработки новых методов оценивания параметров, обеспечивающих разрешение **противоречия** между точностью оценивания и вычислительной сложностью соответствующих вычислительных процедур.*

Таким образом, анализ традиционных методов синтеза ИУС показал [221, 223, 295, 296], что классические методы решения оптимизационных задач оценки, управления и идентификации достигли определенного предела в улучшении показателей качества бортовых и наземных информационно-управляющих систем. *В настоящее время общеизвестно **противоречие** между повышением качества ИТИУРЭС за счет усложнения программно-алгоритмического обеспечения на основе его интеллектуализации и оперативностью применения по целевому назначению.*

В связи с изложенным в качестве **предмета исследования** выбраны методы синтеза алгоритмов управления, оценки и идентификации ИТИУРЭС в условиях нестационарных возмущений в областях фазового пространства с нечеткими границами.

1.5.6 ПРОБЛЕМА ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОСТИ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

Область исследований, именуемая «искусственным интеллектом» (ИИ), возникла и развивается параллельно с развитием теории автоматического управления, начиная примерно с 1950-х годов. Первоначально основное применение теории ИИ нашла в вычислительной технике и информатике, а затем уже и в автоматизации управления. Существует большое многообразие

определений ИИ, в работе [297], например, приведено следующее: ИИ – раздел информатики, изучающий методы, способы и приемы моделирования и воспроизведения с помощью ЭВМ разумной деятельности человека, связанной с решением задач.

В настоящее время идеи теории ИИ достаточно широко используются в теории и практике управления [296 – 301]. Соответствующие устройства, включаемые в состав систем управления, часто называют интеллектуальными (интеллектными) компонентами систем управления (ИКСУ). В качестве основных ИКСУ выделяют следующие: искусственные нейронные сети, генетические алгоритмы, системы, основанные на «знаниях» (СОЗ).

К СОЗ принято относить [221, 223]:

- системы, основанные на правилах;
- системы, основанные на автоматическом доказательстве теорем;
- системы, основанные на автоматическом гипотезировании, то есть на порождении гипотез;
- системы, основанные на рассуждениях по аналогии;
- объектно-ориентированные интеллектные системы.

Примерами систем, основанных на правилах, являются следующие СОЗ:

- системы нечетких правил (формируемых в удобных для человека качественных терминах);
- системы продукционных правил (вида «если выполняется условие, то делай»);
- системы логического программирования.

Общие цели интеллектуального управления можно сформулировать следующим образом [221, 223]:

- максимально использовать доступное знание об объекте и среде для обеспечения надежного управления с predetermined критерием;
- управлять в творческой, подобной человеку, манере, прогнозируя изменения в объекте и среде, сохраняя, например, путем самоорганизации

работоспособность даже при значительных изменениях, согласовывая и, может быть, пересматривая цели и критерии качества управления;

– со временем повышать эффективность управления объектом, путем аккумулирования экспериментальных знаний, то есть путем обучения на опыте.

С учетом сказанного, можно привести следующее определение [223]: система интеллектуального управления должна обладать способностью воспринимать информацию о процессах, возмущениях и условиях функционирования, выводить заключения и обучаться. Использование рассмотренных выше интеллектуальных компонент в современных бортовых и наземных ИУС расширяет потенциал проектирования и управления транспортом и объектами транспортной инфраструктуры путем охвата задач с неизвестными или уже неадекватными с некоторого момента эксплуатации уравнениями динамики либо задач, в которых модели в форме уравнений динамики могут уступать по эффективности моделям искусственного интеллекта (например, нечетким или нейронечетким моделям).

Взаимное проникновение методов теории управления и искусственного интеллекта приведено, по аналогии с [221, 223], на рисунке 1.4.

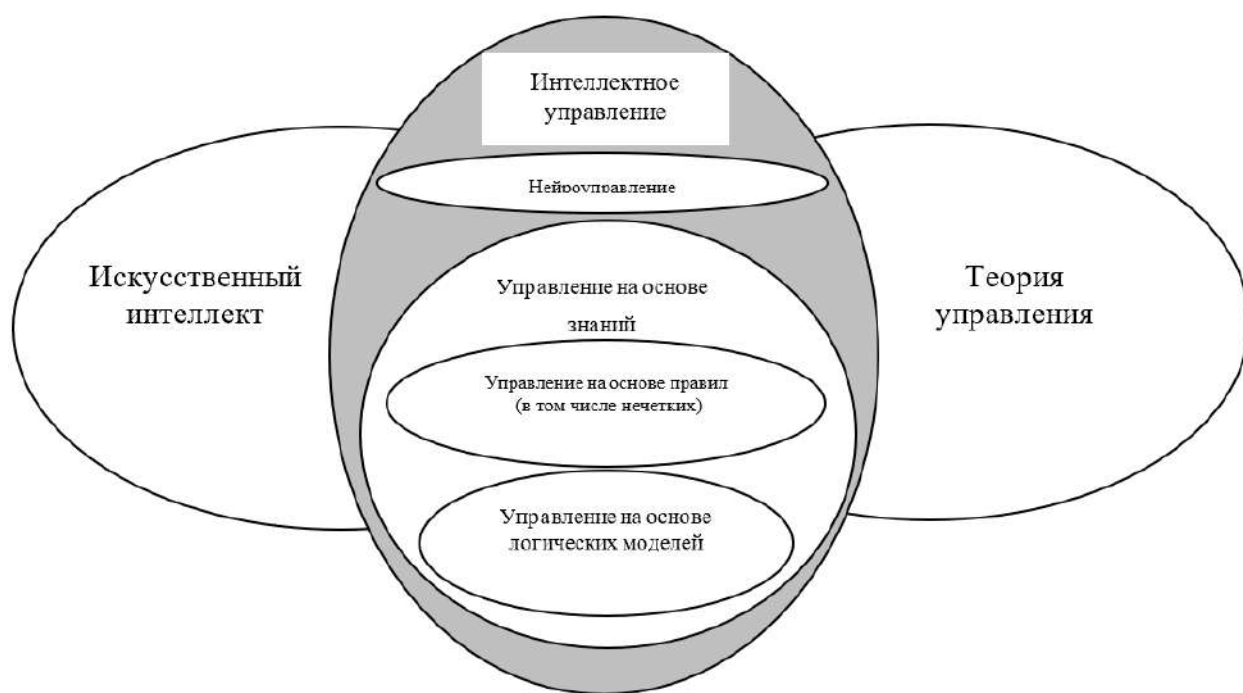


Рисунок 1.4 – Взаимосвязь теории управления и искусственного интеллекта

Реализация интеллектуальных бортовых и наземных ИУС осуществляется на основе типовых или специализированных ЭВМ. Применение ЭВМ в бортовых и наземных ИУС началось более 40 лет назад. С точки зрения сложившейся классификации систем ИИ, это были системы, базирующиеся на логическом и имитационном подходах, в которых осуществлялось копирование поведенческих свойств объекта управления с математических моделей – прототипов [297,302]. Следует отметить, что первые бортовых и наземных ИУС, да и большинство современных комплексов управления, не являются интеллектуальными в современном понимании, то есть они не наделены свойством обучения и обобщения воспринимаемой информации.

В работе [302] проведен анализ развития интеллектуальных возможностей бортовых и наземных ИУС, применяемых на пилотируемых космических ЛА. Уровень интеллекта бортовых вычислительных систем (БВС) в данном анализе характеризуется следующими показателями: количество заложенных в систему логических выводов (L), количество входных параметров, принимаемых БВС (N_{in}), количество выходных управляющих воздействий на бортовые системы (N_{uv}), усредненный коэффициент, учитывающий комбинаторную сложность алгоритмов распознавания ситуации управления (K). В таблице 1.2 представлены указанные выше показатели интеллектуальности ИУС, позволяющие оценить эволюции БВС.

Таблица 1.2 – Показатели интеллектуальности БВС [302]

Тип пилотируемого космического аппарата (тип БВС)	Характеристики БВС		N_{in}	N_{uv}	K	L
	Быстродействие (операций в секунду)	Объем памяти				
«Союз – Т» («Аргон – 16»)	$2 \cdot 10^5$	64 Кб	100	140	1,1	264
«Мир» («Аргон – 16», «Салют 5Б»)	$4 \cdot 10^5$	1 Мб	2000	1500	1,3	4550
«Буран» («Бисер-4»)	$1 \cdot 10^6$	2 Мб	5000	4000	1,5	13500
«Спейс Шаттл»	$4 \cdot 10^5$	0.5 Мб	10000	4000	1,5	≈ 13500

Тип пилотируемого космического аппарата (тип БВС)		Характеристики БВС		N_{in}	N_{uv}	K	L
		Быстродействие (операций в секунду)	Объем памяти				
(АВМ АР-101)							
МКС	Российский сегмент (DMS-R)	28 ЭВМ по $3,5 \cdot 10^6$	28 ЭВМ по 12 Мб	5000	3000	2	16000
	Американский сегмент (MDM)	100 БЦВМ по $1,6 \cdot 10^6$	100 БЦВМ по 8 Мб	176000	300000	Нет данных	Нет данных

Из таблицы 1.2 видно, что по мере развития БВС становится возможным усложнение и рост объемов задач, возлагаемых на ИУС. При этом неизменно растет уровень интеллектуальности ИУС, что создает реальные перспективы в будущем перейти полностью на интеллектуальное управление.

До недавнего времени при постановке и решении задач синтеза бортовых и наземных ИУС разработчики опирались на более или менее традиционные математические модели, как правило, в форме тех или иных уравнений динамики управляемого объекта (дифференциальных, конечно-разностных и др.). Однако результат моделирования, как правило, может содержать даже в явной форме «следы немоделируемой динамики» [303]. В ряде задач управления зависимости настолько сложны, что не допускают своего обычного аналитического представления.

Сложность задач управления ЛА, в которых существенная роль принадлежит экспертным суждениям и знаниям человека, требует в дополнение к количественным методам или вместо них применять логический и лингвистический подходы, в соответствии с которыми в качестве значений переменных допускаются не только числа, но и слова или предложения искусственного или естественного языка [221, 223, 302].

По этой причине в последние годы довольно перспективным в области интеллектуального управления техническими системами является применение продукционных систем в форме нечетких и других правил, а также применение искусственных нейронных сетей [221, 223, 224, 295, 296, 301, 304 – 317].

Использование методов нечеткой логики создает возможность формализации качественного описания как используемой совокупности входных и выходных переменных, так и их взаимосвязей. Такой подход позволяет формировать и исследовать нечеткие модели сложных объектов и процессов различного назначения и характера. Так, например, применительно к одноконтурной системе управления представление моделей объекта и регулятора в единой логико-лингвистической форме позволяет решать задачи синтеза интеллектуального регулятора, обеспечивающего требуемое качество управления в условиях различных видов неопределенности [299 – 301].

Эффективность систем с нечеткой логикой основывается на ряде следующих результатов [308]:

- «в 1992 г. Ванг (*Wang*) доказал теорему: для каждой вещественной непрерывной функции $G(x)$, заданной на компакте U и для произвольного $\varepsilon > 0$, существует нечеткая экспертная система, формирующая выходную функцию $F(x)$ такую, что

$$\sup_{x \in U} \|F(x) - G(x)\| \leq \varepsilon, \quad (1.12)$$

где $\|\cdot\|$ – символ принятого расстояния между функциями;

- в 1995 г. Кастро (*Castro*) показал, что логический контроллер Мамдани при определенных условиях также является универсальным аппроксиматором;
- согласно знаменитой теореме *FAT* (*Fuzzy Approximation Theorem*), доказанной Б. Коско (*B. Kosko*) в 1993 г., любая математическая система может быть аппроксимирована системой, основанной на нечеткой логике».

В настоящее время системы с нечеткой логикой находят широкое применение от управления бытовой техникой и поездами в метрополитене до управления сложными технологическими процессами в химической промышленности, управления авиационной и космической техникой [299, 301, 318]. Так, например, в работах [219, 319] иллюстрируется возможность применения нечетких систем управления для решения задачи стыковки космического ЛА.

Данные системы позволяют формировать существенно нелинейные законы управления, обеспечивающие допустимое качество управления в условиях неопределенности.

Сейчас с появлением сложных мультиструктурных объектов перспективным направлением в развитии нечетких систем управления является создание адаптивных и самоорганизующихся нечетких систем [223, 299, 300, 320]. Этот тип регуляторов представляет собой иерархическую структуру, в которой на нижнем уровне находится собственно нечеткий регулятор, а на верхнем – монитор (корректирующее устройство), обеспечивающий при необходимости модификацию или выбор базы правил регулятора нижнего уровня».

Эффективное решение задачи управления в условиях неопределенности предполагает решение задачи оценивания параметров математических моделей и измерительных процессов в реальном масштабе времени. *Теоретические методы ее решения разработаны достаточно хорошо, однако на практике часто возникает **противоречие** между тенденцией усложнения управляемых объектов и требованием оперативности управления.* Известно, что для объектов, характеризующихся внутренней неопределенностью функционирования, стремление синтезировать более точную модель оборачивается нарушением условия адекватности. По этой причине актуальна задача разработки методов оперативного оценивания в условиях неопределенности. При этом общий недостаток получивших распространение на практике интеллектуальных алгоритмов состоит в том, что в их основе, как правило, требующие адаптации эвристические, а в лучшем случае, часто не соответствующие текущим условиям квазиоптимальные решения. В результате даже в случае отсутствия неопределенностей не удастся достичь потенциальной эффективности ИУС.

Поэтому известные методы синтеза ИТИУРЭС в условиях нечеткости фазового пространства не гарантируют достижения требуемых показателей эффективности.

1.5.7 ЦЕЛЕВОЙ ПОДХОД СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

В соответствии с целевым подходом системного анализа один из путей снижения сложности задач управления, оценки и идентификации может состоять в использовании процедуры поэтапной оптимизации, базирующейся на гипотезе ограниченности стохастических возмущений по сравнению с априорно неизвестными возмущениями [52]. Тогда решение оптимизационной задачи сводится к решению последовательности экстремальных задач. В условиях априорной неопределенности характера возмущений целесообразно выделить следующую последовательность экстремальных задач – построение динамических математических моделей объектов наблюдения и синтез алгоритмов оценки на их основе. Задача построения динамических математических моделей может быть представлена как экстремальная обратная задача динамики систем, удовлетворяющих вариационным принципам [53]. Решение такой вариационной задачи может стать основой синтеза нелинейных многорежимных законов управления нелинейными динамическими системами. Построенные на их основе динамические модели могут отличаться от полученных с применением формирующего фильтра меньшей размерностью и нелинейной структурой. Это позволит снизить вычислительные затраты при применении процедур интеллектуализации, т.е. увеличить оперативность применения синтезированных алгоритмов в условиях неопределенности.

*В связи с изложенным **цель исследования** – повышение эффективности ИТИУРЭС, динамика протекающих процессов в которых удовлетворяет уравнениям Лагранжа второго рода.*

Поэтому в отличие от рассмотренных подходов решение проблемы интеллектуализации реализуемых в ПО алгоритмов функционирования ИУС предлагается искать на базе нечеткой логики и подхода к решению оптимизационных задач синтеза, который реализуется с использованием инвариантов и позволяет унифицировать процесс поиска близкого к оптимальному

решения в форме синтеза. Это даст возможность построить совокупность новых типовых решений оптимизационных задач с учетом режима функционирования и положения динамической системы на фазовой плоскости. Их интеллектуализация на основе построения зависимости между связанными с режимом функционирования лингвистическими переменными и типовыми структурами обратных связей обеспечит адаптацию к наблюдаемой динамике.

Повышение оперативности синтезируемых алгоритмов может быть достигнуто использованием нейронечетких алгоритмов, обеспечивающих массовое распараллеливание вычислительных процедур. Отличительные признаки такой процедуры синтеза обусловлены разбиением нечеткого фазового пространства на основе анализа динамических инвариантов на гиперповерхности переключения. Это определяет класс исследуемых систем, которые удовлетворяют уравнениям Лагранжа второго рода.

Таким образом, **научная проблема исследования** – *разработка методов синтеза ИТИУРЭС на множестве решений оптимизационных задач управления, оценки и идентификации для улучшения качества их функционирования в условиях нечеткости фазового пространства лагранжевых голономных систем на основе поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач Лагранжа.*

1.6 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРОБЛЕМЫ СИНТЕЗА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЙ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ

Полагается, что для ИТИУРЭС задано:

а) множество PrC/C $PS = \{PS_j, j = \overline{1, n_{PS}}\}$, возникающих при функционировании ИТИУРЭС. При этом каждой PrC/C $PS_j \in PS$ соответствует заранее определенный экспертным или иным путем ситуационный вектор

$$SV_j \in SV, SV = \{SV_j, j = \overline{1, n_{PS}}\}, SV_j = [sv_{jk}, k = \overline{1, K}]^T, \quad (1.13)$$

где sv_{jk} – лингвистическая переменная с множеством термов

$SV_{[k]} = \{SV_{[k]}^l, l = \overline{1, m_{Lk}}\}$. В произвольный момент времени функционирования

ИИУС текущая ситуация характеризуется вектором $sv \in SV$, $sv = [sv_k, k = \overline{1, K}]^T$;

б) множество известных прецедентов (правил) $PV = \{pv_m, m = \overline{1, m_{PV}}\}$,

каждый элемент которого $pv_m = [pv_{mq}, q = \overline{1, Q}]^T$ связан с решением конкретной

оптимизационной задачи ПрС/С, описываемой ситуационным вектором $SV_j \in SV$

$(m_{PV} = n_{PS})$, или группы ПрС/С $\{SV_i, i = \overline{1, n_m}\} \in SV$, $(m_{PV} < n_{PS})$;

в) возможные механизмы выбора рационального решения текущей ПрС/С в виде системы правил:

– неявная схема вывода (без идентификации ПрС/С):

$$\begin{aligned} R^{11} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{11} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{11} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{11}, \text{ то } pv_1, \\ R^{12} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{12} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{12} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{12}, \text{ то } pv_1, \\ & \vdots \\ R^{1n_1} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{1n_1} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{1n_1} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{1n_1}, \text{ то } pv_1, \\ R^{21} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{21} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{21} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{21}, \text{ то } pv_2, \\ R^{22} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{22} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{22} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{22}, \text{ то } pv_2, \\ & \vdots \\ R^{2n_2} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{2n_2} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{2n_2} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{2n_2}, \text{ то } pv_2, \\ R^{m_{PV}1} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{m_{PV}1} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{m_{PV}1} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{m_{PV}1}, \text{ то } pv_{m_{PV}}, \\ R^{m_{PV}2} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{m_{PV}2} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{m_{PV}2} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{m_{PV}2}, \text{ то } pv_{m_{PV}}, \\ & \vdots \\ R^{m_{PV}n_{m_{PV}}} : & \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{m_{PV}n_{m_{PV}}} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{m_{PV}n_{m_{PV}}} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{m_{PV}n_{m_{PV}}}, \text{ то } pv_{m_{PV}}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Систему правил (1.14) можно представить в компактной форме:

$$R^{mr_m} : \text{если } sv_1 \text{ есть } SV_1^{mr_m} \text{ и } sv_2 \text{ есть } SV_2^{mr_m} \dots sv_K \text{ есть } SV_K^{mr_m}, \text{ то } pv_m, \quad (1.15)$$

$$m = \overline{1, m_{PV}}, r_m = \overline{1, n_m}, n_m \in 1, 2, \dots,$$

где $SV_k^{mr_m}, k = \overline{1, K}, m = \overline{1, m_{PV}}$ – нечеткие множества – конкретные лингвистические значения входной переменной sv_k в составе mr_m – го правила:

$$SV_{k_{sv}}^{mr_m} \subset R, SV_{k_{sv}}^{mr_m} \in \{SV_{[k_{sv}]}^l, l = \overline{1, m_{Lk}}\}, k_{sv} = \overline{1, K}. \quad (1.16)$$

Положим, что в (1.14) правила R^{mr_m} связаны логическим оператором <ИЛИ>;

– явная схема вывода:

$$R^j : \text{если } PS_j, \text{ то } PV_j, \quad j = \overline{1, n_{PS}}, \quad (1.17)$$

где правила R^j по аналогии с (1.14) связаны логическим оператором <ИЛИ>.

Выбор одного из возможных механизмов вывода рационального решения (1.14) или (1.17) определяется степенью участия оператора ИТИУРЭС в принятии решения на II ГУУ. Если оператор практически не участвует в принятии решения, то возможно использование правила (1.14), не содержащего в явном виде информации о текущей ПрС/С. Для ИТИУРЭС, в которой оператор контролирует процесс принятия решения и имеет право взять управление ТЦ «на себя», то есть в антропоцентрических системах, целесообразно использование выражения (1.17), содержащего в явном виде текущую ПрС/С, что облегчает интерпретацию сложившейся ситуации и повышает эффективность принятия решения. Анализ работ [81, 219, 222] показывает, что ИТИУРЭС «ближайшего будущего», как правило, останутся антропоцентрическими системами, где оператор обеспечивается набором альтернативных решений с указанием наиболее предпочтительных, а также берет на себя частичную реализацию управляющих воздействий, объем которых зависит от степени наполнения ИТИУРЭС знаниями о предметной области. Оператор в такой ИИУС осуществляет реализацию не рассмотренных ситуаций;

г) модель измерительной системы:

$$L_{\text{ИЗМ.}SV} : \{\mathbf{x}, \mathbf{u}\} \rightarrow \mathbf{y}, \quad (1.18)$$

где $L_{\text{ИЗМ.SV}}$ – оператор измерения; вектор $\mathbf{u}(t) = [u_i, i = \overline{1, k}]^T \in \mathbb{R}^k$ принимается неизвестным.

Вектора состояния и управления, соответственно, содержат элементы, которые образуют ситуационный вектор $(sv_{jk} \in [\mathbf{x}^T, \mathbf{u}^T]^T)$;

д) модель системы обработки измерений $\{y_j\}$ и формирования ситуационного вектора $SV_j \in SV, j \in \overline{1, n_{PS}}$:

$$L_{\text{ОБР.y}} : \{\mathbf{y}\} \rightarrow \{\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{u}}\}, \quad (1.19)$$

$$L_{\text{ФРМ.SV}} : \{\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{u}}\} \rightarrow \{SV_j\}, \quad (1.20)$$

где $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{u}}$ – это, соответственно, оценки векторов $\mathbf{x}, \mathbf{u}$; $L_{\text{ОБР.Z}}$ – оператор обработки измерений; $L_{\text{ФРМ.SV}}$ – оператор формирования ситуационного вектора.

е) показатели и критерий эффективности функционирования ИТИУРЭС;

ж) ограничения и допущения: динамика протекающих процессов описывается нестрогим уравнением Ланжевена

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\zeta(t), \quad (1.21)$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ – непрерывная вектор-функция соответствующих векторных аргументов и времени t ; $\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$ – матричная функция размера $r \times l$; $\zeta(t)$ – l - мерный случайный процесс типа белого шума; l – натуральное число.

Исходным для уравнения (1.21) является второй закон Ньютона с учетом стохастической силы [321, 322]. Структура $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ определяется детерминированными силами [321, 323] и часто имеет достаточно громоздкое описание. В условиях априорной неопределенности о характере действующих сил связать ее структуру с обусловленной влиянием возмущений динамикой возможно на основе использования вариационных принципов [11].

Необходимо отметить, что появление стохастического интеграла сделало возможным представить (1.21) как стохастическое дифференциальное уравнение Ито [324]:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)dt + \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)d\boldsymbol{\omega}(t), \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (1.22)$$

где $\boldsymbol{\omega}(t)$ – l -мерный винеровский процесс с известными локальными характеристиками

$$M[d\boldsymbol{\omega}(t)] = \mathbf{0}, M[d\boldsymbol{\omega}(t)d\boldsymbol{\omega}^T(t - \tau^*)] = \boldsymbol{\Psi}_w(t) \min(t, \tau), \tau \in [t_0, t_1], \quad (1.23)$$

где $\boldsymbol{\Psi}_w(t)$ – неотрицательно-определенная ковариационная матрица размера $l \times l$; $\rho(\mathbf{x}(t_0))$ – плотность вероятности, которая известна и является нормальной с математическим ожиданием $\bar{\mathbf{x}}(t_0)$ и ковариационной матрицей $\boldsymbol{\Psi}_{x_0}$ размерностью $r \times r$ [261]. Из (1.22) из определения винеровского процесса [325] следует широко распространенное представление динамики в задачах оценки в форме стохастического дифференциального векторного уравнения первого порядка, структура которого совпадает с (1.21).

В соответствии с изложенным формирование ситуационного вектора, во-первых, требует построения оператора обработки измерений, а, следовательно, установления структуры вектор-функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$, т.е. решения задачи синтеза управления $\mathbf{u}$ по результатам измерения косвенных проявлений его воздействия. Как известно, такая задача является некорректной [326] и в общей постановке для нелинейных систем в настоящее время в общем виде аналитически неразрешима и сопряжена с принципиальными вычислительными трудностями.

Даже если положить вектор управлений $\mathbf{u}(t)$ известным, то на сегодняшний день соответствующая задача разработки оптимальных алгоритмов обработки динамических измерений в общей формулировке для случая, когда воздействия являются априорно неопределёнными, остается нерешенной. Среди разнообразных гипотез и упрощающих приемов ее решения в системном анализе выделяется концепция поэтапной оптимизации [52], согласно которой анализ сложных стохастических систем стремятся свести к последовательности оптимизационных задач. Эту редукцию целесообразно рассматривать как поэтапную оптимизацию, где первый этап – построение математической модели, так как одна из основных причин неудовлетворительного качества оценивания – априорная

неопределенность относительно характера протекающих процессов, которая, например, в радиолокации появляется как нестационарные возмущения из-за маневрирования цели, турбулентности атмосферы и др. В результате математическая модель, положенная в основу процедуры синтеза, может не удовлетворять наблюдаемому процессу. Традиционное разрешение такой ситуации приводит к различным робастным и адаптивным алгоритмам оценки. Они в подавляющем большинстве не учитывают физики наблюдаемого процесса, поскольку использованные уравнения состояния базируются на представлении о случайном характере протекающих процессов или геометрическом описании маневра.

Фундаментальный подход к разрешению сложившейся ситуации связан с использованием математических моделей движения аналитической механики, наиболее универсальные из которых удовлетворяют вариационным принципам и описывают электромеханические системы. Поэтому в исследовании полагается [11], что процесс изменения состояния исследуемого объекта – следствие действия совокупности ограниченных неизвестных сил различной природы, является квазидетерминированным и удовлетворяет общему уравнению динамики, а в фазовом пространстве обобщенных координат и скоростей $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{2n}$ его можно представить как результат действия обобщенных сил $Q_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u})$, который описывается математической моделью динамической системы в форме уравнения Лагранжа второго рода [11]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s, \quad s = \overline{1, n}, \quad (1.24)$$

где $T = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ – кинетическая энергия системы; n – число степеней свободы.

Кинетическая энергия динамической системы (1.24) является положительно определенной квадратичной формой обобщенных скоростей $\psi_0 \sum_{s=1}^n \dot{q}_s^2 \leq T \leq \psi_1 \sum_{s=1}^n \dot{q}_s^2$,

$\psi_j = \text{const}$, $\psi_j > 0$, $j = \overline{0,1}$ и коэффициенты матрицы кинетической энергии непрерывно дифференцируемы.

Положим, что обобщенные силы на конечном замкнутом интервале времени $[t_0, t_1] \subset R$ принимают значения в ограниченной замкнутой области суммируемых функций

$$\mathbf{Q} \in \bar{G}_Q \quad (1.25)$$

и для любых двух заданных точек расширенного координатного пространства

$$\begin{aligned} t = t_0, \mathbf{q}(t_0) &= [q_{10}, \dots, q_{n0}]^T, \dot{\mathbf{q}}(t_0) = [\dot{q}_{10}, \dots, \dot{q}_{n0}]^T, \\ t = t_1, \mathbf{q}(t_1) &= [q_{11}, \dots, q_{n1}]^T, \dot{\mathbf{q}}(t_1) = [\dot{q}_{11}, \dots, \dot{q}_{n1}]^T, \end{aligned} \quad (1.26)$$

переводят динамическую систему (1.24) из начального состояния $(\mathbf{q}(t_0), \dot{\mathbf{q}}(t_0))$ в конечное состояние $(\mathbf{q}(t_1), \dot{\mathbf{q}}(t_1))$.

Таким образом, имеем следующую постановку *проблемы синтеза ИТИУРЭС*: **требуется** на основе анализа ситуационного вектора $SV_j \in SV$, описывающего формализованную с точностью до вектора управления $\mathbf{u} \in \bar{G}$ модель объекта управления (1.24) разработать множество правил $PV = \{pv_m, m = \overline{1, m_{PV}}\}$ на основе решения последовательности оптимизационных задач управления, оценки и идентификации лагранжевых систем.

Математическая постановка проблемы исследований:

а) дано:

$$- PS = \{PS_j, j = \overline{1, n_{PS}}\};$$

$$- PV = \{pv_m, m = \overline{1, m_{PV}}\};$$

- механизмы выбора рационального решения текущей ПрС/С в виде системы правил;

$$- (1.18) - (1.20), (1.24), \mathbf{u} \in \bar{G};$$

б) требуется построить множество правил как решений оптимизационной задачи синтеза вектора управления и соответствующей ему траектории в фазовом

пространстве $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{2n}$ из условия минимума целевого функционала (1.11) с подынтегральной функцией $F(\mathbf{q})$ при условиях (1.25), (1.26), которое обеспечит относительное увеличение величины предотвращенного ущерба $\Delta K(F(\mathbf{q}))$.

1.7 СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА: ЧАСТНЫЕ НАУЧНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для решения сформулированной научной проблемы необходимо решить следующие частные научные проблемы (дерево целей и частные научные проблемы приведены на рисунке 1.4):

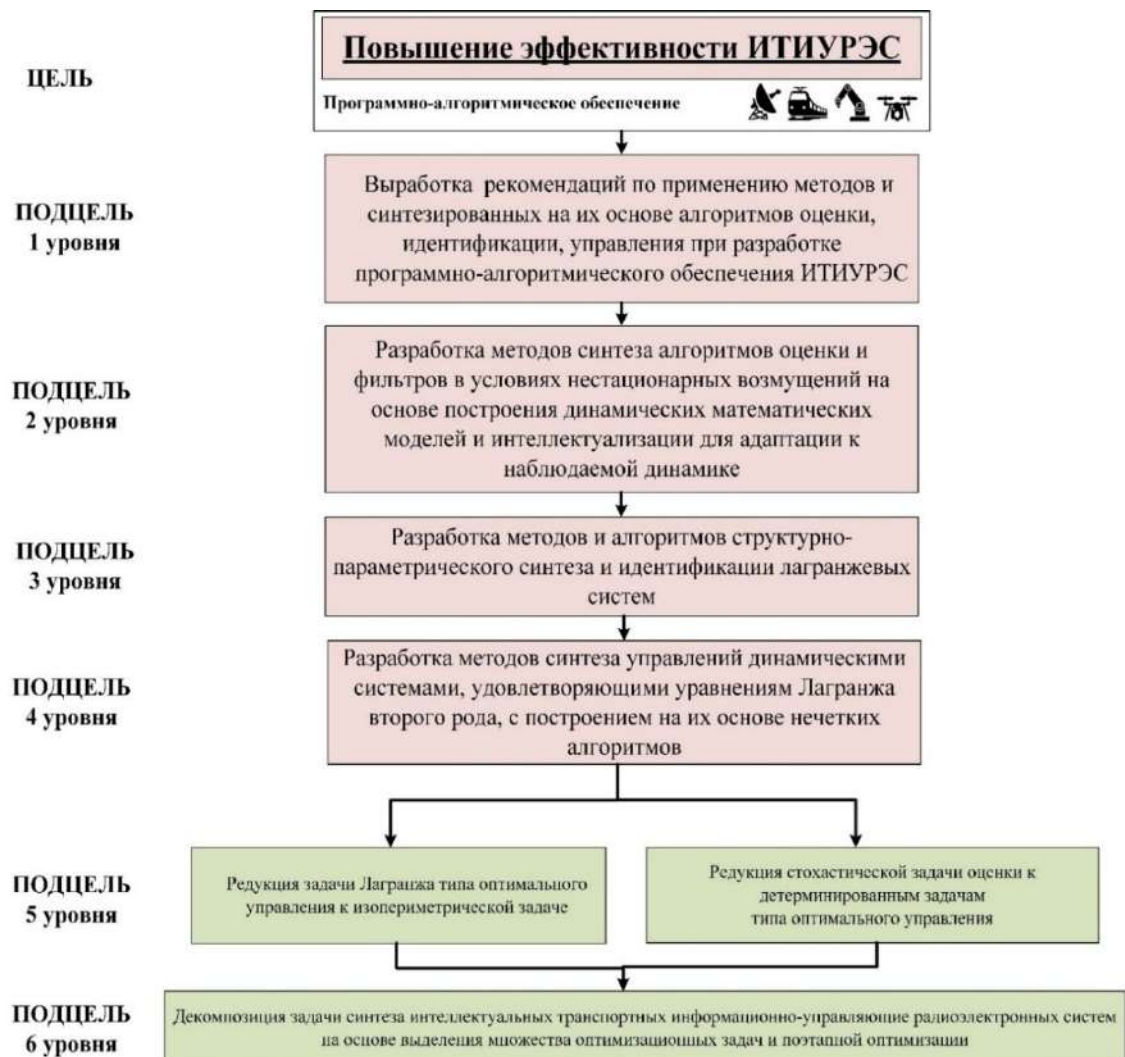


Рисунок 1.4 – Дерево целей исследования и ЧНП

а) разработка методов синтеза управлений динамическими системами, удовлетворяющими уравнениям Лагранжа второго рода или Аппеля, с построением на их основе нечетких алгоритмов (ЧНП 1);

б) разработка методов синтеза алгоритмов оценки и фильтров в условиях нестационарных возмущений на основе построения динамических математических моделей и интеллектуализации для адаптации к наблюдаемой динамике (ЧНП 2);

в) разработка методов и алгоритмов структурно-параметрического синтеза и идентификации лагранжевых систем (ЧНП 3);

г) разработка рекомендаций по построению и применению синтезированных методов, алгоритмов и подсистем оценки, идентификации, управления при разработке программно-алгоритмического обеспечения ИИУС (ЧНП 4).

Это предполагает:

- разработку испытательного оборудования;
- разработку СИ ИТИУРЭС [327];
- разработку алгоритмов для образцового измерительного ПО испытательного оборудования и СИ ИТИУРЭС [5];
- разработку экспериментального образца подвижного объекта – транспорта.

В качестве экспериментального образца подвижного объекта выбран и спроектирован квадрокоптер с полетным контроллером «Заря». Его применение в совокупности с испытательными стендами обеспечило отработку интеллектуальных технологий навигации и управления на базе синтезированных алгоритмов оценки, управления и идентификации.

С учетом изложенного выше декомпозиция ЧНП 1 приводит к необходимости:

а) получения исходных положений, обеспечивающих разработку методов синтеза управлений, что требует:

- постановки задачи синтеза законов управления нелинейными системами в областях фазового пространства с нечеткими границами;
- постановки задачи с использованием принципа Даламбера – Лагранжа как основы структурного синтеза в областях фазового пространства с четкими

границами;

- постановки двухточечной краевой задачи синтеза управления лагранжевой динамической системой;

- редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче;

- исследования первой асинхронной вариации расширенного целевого функционала;

- постановки и решения двухточечной краевой задачи синтеза управления аппелевой динамической системой;

б) разработки методов структурного синтеза управляемых лагранжевых динамических систем на основе исследования инвариантов на гиперповерхности переключения:

- метода фазовых траекторий как основы структурного синтеза квазиоптимальных систем;

- метода структурного синтеза квазиоптимальных систем на основе гипотезы о стационарности Гамильтониана на гиперповерхности переключения;

в) разработки методов синтеза управлений подвижными объектами в областях фазового пространства с четкими границами:

- метода синтеза ограниченных управлений лагранжевыми системами в условиях внешних неконтролируемых воздействий;

- метода синтеза параметрических управлений транспортных средств;

- метода синтеза терминальных управлений с использованием энергии ускорений Аппеля;

г) установления связи полученных результатов с известными оптимальными и квазиоптимальными решениями задач синтеза управлений, оценки эффективности результатов синтеза управлений;

д) синтеза управлений подвижными объектами в областях фазового пространства с четкими границами;

е) разработки метода квазиоптимального синтеза многорежимных систем синхронизации в условиях регулярных возмущений;

ж) синтеза нечетких управлений в построенном базисе решений задач структурного синтеза.

Декомпозиция ЧНП 2 приводит к необходимости:

а) получения исходных положений, обеспечивающих синтез и интеллектуализацию алгоритмов оценки, что требует:

- постановки задачи синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов ИУС как стохастической задачи оценки;

- редукции стохастической задачи оценки к детерминированным задачам типа оптимального управления;

- построения динамических математических моделей для задач оценки параметров движения маневрирующих летательных аппаратов;

б) разработки методов:

- оценки параметров движения управляемого летательного аппарата с построением опорной траектории;

- синтеза алгоритмов оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем;

- структурной адаптации дискретных фильтров на основе динамических математических моделей;

- интеллектуализации измерительных процедур на базе использования адаптивных математических моделей и теории регуляризации;

в) анализа и синтеза адаптивных алгоритмов «грубой оценки» параметров измерительных сигналов;

г) применения нечеткой логики в задаче адаптации алгоритмов оценки параметров движения подвижных объектов.

Декомпозиция ЧНП 3 приводит к необходимости:

а) постановки задачи структурно-параметрического синтеза;

б) разработки методов

- построения синтезирующей функции в задаче идентификации;

- многопараметрической идентификации конструктивных параметров на основе условия максимума функции обобщенной мощности;

- структурно-параметрического синтеза лагранжевых динамических систем;
- в) получения уравнений последовательной идентификации математических моделей динамических систем;
- г) идентификации параметров датчиков ИИУС;
- д) рассмотрения примеров динамической идентификации параметров математических моделей динамических систем;
- е) синтеза алгоритмов идентификации и анализа результатов их математического моделирования.

Декомпозиция ЧНП 4 требует системного анализа технических решений, на которые получены патенты, касающиеся устройств, обеспечивающих функционирование подсистемы измерения, нечеткой подсистемы управления и настройки управления, а также подсистем оценки, структурной адаптации фильтров и идентификации ИТИУРЭС, что формализовано рисунком 1.5.

1.8 ВЫВОДЫ

1.8.1 Неотъемлемая часть современных ИУС – ПО, метрологически значимая часть которого вносит вклад в результирующую погрешность измерений и определяет эффективность самой системы управления, а, следовательно, и любой транспортной системы. Условия функционирования ИУС требуют адаптации реализуемых в них алгоритмов управления, оценки, идентификации к наблюдаемой динамике объектов управления – транспорта, в частности, БПЛА.

1.8.2 Ключевая технико-экономическая задача исследований – это сокращение времени разработки, а, следовательно, стоимости, ИТИУРЭС с оригинальными тактико-техническими характеристиками, обеспечивающими безопасную и эффективную эксплуатацию техники.

Ее разрешение сопряжено с преодолением практических противоречий между:

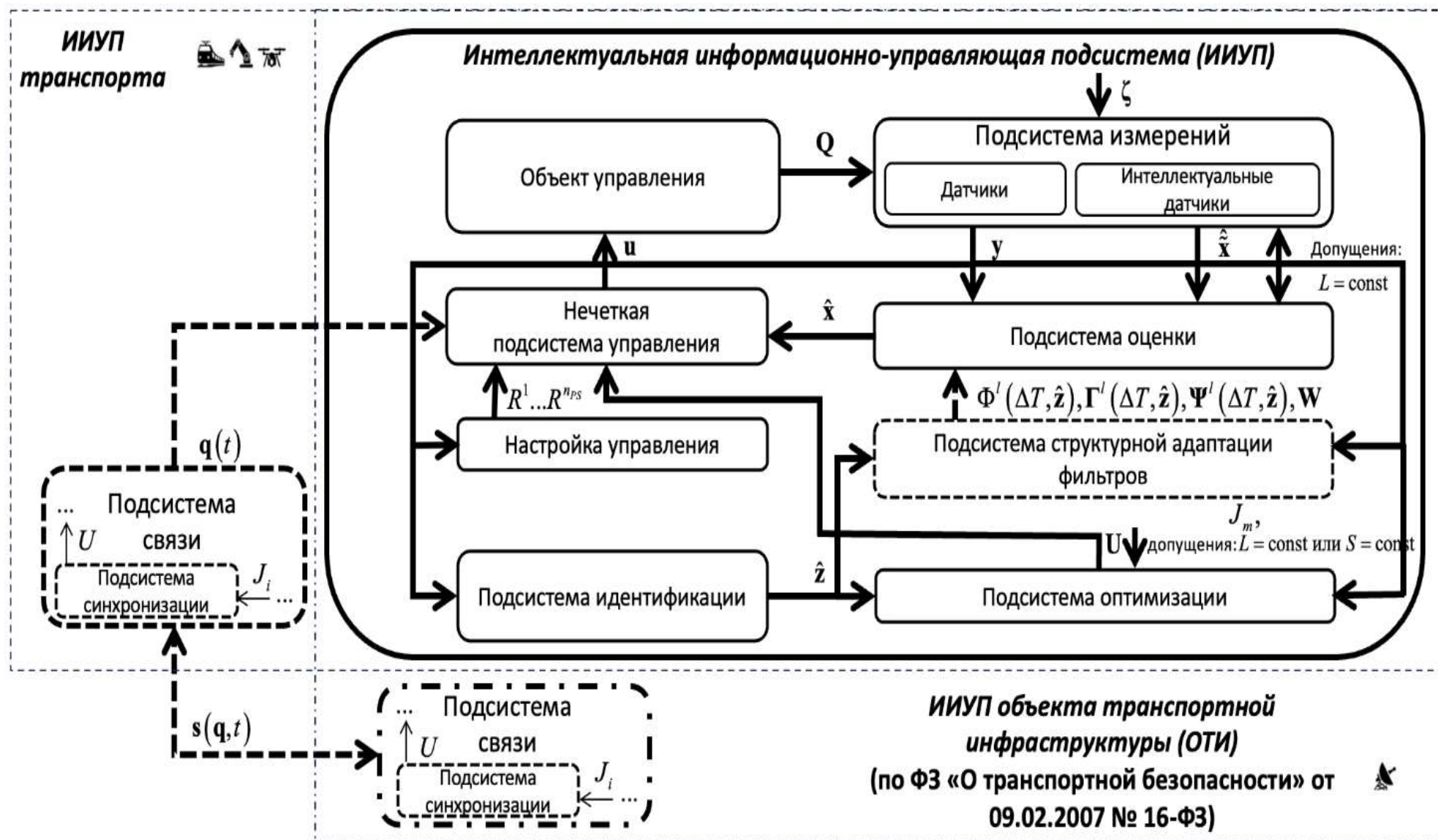


Рисунок 1.5 – Обобщенная структура ИТИУРЭС

а) условием максимальной эффективности режимов функционирования транспорта и транспортной инфраструктуры и эффективностью полученных традиционными методами решений задач управления, оценки и идентификации для линейных или линеаризованных математических моделей, что не позволяет приблизиться к потенциальной результативности функционирования ИУС;

б) вычислительной мощностью электронных вычислительных машин и вычислительной сложностью процедур интеллектуализации, что препятствует реализации интеллектуальных алгоритмов в реальном масштабе времени и является причиной снижения автономности транспорта и транспортной инфраструктуры.

Преодоление указанных противоречий в практике требует использования современных методов синтеза ИТИУРЭС. В соответствии с теоремой из [81] каждую ПрС/С можно представить через оптимизационную задачу определенного типа, что предполагает применение статистической теории синтеза и современной теории автоматического управления.

1.8.3 Анализ классических методов синтеза ИУС, а также различных человеко-машинных систем и комплексов управления показал [221, 223, 295, 296], что классические методы решения оптимизационных задач оценки, управления и идентификации достигли определенного предела в улучшении показателей качества бортовых и наземных автоматизированных комплексов управления. В настоящее время общеизвестно противоречие между повышением качества бортовых и стационарных ИУС за счет усложнения программно-математического и технического обеспечения, а в некоторых случаях и оперативности применения по целевому назначению.

1.8.4 Современные процедуры адаптации большей частью базируются на методах теории интеллектуальных систем, среди которых, по-видимому, наиболее популярны использующие нечеткую логику и нейронные сети. В этом случае одна из сложностей состоит в построении нечеткой базы знаний или обучении при использовании нейронных сетей, но даже если эти трудности удастся преодолеть, то применение эвристических или построенных для линейных систем алгоритмов

идентификации, оценки и управления не позволяет приблизиться к потенциальным показателям эффективности функционирования.

Необходимо отметить, по настоящее время известно не большое число оптимальных решений экстремальных задач. Поэтому разработка методов синтеза ИТИУРЭС на множестве решений оптимизационных задач управления, оценки и идентификации лагранжевых систем – актуальная научная проблема. Ее решение кроме снижения стоимости разработки при ограничении на ее время позволит расширить функциональные возможности техники в условиях существенной нестационарности его параметров и обеспечит парирование действующих на него возмущений.

1.8.5 Разработка рекомендаций по построению и применению синтезированных методов, алгоритмов и подсистем оценки, идентификации, управления при создании программно-алгоритмического обеспечения ИТИУРЭС сопряжена с разработкой испытательного оборудования, СИ ИТИУРЭС, алгоритмов для образцового измерительного ПО испытательного оборудования, экспериментальных образцов БПЛА.

1.8.6 С позиции системного анализа развитие ИТИУРЭС должно базироваться на комплексном подходе, который:

- а) учитывает взаимосвязи между компонентами системы (ПО, СИ, алгоритмами);
- б) разрешает сформулированные противоречия между эффективностью и стоимостью, вычислительной сложностью и оперативностью;
- в) интегрирует классические и интеллектуальные методы синтеза с учетом ограничений реальных систем.

Такой подход позволит создать эффективные, автономные и надежные ИТИУРЭС, в частности, обеспечивающие функционирование ЛА, снизив при этом затраты на их разработку и эксплуатацию.

2 СИНТЕЗ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С УЧЕТОМ НЕЧЕТКОСТИ ОБЛАСТЕЙ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА НА ОСНОВЕ РЕДУКЦИИ ЗАДАЧИ ЛАГРАНЖА К ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ

Во второй главе рассмотрен подход к синтезу законов управления нелинейными динамическими системами, которые характеризуются $n_{ps} \in \mathbb{N}$ ($n_{ps} \geq 2$) режимами функционирования и их нечеткое фазовое пространство может быть представлено совокупностью n_{ps} областей. Считая, что в каждой из областей фазовая траектория в соответствии с конкретным вариационным принципом должна обеспечивать стационарность некоторого инварианта в нечетком фазовом пространстве, возможно поставить задачу синтеза с использованием его свертки и критерия эффективности, что обеспечит редукцию задачи Лагранжа к изопериметрической задаче. Исследование асинхронной вариации построенных таким образом функционалов приводит к получению ДТКЗ для аппелевых и лагранжевых динамических систем, что является основой отличий полученных результатов от ранее известных из теории оптимального управления. Одна из особенностей полученных результатов – методы построения синтезирующей функции (уравнения линии переключения управления). В их основе лежит аксиома, заключающаяся в том, что на линии переключения выполняются законы сохранения количества движения и энергии. Она позволяет установить связь синтезирующей функции с интегралами движения, мерами действия силы или кинематическими характеристиками траектории. Это дает возможность предложить структуру множества квазиоптимальных решений, полученных в форме синтеза, для рассмотренного класса задач управления. Для парирования неопределенностей применяется нечеткая логика. Конструктивность синтезированных управлений демонстрируется на основе математического моделирования. Оно, например, показывает преимущество по показателю

быстродействия, обеспечивая прагматическое требование по минимизации сроков выполнения полетных заданий БПЛА [20].

2.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ В ОБЛАСТЯХ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА С НЕЧЕТКИМИ ГРАНИЦАМИ

В рамках общей постановки задачи рассматривается лагранжева управляемая система, которая характеризуется множеством n_{PS} режимов функционирования и ее фазовое пространство может быть представлено совокупностью n_{PS} областей [24]. Пусть для простоты $n=1$, и в каждой из них динамика управляемой системы удовлетворяет принципу Гамильтона-Остроградского. В соответствии с ним интеграл действия имеет вид [24]

$$R_i = \int_{t_{0i}}^{t_{1i}} (T + A_i) dt, i = \overline{1, n_{PS}}, \quad (2.1)$$

где $A_i = \int_{q(t_{0i})}^{q(t_{1i})} Q_i dq$ – работа обобщенных сил Q_i ; $[t_{0i}, t_{1i}] \subset R$ – заданные интервалы времени; q – обобщенная координата; точкой обозначена производная по времени.

В соответствии с принципом Гамильтона-Остроградского в каждой области при движении системы из начального состояния $q_{0i}(t_{0i}), \dot{q}_{0i}(t_{0i})$ в конечное состояние $q_{1i}(t_{1i}), \dot{q}_{1i}(t_{1i})$ под действием обобщенных сил на истинной траектории для интеграла действия (2.1) справедлив принцип стационарности

$$\delta' R_i = \int_{t_{0i}}^{t_{1i}} (\delta T + \delta' A_i) dt = 0, i = \overline{1, n_{PS}}, \quad (2.2)$$

где $\delta' A_i = Q_i \delta q$ – элементарная работа на виртуальных перемещениях; δ' – знак, который обозначает бесконечно малую величину.

Из (2.2) для многорежимной динамической системы следуют уравнения

Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q_i, i = \overline{1, n_{PS}}, q(t_{0i}) = q_{0i}, \dot{q}(t_{0i}) = \dot{q}_{0i}. \quad (2.3)$$

Структуры обобщенных сил Q_i как функций обобщенных координат q и скоростей $\dot{q}$ с областями определения $D_i = \{(q, \dot{q}) | q \in [q_{0i}, q_{1i}], \dot{q} \in [\dot{q}_{0i}, \dot{q}_{1i}]\}$ находятся из условия минимума целевого функционала

$$J_i[q] = \int_{t_{0i}}^{t_{1i}} F_i(q) dt \quad (2.4)$$

как решения обратных задач динамики при ограничениях

$$Q_i \in \bar{G}_i, \quad (2.5)$$

где $F_i(q)$ – непрерывные вместе со своими частными производными определенно-положительные функции (в частном случае могут назначаться одинаковыми для всех областей фазового пространства, т.е. вместо (2.5) будем иметь (1.11)); $\bar{G}_i$ – замкнутые множества допустимых обобщенных сил.

Принято, что границы областей фазового пространства известны нечетко и области определения имеют вид $D'_i = \{(q, \dot{q}) | q \in M_{xi}, \dot{q} \in M_{yi}\}$, где M_{xi}, M_{yi} – нечеткие попарно пересекающиеся интервалы: $\forall q_{0i}, q_{1i}, \forall q \in [q_{0i}, q_{1i}], m_{xi}(q) \geq \min(m_{xi}(q_{0i}), m_{xi}(q_{1i})); \forall \dot{q}_{0i}, \dot{q}_{1i}, \forall \dot{q} \in [\dot{q}_{0i}, \dot{q}_{1i}], m_{yi}(\dot{q}) \geq \min(m_{yi}(\dot{q}_{0i}), m_{yi}(\dot{q}_{1i})); m_{xi}(q), m_{yi}(\dot{q})$ – функции принадлежности. Тройками (x, T_x, X) и (y, T_y, Y) заданы лингвистические переменные x и y ; $T_x = \{T_x^1, \dots, T_x^{n_{PS}}\}, T_y = \{T_y^1, \dots, T_y^{n_{PS}}\}$ – терм-множества лингвистических значений на нечетких множествах $X \subseteq \bigcup_{i=1}^{n_{PS}} M_{xi}, Y \subseteq \bigcup_{i=1}^{n_{PS}} M_{yi}$. В $n_{PS} - 1$ зоне неопределенности режимов функционирования $D'_j \cap D'_{j+1}, j = \overline{1, n_{PS} - 1}$, структура обобщенных сил полностью не известна. Пусть имеет место аддитивно-мультипликативная

структурная неопределенность и управляющая сила в нечетких областях фазового пространства $D'_j \cap D'_{j+1}$ разыскивается в следующем виде

$$u_j = \eta_{j+1} Q_{j+1} + \eta_j Q_j, \quad (2.6)$$

где η_j – неизвестные функции, учитывающие структурные неопределенности объекта управления;

$$0 \leq \eta_j \leq 1. \quad (2.7)$$

Тогда нечеткий вывод определяется *TS*-моделью системы типа *MISO* с базой правил следующим образом:

$$\begin{aligned} R^1 : & \text{если } (q \text{ есть } M_{x1}) \text{ и } (\dot{q} \text{ есть } M_{y1}), \text{ то } (u = Q_1(q, \dot{q})), \\ R^2 : & \text{если } (q \text{ есть } M_{x2}) \text{ и } (\dot{q} \text{ есть } M_{y2}), \text{ то } (u = Q_2(q, \dot{q})), \\ & \dots\dots\dots \\ R^{n_{PS}} : & \text{если } (q \text{ есть } M_{xn_{PS}}) \text{ и } (\dot{q} \text{ есть } M_{yn_{PS}}), \text{ то } (u = Q_{n_{PS}}(q, \dot{q})). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Пусть множество правил (2.8) задано с точностью до функций $Q_i(q, \dot{q}), i = \overline{1, n_{PS}}$, каждого из заключений.

Ставится задача синтеза нечеткого управления: для каждого из заключений множества правил (2.8) требуется найти функции $Q_i(q, \dot{q}), i = \overline{1, n_{PS}}$, как решения экстремальной задачи (2.3), (2.4) при ограничениях (2.2), (2.5).

Для решения поставленной задачи рассмотрим исходные положения синтеза управлений нелинейными динамическими системами с использованием принципов аналитической механики.

2.2 ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИНЦИПОВ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

2.2.1 УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГОЛОНОМНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ КАК СЛЕДСТВИЕ ВАРИАЦИОННЫХ ПРИНЦИПОВ

2.2.1.1 Известно, например, из [328], что «вопрос о нахождении оптимального управления процессами относится к задачам вариационного исчисления. Основное предположение классического вариационного исчисления в том, что управление (экстремаль) принадлежит всему пространству, т.е. на управление не накладывается ограничений. В практических задачах, однако, множество допустимых управлений может иметь «неклассический» вид, оно ограничено. Для таких задач методы вариационного исчисления непригодны. Центральным результатом, расширяющим вариационное исчисление, является принцип оптимальности, установленный Л.С. Понтрягиным [329]. Это один из основных инструментов исследования неклассических вариационных задач. Он является обобщением вариационной задачи Лагранжа при наличии дифференциальных связей» [328].

В задачах принципа максимума Л.С. Понтрягина рассматривается движение объекта, описываемое системой обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(x^0, \mathbf{x}, \mathbf{u}, t), t = t_0, \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad t = t_1, \quad \mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}_1, \quad (2.9)$$

где $\mathbf{x} \in R^l$ – вектор фазовых координат; $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$ – вектор управления, $\dim \mathbf{u} = m$;

$$x^0 = J = \int_{t_0}^{t_1} F'(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt, \quad (2.10)$$

где l – число дифференциальных уравнений первого порядка; $\bar{G}_u$ – замкнутое

множество допустимых управлений; $\mathbf{f}(x^0, \mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$, $F'(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ – определяющие динамику системы и цель синтеза функции, которые, например, для простоты имеют непрерывные производные первого и второго порядка [329 – 331]. Именно условие $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$ отличает рассматриваемую задачу от задачи Лагранжа и делает ее значительно более трудной.

Уравнения движения объектов могут быть получены разными способами. Можно стать на позиции прямого применения аксиом Ньютона и сформулировать уравнения движения в форме законов изменения динамических мер: количества движения, момента количества движения, кинетической энергии. Очевидным недостатком такого подхода являются трудности, связанные с получением дифференциальных уравнений при наличии связей [56]. Обойти указанную трудность можно, воспользовавшись вариационным дифференциальным принципом Лагранжа-Даламбера: истинное движение из всех кинематически возможных выделяется тем, что для него и только для него в данный момент времени сумма работ активных сил и сил инерции на любых виртуальных перемещениях равна нулю. Соответствующие модификации этого принципа породили эквивалентные принципы, но имеющие другую структуру – это принцип Журдена, заключающийся в равенстве нулю суммы мощностей активных сил и сил инерции на вариациях возможных скоростей; принцип Гаусса, формулируемый в форме минимума принуждения.

Если за исходное положение при получении дифференциальных уравнений движения принять общее уравнение динамики (принцип Лагранжа-Даламбера), то в зависимости от характера действующих сил на материальную систему и наложенных на нее связей можно получить различные формы записи общего уравнения динамики.

2.2.1.2 Пусть динамика системы (2.9) удовлетворяет принципу Даламбера-Лагранжа [53] и $\mathbf{x} \in R^l$ – соответствующий вектор декартовых координат, $l = 3N$; N – число материальных точек. На положение системы накладываются ограничения в виде голономных связей

$$f_{\alpha}(x_j, t) = 0, \alpha = \overline{1, c}, j = \overline{1, 3N}, \quad (2.11)$$

где $n = 3N - c$; c – число голономных связей.

Рассматриваются изохронные вариации

$$\delta x_j = \tilde{x}_j - x_j, \quad (2.12)$$

где x_j – координаты действительного движения; $\tilde{x}_j$ – координаты любого движения, удовлетворяющего уравнениям связей, что равноценно выражению

$$\delta f_{\alpha} = \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial x_j} \delta x_j = 0. \quad (2.13)$$

Связь называется идеальной, если виртуальная реакция связей R'_j равна нулю

$$\sum_{j=1}^{3N} R'_j \delta x_j = 0. \quad (2.14)$$

С физической точки зрения δx_j представляет собой бесконечно малые перемещения в самих связях, а условие (2.14) означает, что связи не оказывают сопротивления при перемещении динамической системы без нарушения связей.

На основании второго закона Ньютона

$$m_j \ddot{x}_j = X_j + R'_j, \quad (2.15)$$

где m_j – масса p материальной точки, $p = 1 + \frac{1}{3}(j - i), i = \overline{1, 3}$; $\ddot{x}_j$ – проекция ускорений p материальной точки на i ось декартовой системы координат; X_j – проекция на i ось равнодействующей активных сил, приложенных к p материальной точке; тут и далее точками обозначается производная по времени.

При выполнении условия (2.14), умножив уравнение (2.15) на δx_j суммируя по индексу j , получим уравнение Даламбера-Лагранжа в декартовых координатах

$$\sum_{j=1}^{3N} (m_j \ddot{x}_j - X_j) \delta x_j = 0. \quad (2.16)$$

Пусть уравнения связей тождественно удовлетворяются соотношениями

$$x_j = x_j(q_s, t), s = \overline{1, n}, \quad (2.17)$$

при любых q_s , называемых обобщенными, или лагранжевыми, координатами. Отсюда

$$\delta x_j = \sum_{s=1}^{3N} \frac{\partial x_j}{\partial q_s} \delta q_s, \quad (2.18)$$

где δq_s – независимые вариации.

Подстановка (2.18) в (2.16) приводит к уравнениям Даламбера-Лагранжа в обобщенных координатах

$$\sum_{s=1}^n \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} - Q_s \right) \delta q_s = 0, \quad (2.19)$$

где $T = \sum_{j=1}^{3N} \frac{1}{2} m_j \dot{x}_j^2$ – кинетическая энергия; $Q_s = \sum_{j=1}^{3N} X_j \frac{\partial x_j}{\partial q_s}$ – обобщенная сила, отвечающая координате q_s .

Пусть обобщенные силы потенциальны: $Q_s = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_s}$, где Π – потенциальная функция системы. В силу независимости вариаций δq_s из формулы (2.19) получим [56]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (T - \Pi)}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial (T - \Pi)}{\partial q_s} = 0. \quad (2.20)$$

Эти уравнения образуют систему n уравнений второго порядка и это наименьший возможный порядок дифференциальных уравнений рассматриваемой системы. Уравнения не содержат реакций идеальных связей.

Гамильтон предложил записывать уравнения движения в переменных q_s, p_s, t , где p_s – обобщенные импульсы. В этих переменных уравнения Лагранжа второго рода [56, 332] переходят в разрешенную относительно производных q_s, p_s систему $2n$ уравнений первого порядка, имеющую замечательно симметричную форму записи. Эти уравнения называют каноническими уравнениями Гамильтона, а переменные q_s, p_s называются канонически сопряженными переменными. Уравнения Гамильтона имеют следующий вид

$$\dot{q}_s = \frac{\partial H}{\partial p_s}; \quad \dot{p}_s = -\frac{\partial H}{\partial q_s}; \quad s = 1, n, \quad (2.21)$$

где $H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) = \sum_{s=1}^n p_s \dot{q}_s - L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ – функция Гамильтона;
 $L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \Pi(\mathbf{q}, t)$ – функция Лагранжа (лагранжиан, кинетический потенциал) [56]; $\Pi(\mathbf{q}, t)$ – потенциальная энергия; $2n$ – мерное пространство переменных q_s, p_s называется фазовым пространством.

Замечательным свойством такой системы является и то, что при численном решении этих уравнений результат обладает наивысшей точностью при одном и том же шаге интегрирования по отношению к дифференциальным уравнениям иной структуры.

Кроме названных систем уравнений следует отметить уравнения Уиттекера и Якоби [56, 333, 334], позволяющие получить обобщенный интеграл энергии, если функция Гамильтона не зависит явно от времени. Достигается этот результат заменой производной по времени производной по какой-либо обобщенной координате q_s и переопределением обобщенного импульса p_s через остальные фазовые переменные и начальные условия. Например, если функция Гамильтона не зависит от времени, то существует интеграл энергии

$$H(q_s, p_s) = h, \quad (2.22)$$

где $h = H(q_{s0}, p_{s0})$ – произвольная постоянная, определяемая начальными условиями.

В фазовом пространстве формула (2.22) задает гиперповерхность. Тогда на этой гиперповерхности уравнение (2.22) можно разрешить, например, относительно p_1 :

$$p_1 = -K(q_1, \dots, q_n, p_2, \dots, p_n, h) \quad (2.23)$$

и, заменяя производные по времени производной по первой обобщенной координате

$$\frac{\partial q_s}{\partial q_1} = \frac{\partial H / \partial p_s}{\partial H / \partial p_1}; \quad \frac{\partial p_s}{\partial q_1} = \frac{\partial H / \partial q_s}{\partial H / \partial q_1}, \quad (2.24)$$

придем к уравнению Уиттекера [56,333,334]

$$\frac{\partial q_s}{\partial p_1} = \frac{\partial K}{\partial p_s}; \quad \frac{\partial p_s}{\partial q_1} = -\frac{\partial K}{\partial q_s}, \quad (2.25)$$

где $K(q_s, p_s)$ играет роль функции Гамильтона.

Интегрирование этих уравнений

$$q_s = q_s(q_1, h, c_s); \quad p_s = p_s(q_1, h, c_s), \quad (2.26)$$

задает геометрический характер движения: они определяют уравнения траекторий в фазовом пространстве.

На основе теоремы Якоби-Пуассона [56, 333, 334] можно получить и другие первые интегралы системы путем применения скобок Пуассона. Эта возможность позволяет обеспечить синтез оптимального управления в задачах оценки и оптимизации.

При исследовании систем с циклическими координатами эффективно применение уравнений Гаусса [56, 333, 334], которые состоят из k уравнений структуры уравнений Лагранжа второго рода и $2(n-k)$ уравнений первого порядка структуры уравнений Гамильтона.

При всех перечисленных достоинствах математических моделей их использование в задачах оптимизации требует введения сопряженного n -мерного пространства и учета связанных с этим трудностей расчета.

2.2.1.3 Вариации скоростей назначаются аналогично (2.12)

$$\delta \dot{x}_j = \dot{x}_j - \dot{\tilde{x}}_j. \quad (2.27)$$

Это определение равносильно перестановочности операций варьирования и дифференцирования по времени для декартовых и лагранжевых координат

$$\delta \dot{x}_j = \frac{d}{dt} \delta x_j, \quad \delta \dot{q}_s = \frac{d}{dt} \delta q_s. \quad (2.28)$$

Умножая уравнения (2.19) на δq_s , суммируя по s от 1 до n и принимая во внимание формулы (2.28), получим дифференциальный принцип механики

$$\delta S = \frac{d}{dt} \sum_{s=1}^n p_s \delta q_s. \quad (2.29)$$

Интегрирование этого выражения по произвольному промежутку времени (t_0, t_1) устанавливает изохронную вариацию функционала действия

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} S dt = \frac{d}{dt} \sum_{s=1}^n p_s \delta q_s \Big|_{t_0}^{t_1}. \quad (2.30)$$

Полагая, например,

$$\delta q_s(t_0) = \delta q_s(t_1) = 0, \quad (2.31)$$

формула (2.30) записывается в виде принципа Гамильтона-Остроградского

$$\delta S = \int_{t_0}^{t_1} \delta L dt = 0 \quad (2.32)$$

— в истинном движении системы действие по Гамильтону

$$S = \int_{t_0}^{t_1} L dt = \int_{t_0}^{t_1} [T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \Pi(\mathbf{q})] dt \quad (2.33)$$

«имеет минимальное значение по сравнению со всеми варьированными траекториями, совпадающими с истинными в начальный t_0 и конечный t_1 моменты времени; здесь L — кинетический потенциал — разность кинетической T и потенциальной энергии Π . Использование кинетического потенциала $L \in C^2$ в совокупности с инвариантом группы бесконечно малых преобразований в форме действия по Гамильтону приводит к инвариантным соотношениям относительно образующих соответствующие группы преобразований и самого лагранжиана, а также к теореме Нетер о симметрии» [4,335].

2.2.1.4 При наличии непотенциальных сил, в том числе управлений, имеет место соотношение, аналогичное принципу Гамильтона-Остроградского для интеграла действия (соответствует (2.1) при $n_{PS}=1$)

$$R = \int_{t_0}^{t_1} (T + A) dt, \quad (2.34)$$

откуда

$$\delta' R = \delta S + \int_{t_0}^{t_1} \sum_{s=1}^n Q_s \delta q_s dt = \int_{t_0}^{t_1} (\delta T + \delta' A) dt = 0, \quad (2.35)$$

где $A = \sum_{s=1}^n \int_{q_s(t_0)}^{q_s(t_1)} Q_s dq_s$ – работа обобщенных сил Q_s на перемещениях q_s .

Определяя в (2.35) вариацию кинетической энергии $T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ через вариации обобщенных координат $(\delta \mathbf{q}, \delta \dot{\mathbf{q}})$, элементарную работу $\delta' A$ через обобщенные силы и вариации обобщенных координат, получим

$$\delta' R = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s + \frac{\partial T}{\partial q_s} \delta q_s + Q_s \delta q_s \right) dt = 0. \quad (2.36)$$

Произведя интегрирование по частям слагаемых, содержащих вариации обобщенных скоростей и учтем, что должно быть выполнено необходимое условие прохождения траекторий (истинных и окольных) через одни и те же фиксированные точки $q_s(t_0)$ при $t = t_0$ и $q_s(t_1)$ при $t = t_1$, т.е. выполняются условия (2.31), получим

$$\delta' R = \sum_{s=1}^n \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s \Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left(-\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right) \delta q_s dt = 0. \quad (2.37)$$

Условия на концах траектории обращают первое слагаемое в нуль, а в силу независимости вариаций обобщенных координат из второго слагаемого вытекают уравнения Лагранжа второго рода, что и подтверждает справедливость принципа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} = Q_s, \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.38)$$

Если на систему действуют потенциальные силы и диссипативные силы, то уравнения Лагранжа второго рода записываются в виде

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} = Q_s, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.39)$$

где $\Phi = \frac{1}{k+1} \sum_{m,s=1}^n b_{sm} |\dot{q}_s \dot{q}_m|^{k+1}$ – диссипативная функция [334]. При $k=1$ эта диссипативная функция называется функцией Рэлея.

Для голономной динамической системы уравнения движения Лагранжа второго рода представляют систему из n обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка – в них входят обобщенные координаты, их первые и вторые производные по времени и, может быть, явно время. Эта система линейна относительно обобщенных ускорений и последние могут быть из нее определены через обобщенные координаты, скорости и время, а, следовательно, представлены в форме Коши (2.9).

2.2.1.5 Классическое условие идеальности связей позволяет определить вариации обобщенных координат следующим образом [336]

$$\sum_{s=1}^n F_{ks} \delta q_s = 0, k = \overline{1, r}, \quad (2.40)$$

где F_{ks} – некоторые функции лагранжевых координат, скоростей и времени. При этом в неголономных системах это соотношение выполняется лишь для определенных вариаций обобщенной скорости $\delta \dot{q}_s$. В неголономной механике широко используются определения вариации обобщенной скорости, которые даны Г.К. Суловым и П.В. Воронцом.

Пусть связи динамической системы относятся к типу Аппеля-Четаева (определение вариации обобщенной скорости Г.К. Сулова). Из (2.40) вытекает

$F_{ks} = \frac{\partial F_k}{\partial \dot{q}_s}$, откуда немедленно следует, что $\delta F_k = 0$, где варьирование проводится по

Гауссу. Тогда разности обобщенных скоростей можно взять как вариации обобщенных координат [53]. Из (2.16) в соответствии с (2.18) получим принуждение (функцию Гаусса)

$$Z = \sum_{j=1}^{3N} (m_j \ddot{x}_j - X_j) (\ddot{x}_j - \ddot{x}_j) = Z_0 + \sum_{j=1}^{3N} m_j (\ddot{x}_j - \ddot{x}_j)^2, Z_0 = \sum_{j=1}^{3N} m_j \left(\ddot{x}_j - \frac{X_j}{m_j} \right)^2. \quad (2.41)$$

Необходимое условие экстремума Z принимает вид

$$\frac{\partial Z}{\partial e_v} = 0, \quad (2.42)$$

где e_v – кинематические характеристики, $v = \overline{1, l}$,

$$Z = 2G + 2 \sum_{s=1}^n \frac{\partial \Pi}{\partial \dot{q}_s} \ddot{q}_s + \Psi(q, \dot{q}, t), \quad (2.43)$$

откуда немедленно следуют уравнения Аппеля

$$\frac{\partial G}{\partial e_v} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \pi_v}, \quad (2.44)$$

здесь G – энергия ускорений; π_v – неголономные координаты; $\Psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ – слагаемые, не зависящие от обобщенных ускорений.

Уравнения (2.41), (2.42) устанавливают принцип Гаусса [53]: на действительной траектории функция Гаусса (2.41) имеет минимум по сравнению с воображаемыми движениями при варьировании по Гауссу, когда вторые производные лагранжевых координат удовлетворяют условию $\sum_{s=1}^n F_{ks} \delta \ddot{q}_s = 0$.

При отсутствии неголономных связей уравнения (2.44) принимают тождественный уравнениям Лагранжа второго рода вид

$$\frac{\partial G}{\partial \ddot{q}_s} = Q_s, \quad (2.45)$$

где энергия ускорений в обобщенных координатах представлена выражением

$$G = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n a_{sk} \ddot{q}_s \ddot{q}_k + \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^n \Gamma_{sk,r} \dot{q}_s \dot{q}_k \ddot{q}_r, \quad (2.46)$$

где a_{sk} – коэффициенты инерции в формуле для кинетической энергии

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n a_{sk} \dot{q}_s \dot{q}_k, \quad (2.47)$$

которые определяются выражением $a_{sk} = \sum_{i=1}^n m_i \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \dot{q}_s} \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \dot{q}_k}$; $\Gamma_{sk,r}$ – символы

Кристоффеля первого рода для матрицы коэффициентов $\|a_{sk}\|$ или прямые скобки Кристоффеля

$$\Gamma_{sk,r} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial a_{sk}}{\partial \dot{q}_k} + \frac{\partial a_{sk}}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial a_{sk}}{\partial \dot{q}_r} \right), \quad (2.48)$$

где $\mathbf{r}_i$ – вектор – радиус i -й точки.

2.2.2 ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ЛАГРАНЖА, ИГОЛЬЧАТОЕ ВАРЬИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ И АСИНХРОННАЯ ВАРИАЦИЯ ФУНКЦИОНАЛА И ТРАЕКТОРИИ

2.2.2.1 Таким образом, для голономных динамических систем принципы Даламбера-Лагранжа, Гамильтона-Остроградского позволяют получить все указанные выше уравнения, их формулировки равноправны. Данный факт открывает возможности для формирования «исходных положений, необходимых для создания нового подхода к получению условий оптимальности систем управления. В процессе минимизации функционала (2.10) были применены ограничения, представленные в виде дифференциальных уравнений (2.9), которые могут быть выведены из дифференциального и интегрального вариационных принципов. Таким образом, для нахождения минимума функционала (2.10) можно использовать ограничения, связанные с уравнением Даламбера-Лагранжа (2.16), интегралом действия Гамильтона-Остроградского (2.34) или энергией ускорений (2.46)» [67]. Это требует формирования сверток указанных выражений, что, в свою очередь, приводит к изопериметрической задаче Лагранжа, связанной с поиском условий стационарности следующих функционалов [56, 330, 331]:

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_1} \phi_1 dt, \quad J_2 = \int_{t_0}^{t_1} \phi_2 dt, \quad J_3 = \int_{t_0}^{t_1} \phi_3 dt, \quad (2.49)$$

где λ – постоянный множитель Лагранжа; подынтегральные функции:

$$\phi_1 = F' + \lambda \sum_{j=1}^{3N} (m_j \ddot{x}_j - X_j) \delta x_j, \quad \phi_2 = F' + \lambda (T + A), \quad \phi_3 = F' + \lambda G. \quad (2.50)$$

Доказательство «такого правила множителей во всей его полноте и было последней значительной проблемой классической школы вариационного исчисления» [337], которая отодвинута на задний план принципом максимума Л.С. Понтрягина. Однако его применение в случае нелинейных динамических систем сопряжено с известной проблемой решения двухточечной краевой задачи размера $l = 2n$.

Так как на управления накладываются ограничения $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$, то условия

минимума функционалов (2.49) будут заключаться в неотрицательности их первого и второго приращений [337 – 339].

2.2.2.2 Центральными понятиями, позволяющими построить теорию оптимального управления, являются асинхронная вариация траектории и игольчатая вариация управления [56, 329].

То обстоятельство, что отыскание экстремума функционалов (2.49) производится при ограничениях на управление $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$ в совокупности с равенством на истинной траектории [56] голономной динамической системы

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{j=1}^{3N} (m_j \ddot{x}_j - X_j) \delta x_j dt = 0 \quad \text{и} \quad \delta' R = 0$$

приводит к необходимости определения

ограничений на скорость точки $\dot{q}_s$ в околном движении. Поэтому ошибочно сопоставлять истинную $q_s(t)$ и околную $\tilde{q}_s(t)$ траектории точки на одном и том же интервале времени, т.е. нельзя требовать, чтобы переход точки из начального состояния в конечное по околному пути совершался за один и тот же промежуток времени $t_1 - t_0$, что и по истинному пути. Это делает обязательным применение асинхронного варьирования в задаче отыскания минимума расширенных функционалов (2.49).

Пусть $\mathbf{U}(t) \in \bar{G}_u$ – произвольное управление, а $\mathbf{q}(t)$ – соответствующая ему траектория. Тогда

$$\delta q_s(t) = \tilde{q}_s(t) - q_s(t), \quad s = \overline{1, n} \quad (2.51)$$

представляют синхронные вариации обобщенных координат;

$$\Delta q_s = \tilde{q}_s(t + \Delta t) - q_s(t) = \delta q_s(t) + \dot{q}_s(t) \Delta t \quad (2.52)$$

представляют асинхронные вариации обобщенных координат, обозначаемые символом Δ ; Δt – бесконечно малая дифференцируемая функция времени.

Используем формулу асинхронного (полного) варьирования для определения асинхронной (полной) вариации расширенного функционала $J = \int_{t_0}^{t_1} \phi dt$ получим

[56]

$$\Delta J = \Delta \int_{t_0}^{t_1} \phi dt = \phi \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} \delta \phi dt, \quad (2.53)$$

где вариация подинтегральной функции $\phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ определена через вариации обобщенных координат, получим

$$\Delta J = \phi \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s + \frac{\partial \phi}{\partial q_s} \delta q_s \right) dt. \quad (2.54)$$

Производя интегрирование по частям, преобразуем (2.31) к виду

$$\Delta J = \left(\phi \Delta t + \sum_{s=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s \right) \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left(-\frac{d}{dt} \frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial \phi}{\partial q_s} \right) \delta q_s dt. \quad (2.55)$$

Для определенности положим, что динамика системы удовлетворяет принципу Гамильтона-Остроградского, а, следовательно, вариации удовлетворяют условию $\delta q_s(t_0) = \delta q_s(t_1) = 0$ [53]. Тогда в краевых условиях синхронную вариацию заменим асинхронной

$$\delta q_s = \Delta q_s - \dot{q}_s \Delta t, \quad (2.56)$$

откуда

$$\sum_{s=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s \Big|_{t_0}^{t_1} = \left(\sum_{s=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} \Delta q_s - \frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} \dot{q}_s \Delta t \right) \Big|_{t_0}^{t_1} - \sum_{s=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} \dot{q}_s \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1}, \quad (2.57)$$

в силу того, что должно быть выполнено необходимое условие прохождения траекторий (истинных и окольных) через одни и те же фиксированные точки $q_s(t_0), q_s(t_1)$ или $\Delta q_s(t_0) = \Delta q_s(t_1) = 0$. Это условие обращает в нуль первое слагаемое в (2.57). Теперь асинхронная вариация функционала будет равна

$$\Delta J = \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left(-\frac{d}{dt} \frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial \phi}{\partial q_s} \right) \delta q_s dt, \quad (2.58)$$

а на концах траектории выполняются условия трансверсальности; $\sum_{s=1}^n \frac{\partial \phi}{\partial \dot{q}_s} \dot{q}_s = 0$,

если интервал $[t_0, t_1]$ строго не фиксирован; $\Delta t = 0$, если интервал $[t_0, t_1]$ строго фиксирован.

2.2.2.3 Игольчатой вариацией управления называется следующая конструкция [329]

$$\mathbf{u}_\varepsilon(t) = \begin{cases} \mathbf{u}', & t \in [\tau, \tau + \delta t]; \\ \mathbf{u}(t), & t \notin [\tau, \tau + \delta t]; \end{cases} \quad (2.59)$$

где τ – заданная точка непрерывности $\mathbf{u}(t)$, а $\mathbf{u}'$ таково что $\mathbf{u}_\varepsilon(t) \in \bar{G}_u$; δt – заданный малый интервал времени; $\mathbf{u}(t) \in \bar{G}_u$ – произвольное управление; $t \in [t_0, t_1]$.

То обстоятельство, что допустимые вариации управления должны удовлетворять условию

$$\mathbf{u}_\varepsilon(t) = [\mathbf{u}(t) + \delta \mathbf{u}(t)] \in \bar{G}_u, \quad (2.60)$$

означает, что может не существовать допустимых вариаций $\delta \mathbf{q}$, $\delta \mathbf{u}$, для которых вариация функционала равна нулю

$$\Delta J(\mathbf{q}, \mathbf{u}, \delta \mathbf{q}, \delta \mathbf{u}) = 0, \quad (2.61)$$

и вместо этого должны выполняться условия

$$\Delta J(\mathbf{q}, \mathbf{u}, \delta \mathbf{q}, \delta \mathbf{u}) \geq 0; \quad \delta(\Delta J) = \delta J^2(\mathbf{q}, \mathbf{u}, \delta \mathbf{q}, \delta \mathbf{u}) \geq 0, \quad (2.62)$$

для первой и второй вариаций функционала.

Определение игольчатой вариации управления позволяет построить вариацию траектории. На основе принципа Гамильтона-Остроградского имеем

$$\delta' R[\mathbf{u}(t)] = \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left(-\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right) \delta q_s dt = 0, \quad (2.63)$$

для произвольного управления $\mathbf{u}(t)$, и

$$\delta' R[\mathbf{u}_\varepsilon(t)] = \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left(-\frac{d}{dt} \frac{\partial T_\varepsilon}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial T_\varepsilon}{\partial q_s} + Q_{\varepsilon s} \right) \delta q_{\varepsilon s} dt = 0, \quad (2.64)$$

для варьированного управления $\mathbf{u}_\varepsilon(t)$.

Откуда уравнения Лагранжа второго рода в вариациях будут иметь вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (T_\varepsilon - T)}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial (T_\varepsilon - T)}{\partial q_s} + Q_{\varepsilon s}(\mathbf{u}_\varepsilon, \mathbf{q}_\varepsilon, \dot{\mathbf{q}}_\varepsilon) - Q_s(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = 0, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.65)$$

Отметим свойства игольчатой вариации управления:

$$\lim_{\delta\tau \rightarrow 0} \int_{\tau}^{\tau+\delta\tau} \delta \mathbf{u}_{\varepsilon} dt = 0; \quad \lim_{\delta\tau \rightarrow 0} \delta \mathbf{u}_{\varepsilon} \neq 0, \quad (2.66)$$

При таких свойствах игольчатой вариации управления асинхронную вариацию обобщенной координаты определим следующим образом:

$$\lim_{\delta\tau \rightarrow 0} (q_{\varepsilon s}(t) - q_s(t)) = 0; \quad \lim_{\delta\tau \rightarrow 0} (\dot{q}_{\varepsilon s}(t) - \dot{q}_s(t)) = 0, \quad (2.67)$$

$$\lim_{\delta\tau \rightarrow 0} \frac{q_{\varepsilon s}(t) - q_s(t)}{\delta u_{\varepsilon m}} = \lim_{\delta\tau \rightarrow 0} \frac{\delta q_s}{\delta u_{\varepsilon m}} = \frac{\partial q_s}{\partial u_m} = G_{sm}, \quad s = \overline{1, n}, \quad m = \overline{1, k}, \quad (2.68)$$

где G_{sm} — называется чувствительностью обобщенной координаты q_s к управлению u_m . Причем, если в число управлений включены параметры системы, то $\dim \mathbf{u} > \dim \mathbf{q}$ и матрица чувствительности $\mathbf{G} = |G_{sm}|$ будет иметь размерность $n \times k$, $k < n$.

Таким образом, асинхронная вариация представляется выражением

$$\Delta q_s = \delta q_s + \dot{q}_s \Delta t + \sum_{m=1}^n G_{sm} \delta u_m. \quad (2.69)$$

2.3 ПОСТРОЕНИЕ РАСШИРЕННОГО ФУНКЦИОНАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИНЦИПА ДАЛАМБЕРА-ЛАГРАНЖА И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕГО ПРИРАЩЕНИЯ

2.3.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ: ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА-ЛАГРАНЖА КАК ОСНОВА СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА В ОБЛАСТЯХ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА С ЧЕТКИМИ ГРАНИЦАМИ

2.3.1.1 Основой для вывода различных уравнений движения и многих теорем аналитической механики служит уравнение Даламбера-Лагранжа (2.16).

Пусть задана не зависящая явно от времени и управлений непрерывная

вместе с частными производными по всей области определения знакопостоянная функция $F'(\mathbf{x})$, определяющая цель управления. Тогда имеет место следующая формулировка задачи синтеза структуры управляемой динамической системы (обратная задача динамики): определить вектор активных сил $\mathbf{X}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ как функцию декартовых координат и скоростей $(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \in R^{2l}$ и соответствующую ему траекторию $\mathbf{x}(t) \in R^l$, обеспечивающие минимум целевого функционала

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_1} F'(\mathbf{x}) dt \rightarrow \min \quad (2.70)$$

при ограничениях на управления $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$.

Редукция поставленной экстремальной задачи типа Лагранжа к изопериметрической задаче [7] при условии

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{j=1}^{3N} (m_j \ddot{x}_j - X_j(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})) \delta x_j dt = 0 \quad (2.71)$$

определяется сверткой (2.49).

Таким образом, изопериметрическая задача состоит в поиске среди всех соответствующих активным силам $\mathbf{X}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ траекторий $\mathbf{x} \in R^l$, тех из них, которые доставляют функционалу (2.71) нулевое значение и обеспечивают минимум целевому функционалу (2.70) при ограничениях на управления $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$.

Необходимо отметить, что интегральная форма принципа Даламбера-Лагранжа дана в [340].

2.3.1.2 Будем искать условия минимума расширенного целевого функционала

$$J = J_1 + \lambda \int_{t_0}^{t_1} \sum_{j=1}^{3N} (m_j \ddot{x}_j - X_j) \delta x_j dt, \quad (2.72)$$

где λ – неопределенный множитель Лагранжа, вариации координат удовлетворяют (2.40).

2.3.2 ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПРИРАЩЕНИЯ РАСШИРЕННОГО ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА

2.3.2.1 Изучаются свойства приращения расширенного целевого функционала

$$\Delta^2 J = \Delta J_\varepsilon - \Delta J, \quad (2.73)$$

где ΔJ_ε , ΔJ строятся следующим образом.

Пусть $\mathbf{u}(t) \in \bar{G}_u$ – вектор произвольных допустимых управлений, $\mathbf{X}(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ – соответствующий ему вектор активных сил, $\mathbf{x}$ – вектор решений уравнения Даламбера-Лагранжа (2.16), а $J[\mathbf{x}]$ – расширенный целевой функционал на истинном пути. Любая из допустимых связями конфигураций, бесконечно близкая к истинному пути, определяет окольный путь $\tilde{\mathbf{x}}$ и расширенный функционал на окольном пути

$$J[\tilde{\mathbf{x}}] = J[\mathbf{x}] + \Delta J, \quad (2.74)$$

где $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \delta \mathbf{x}$. В соответствии с (2.53) приращение функционала (2.74) имеет вид

$$\Delta J = \phi_1 \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{\partial F'}{\partial x_j} + \lambda \left(m_j (\ddot{x}_j - \ddot{x}_j) - \left(X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) - X_j(\mathbf{u}, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \right) \right) \right] \delta x_j dt. \quad (2.75)$$

Соотношения на концах траектории – условия трансверсальности

$$\phi_1 = 0 \quad (2.76)$$

при фиксированном Δt . Тогда

$$J[\tilde{\mathbf{x}}] = \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} F'(\mathbf{x}) dt + \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{\partial F'}{\partial x_j} + \lambda \left(m_j \ddot{x}_j - X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) \right) \right] \delta x_j dt. \quad (2.77)$$

Выберем из допустимой области другое управление $\mathbf{u}_\varepsilon(t) \in \bar{G}_u$, полученное из произвольного $\mathbf{u}(t) \in \bar{G}_u$ игольчатым варьированием (2.59). По аналогии с (2.74) положим

$$J[\mathbf{x}_\varepsilon] = J[\mathbf{x}] + \Delta J_\varepsilon. \quad (2.78)$$

Асинхронная вариация функционала имеет вид

$$\Delta J_\varepsilon = \phi_{\varepsilon 1} \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{\partial F'}{\partial x_{ej}} + \lambda \left(m_j (x_{ej} - x_j) - (X_{ej}(\mathbf{u}_\varepsilon, \mathbf{x}_\varepsilon, \dot{\mathbf{x}}_\varepsilon) - X_{ej}(\mathbf{u}_\varepsilon, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})) \right) \right] \delta x_{ej} dt, \quad (2.79)$$

условия transversальности представлены выражением

$$\phi_{\varepsilon 1} = 0 \quad (2.80)$$

при фиксированном Δt . Отсюда

$$J[\mathbf{x}_\varepsilon] = \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} F'(\mathbf{x}) dt + \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{\partial F'}{\partial x_{ej}} + \lambda (m_j \ddot{x}_{ej} - X_{ej}(\mathbf{u}_\varepsilon, \mathbf{x}_\varepsilon, \dot{\mathbf{x}}_\varepsilon)) \right] \delta x_{ej} dt. \quad (2.81)$$

В силу произвольности синхронных вариаций примем условие их стыковки

$$\delta x_j = \delta x_{ej}, \quad (2.82)$$

откуда

$$\begin{aligned} \Delta^2 J = & \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \left[\left(\frac{\partial F'}{\partial x_{ej}} - \frac{\partial F'}{\partial x_j} \right) - \lambda (X_{ej}(\mathbf{u}_\varepsilon, \mathbf{x}_\varepsilon, \dot{\mathbf{x}}_\varepsilon) - X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}})) \right] \delta x_j dt + \\ & + \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \lambda m_j [\ddot{x}_{ej} - \ddot{\tilde{x}}_j] \delta x_j dt. \end{aligned} \quad (2.83)$$

Вычислим с точностью до бесконечно малых разность сил

$$\begin{aligned} X_{ej}(\mathbf{u}_\varepsilon, \mathbf{x}_\varepsilon, \dot{\mathbf{x}}_\varepsilon) - X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) &= X_{ej}(\mathbf{u}_\varepsilon, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) - X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) + \\ &+ \frac{\partial X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}})}{\partial x_j} (x_{ej} - x_j) + \frac{\partial X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}})}{\partial \dot{x}_j} (\dot{x}_{ej} - \dot{x}_j), \end{aligned} \quad (2.84)$$

откуда, принимая во внимание уравнение Даламбера-Лагранжа в декартовых координатах

$$m_j [\ddot{x}_{ej} - \ddot{\tilde{x}}_j] - \frac{\partial X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}})}{\partial x_j} (x_{ej} - x_j) - \frac{\partial X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}})}{\partial \dot{x}_j} (\dot{x}_{ej} - \dot{x}_j) = 0, \quad (2.85)$$

из (2.82) получим

$$\Delta^2 J = \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \left[\left(\frac{\partial F'}{\partial x_{ej}} - \frac{\partial F'}{\partial x_j} \right) - \lambda (X_{ej}(\mathbf{u}_\varepsilon, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) - X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}})) \right] \delta x_j dt. \quad (2.86)$$

Если пары $X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}})$, $\tilde{x}_j$, $j = \overline{1, 3N}$, доставляют минимум (2.72), то

$$\Delta^2 J \geq 0, \quad (2.87)$$

откуда следует

$$\sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{\partial F'}{\partial x_{ej}} - \lambda X_{ej}(\mathbf{u}_\varepsilon, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) \right] \delta x_j dt \geq \sum_{j=1}^{3N} \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{\partial F'}{\partial x_j} - \lambda X_j(\mathbf{u}, \tilde{\mathbf{x}}, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}) \right] \delta x_j dt. \quad (2.88)$$

Как будет показано ниже, исследование этого неравенства приводит к двухточечным краевым задачам.

Тогда, принимая во внимание (2.18) и уравнение Даламбера-Лагранжа в обобщенных координатах, получим

$$\sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} [V_{\varepsilon s} + \lambda Q_{\varepsilon s}] \delta q_s dt \geq \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} [V_s + \lambda Q_s] \delta q_s dt, \quad (2.89)$$

где $V_{\varepsilon s} = \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial F'}{\partial x_{ej}} \frac{\partial x_j}{\partial q_s}$, $V_s = \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial F'}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial q_s}$ – фиктивные обобщенные силы. Полученное

неравенство, как будет показано ниже, приводит к краевому условию, которое может быть записано в форме условия максимума функции обобщенной мощности.

Свойства вариаций координат в рамках принципа Даламбера-Лагранжа определяются выражением (2.40). Дополнительная априорная информация относительно свойств вариаций обобщенных координат может быть получена из принципов Гамильтона-Остроградского и Гаусса.

2.3.2.2 Положив принцип Гамильтона-Остроградского в основу динамики с учетом (2.59), имеем

$$\Delta q_s(\tau) = \Delta q_s(\tau + \Delta t) = 0, \quad (2.90)$$

откуда

$$\delta q_s(\tau + \Delta t) = -\dot{q}_s(\tau + \Delta t) \Delta t. \quad (2.91)$$

Примем теперь, что произвольное управление $\mathbf{u}(t)$ является оптимальным, и выберем на интервале $t \in [\tau, \tau + \delta t]$ синхронную вариацию так, чтобы асинхронная равнялась нулю

$$\Delta q_s = \delta q_s + \dot{q}_s \Delta t = 0. \quad (2.92)$$

Тогда для решения задачи структурного синтеза необходимо провести анализ

неравенства

$$\sum_{s=1}^n \left[\int_{\tau}^{\tau+\delta t} [V_s + \lambda Q_s] \dot{q}_s \Delta t dt + \int_{\tau+\delta t}^{t_1} V_s \delta q_s dt \right] \geq \sum_{s=1}^n \left[\int_{\tau}^{\tau+\delta t} [V_{\varepsilon s} + \lambda Q_{\varepsilon s}] \dot{q}_s \Delta t dt + \int_{\tau+\delta t}^{t_1} V_{\varepsilon s} \delta q_s dt \right]. \quad (2.93)$$

Таким образом, для исключения неопределенности относительно свойств вариаций обобщенных координат целесообразно использовать принцип Гамильтона-Остроградского как исходное положение синтеза.

2.3.2.3 Поскольку в соответствии с принципом Гаусса траектории и скорости не варьируются, разности $\ddot{q}_s(t) - \ddot{q}_s(t)$ принимаются в качестве вариаций обобщенных координат δq_s ; в соответствии с (2.18)

$$\delta x_j = \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial x_j}{\partial q_s} (\ddot{q}_s(t) - \ddot{q}_s(t)) = \sum_{j=1}^{3N} \frac{\partial x_j}{\partial q_s} \delta \ddot{q}_s, \quad (2.94)$$

при этом

$$(\ddot{q}_s(t) - \ddot{q}_s(t)) = 0. \quad (2.95)$$

Из (2.85) вытекает, что тогда для решения задачи структурного синтеза необходимо провести анализ неравенства

$$\sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} [V_{\varepsilon s} + \lambda Q_{\varepsilon s}] (\ddot{q}_s(t) - \ddot{q}_s(t)) dt \geq \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} [V_s + \lambda Q_s] (\ddot{q}_s(t) - \ddot{q}_s(t)) dt. \quad (2.96)$$

Множество траекторий, которые удовлетворяют принципу Гаусса, богаче множества соответствующих принципу Гамильтона-Остроградского траекторий. Это связано с тем, что при варьировании по Гауссу сравниваются допустимые конфигурацией системы пути, которые в момент времени $t = \tau + \Delta t$ в соответствии с (2.40) определяются вариациями ускорения: $\ddot{q}_s(\tau + \Delta t) - \ddot{q}_s(\tau + \Delta t)$. Если возможно ограничиться рассмотрением только той траектории, для которой $\ddot{q}_s(\tau + \Delta t) - \ddot{q}_s(\tau + \Delta t) = 0$, то по формуле Тейлора с точностью до бесконечно малых для нее получим (2.90). Таким образом, исследование приращений целевых функционалов, расширенных с использованием вариационных принципов может стать основой структурного синтеза управляемых динамических систем.

2.4 ПОСТРОЕНИЕ РАСШИРЕННОГО ФУНКЦИОНАЛА НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕГРАЛА ДЕЙСТВИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕГО ПРИРАЩЕНИЯ

2.4.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА В ОБЛАСТЯХ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА С ЧЕТКИМИ ГРАНИЦАМИ ДЛЯ УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ ПРИНЦИПУ ГАМИЛЬТОНА-ОСТРОГРАДСКОГО СИСТЕМ

2.4.1.1 Примем принцип Гамильтона-Остроградского в качестве исходного положения динамики материальной системы, интеграл действия которой имеет вид [56, 334]

$$R = \int_{t_0}^{t_1} (T + A) dt, \quad (2.97)$$

где $T = \frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^n a_{sk} \dot{q}_s \dot{q}_k$ – кинетическая энергия системы; $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]$ – вектор обобщенных координат; a_{sk} – коэффициенты инерции; $A = \int_{q(t_0)}^{q(t_1)} \sum_{s=1}^n Q_s dq_s$ – работа внешних обобщенных сил; $\mathbf{Q} = [Q_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}), \dots, Q_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u})]$ – непрерывный по совокупности переменных вектор обобщенных внешних сил; $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_m]$ – вектор управления, который выбирается из некоторой допустимой области измеримых и ограниченных управлений;

$$\mathbf{u} \in \bar{G}_u; \quad (2.98)$$

$\mathbf{q}(t_0) = \mathbf{q}_0$, $\mathbf{q}(t_1) = \mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}(t)$ – соответственно начальное, конечное и текущее состояние вектора обобщенных координат.

Для размерностей управления и обобщенных координат выполняется условие $n = \dim \mathbf{q} \geq \dim \mathbf{u} = m$. При движении системы из начального состояния

$\mathbf{q}(t_0)=[q_{01},...,q_{0n}]$, $\dot{\mathbf{q}}(t_0)=[\dot{q}_{01},...,\dot{q}_{0n}]$ в $\mathbf{q}(t_1)=[q_{k1},...,q_{kn}]$, $\dot{\mathbf{q}}(t_1)=[\dot{q}_{k1},...,\dot{q}_{kn}]$ под действием внешних сил Q_s выполняется равенство нулю элементарного значения интеграла действия (2.94)

$$\delta' R = \int_{t_0}^{t_1} (\delta T + \delta' A) = 0; \quad (2.99)$$

где

$$\delta' A = \sum_{s=1}^n Q_s \delta q_s. \quad (2.100)$$

Согласно принципу Гамильтона-Остроградского из условия (2.99) вытекают уравнения движения системы в форме уравнений Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s, \quad s = \overline{1, n}, \quad t = t_0, \quad q_s(t_0) = q_{0s}; \quad t = t_1, \quad q_s(t_1) = q_{1s}. \quad (2.101)$$

2.4.1.2 Пусть задана непрерывная вместе с частными производными по всей области определения знакопостоянная функция $F(\mathbf{q})$, определяющая цель управления. Тогда имеет место следующая формулировка задачи синтеза оптимального управления: определить вектор управления $\mathbf{u}$ как функцию обобщенных координат и обобщенных скоростей $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in R^{2n}$ и соответствующую ему траекторию $\mathbf{q} \in R^n$, обеспечивающие минимум целевого функционала

$$J_1 = \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{q}) dt \rightarrow \min \quad (2.102)$$

при условии (2.99), (2.101) и ограничениях на управления (2.98).

2.4.2 ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИРАЩЕНИЯ РАСШИРЕННОГО ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА

2.4.2.1 Будем искать условия минимума расширенного функционала из (2.49) с подынтегральной функцией ϕ_2 , который принимает следующий вид:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [\lambda(T + A) + F] dt \rightarrow \min, \quad (2.103)$$

где λ – неопределенный множитель Лагранжа.

Пусть $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$ – произвольное допустимое управление. Если $\mathbf{u}$ доставляет минимум функционалу (2.103), то приращение этого функционала должно быть неотрицательным [337, 339]

$$\Delta J \geq 0 \quad (2.104)$$

для любых допустимых вариаций управления $\delta \mathbf{u}$.

Введем в рассмотрение скалярную функцию [341]

$$\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}, \lambda) = \sum_{s=1}^n [\lambda Q_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}) + V_s(\mathbf{q})] \dot{q}_s, \quad (2.105)$$

где $V_s = \frac{\delta F}{\delta q_s}$ – фиктивная обобщенная сила, зависящая от способа задания функционала (2.100).

По физическому смыслу она представляет мощность действительных обобщенных сил $Q_s = Q_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u})$, явно зависящих от управления $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$, и фиктивных обобщенных сил $V_s(\mathbf{q}) = \frac{\delta' F}{\delta q_s}$, определяемых формой заданного функционала. Функция $\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}, \lambda)$, $\lambda \in R$ – непрерывна по совокупности переменных и определена на области

$$(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}, \lambda) \in \Omega \times \bar{G}_u \times R, \quad (2.106)$$

где Ω – некоторая ограниченная в пространстве непрерывных на конечном интервале времени $[t_0, t_1]$ функций область, которая представляет собой множество решений уравнения (2.101). Ограниченность Ω следует из непрерывной зависимости решения уравнения Лагранжа второго рода от управления.

Выбрав произвольное управление $\mathbf{u} \in \bar{G}_u$, $t_0 \leq t \leq t_1$ по уравнениям Лагранжа второго рода (2.101), можно вычислить значения обобщенных координат $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \Omega$, а по ним и величину функции $\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}, \lambda)$, наибольшее значение

которой при фиксированном λ существует в силу ограниченности множества $\Omega \times \bar{G}_u$

$$\Phi_{\max}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \lambda) = \max_{\mathbf{u} \in \bar{G}_u} \Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}, \lambda). \quad (2.107)$$

Пусть фазовая траектория $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ и соответствующее ей управление $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ при заданном λ доставляют максимум функции $\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}, \lambda)$ на области $\Omega \times \bar{G}_u$, тогда справедлива запись

$$M(\lambda, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \max_{\mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \bar{G}_u} \Phi(\lambda, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}). \quad (2.108)$$

Операцию нахождения явной зависимости $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \lambda)$, доставляющей максимум функционалу $M(\lambda, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ на фазовой траектории, обозначим

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \lambda) \rightarrow M(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \lambda) = \max_{\mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \bar{G}_u} \Phi(\lambda, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}), \quad (2.109)$$

которая имеет следующее толкование: определить явную функциональную зависимость управления $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \lambda) \in \bar{G}_u$ от обобщенных координат такую, что функция $\Phi(\lambda, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u})$ принимает свое максимальное значение. Таким образом, определённая выше задача синтеза получает новую формулировку.

Максимизируя по этому определению выражение (2.105), получим общее решение обратной задачи динамики

$$Q_s = \lambda^{-1} [\mu_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{q}_s - V_s], \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.110)$$

где $\mu_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ — знакопостоянная функция, которая далее называется синтезирующей.

Подстановка формулы (2.110) в (2.105) дает [72]

$$\max_{\mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \bar{G}_u} \Phi(\lambda, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}) = \mu_s \dot{q}_s^2 \leq 0, \quad (2.111)$$

поэтому требование наличия максимума функции Φ требует отрицательного знака синтезирующей функции.

Равенства

$$\mu_s \dot{q}_s - V_s = 0, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.112)$$

определяют фазовые поверхности, каждая из которых делит фазовое пространство R^{2n} на две области, в которых

$$u_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \lambda) = \begin{cases} u_s^+, & \text{если } \mu_s \dot{q}_s - V_s > 0, \\ u_s^-, & \text{если } \mu_s \dot{q}_s - V_s \leq 0. \end{cases} \quad (2.113)$$

Эти поверхности называются поверхностями (линиями) переключения [265, 329, 331]. На поверхностях переключения управления могут терпеть разрыв первого рода $u_s^+ \neq u_s^-$, а следовательно, управления могут выбираться из класса измеримых функций.

2.4.2.2 Предложение [72]: «для любой фазовой траектории, приходящей на поверхность переключения справа или слева, или совпадающей с ней, должно выполняться условие совместности уравнений линии переключения и уравнений любого интеграла движения (или уравнений фазовой траектории), заключающееся в том, что в точках стыка на поверхности переключения их уравнения определяются одними и теми же значениями фазовых координат. Это условие вместе с краевыми условиями позволяет установить структуру знакопостоянной функции μ_s и синтезировать закон оптимального управления (2.107)» [4].

Если управление $\mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \bar{G}_u$ и соответствующая ему траектория $\mathbf{q}(t)$ доставляют минимум расширенному функционалу (2.103) при ограничениях (2.97), (2.98), то функция Φ достигает максимума по совокупности обобщенных координат, скоростей и управлений:

$$\Phi(\lambda, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}) = \max_{\mathbf{u} \in \bar{G}_u} \sum_{s=1}^n (\lambda Q_s + V_s) \dot{q}_s, \quad \mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \bar{G}_u, \quad (2.114)$$

при этом множитель Лагранжа – константа:

$$\lambda = \lambda_0 = \text{const}, \quad (2.115)$$

а на концах траектории $t = t_0, t = t_1$ выполняются условия трансверсальности

$$\lambda(A - T) + F = 0, \quad (2.116)$$

если интервал времени $t_1 - t_0$ строго не фиксирован, или $\Delta t = 0$, если интервал времени $t_1 - t_0$ фиксирован строго.

Применим формулу (2.54) асинхронного варьирования к расширенному функционалу (2.103)

$$\Delta J = \Delta \int_{t_0}^{t_1} [\lambda(T + A) + F] dt = [\lambda(T + A) + F] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} [\lambda(\delta T + \delta' A) + \delta' F] dt. \quad (2.117)$$

Определив синхронную вариацию кинетической энергии $T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ через вариации обобщенных координат, элементарную действительную работу через обобщенную силу

$$\delta' A = \sum_{s=1}^n Q_s \delta q_s \quad (2.118)$$

элементарную работу фиктивных сил в виде

$$\delta' F = \sum_{s=1}^n V_s \delta q_s, \quad (2.119)$$

получим

$$\Delta J = [\lambda(T + A) + F] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left[\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s + \frac{\partial T}{\partial q_s} \delta q_s + Q_s \delta q_s \right) + V_s \delta q_s \right] dt. \quad (2.120)$$

Производя интегрирование по частям, преобразуем (2.120) к виду

$$\begin{aligned} \Delta J = & [\lambda(T + A) + F] \Delta t \Big|_{t_1}^{t_0} + \sum_{s=1}^n \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s \Big|_{t_0}^{t_1} + \\ & + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left[-\frac{d}{dt} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) + \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right) + V_s \right] \delta q_s dt. \end{aligned} \quad (2.121)$$

В краевых условиях (2.121) синхронную вариацию заменим асинхронной

$$\delta q_s = \Delta q_s - \dot{q}_s \Delta t. \quad (2.122)$$

Тогда второе слагаемое краевого условия примет вид

$$\sum_{s=1}^n \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s \Big|_{t_0}^{t_1} = \sum_{s=1}^n \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \Delta q_s \Big|_{t_0}^{t_1} - \sum_{s=1}^n \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \dot{q}_s \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} = -2\lambda T \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1}. \quad (2.123)$$

Результат (2.123) получен в силу того, что должно быть выполнено необходимое условие прохождения траекторий (действительных и виртуальных) через одни и те же точки q_{os} , q_{ks} фазового пространства, т.е. $\Delta q_{os} = \Delta q_{ks} = 0$. Это

условие обращает в нуль первое слагаемое (2.123). Второе слагаемое приводится к удвоенной кинетической энергии в соответствии с теоремой Эйлера об однородных функциях [56].

Продифференцируем под знаком интеграла в (2.123) первое слагаемое

$$\frac{d}{dt} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) = \frac{d\lambda}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \lambda \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s}. \quad (2.124)$$

Теперь подставим (2.123), (2.124) в (2.121) и после преобразований получим

$$\begin{aligned} \Delta J = & \left[\lambda(A - T) + F \right] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \\ & + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left[-\dot{\lambda} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s - \lambda \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} - Q_s \right) \delta q_s + V_s \delta q_s \right] dt. \end{aligned} \quad (2.125)$$

Соотношения на концах траектории являются условиями трансверсальности

$$\lambda(A - T) + F = 0, \text{ или } \Delta t = 0 \text{ при } t = t_1. \quad (2.126)$$

Второе слагаемое в (2.125) под знаком интеграла есть уравнение Лагранжа второго рода (2.38). В результате асинхронная вариация расширенного функционала (2.103) для произвольного допустимого управления $\mathbf{u}$ получает вид

$$\Delta J = \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left[-\dot{\lambda} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + V_s \right] \delta q_s dt. \quad (2.127)$$

Преобразуем формулу (2.127). Заменим с учетом (2.126)

$$\dot{\lambda} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} = \frac{d}{dt} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \lambda \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} = \frac{d}{dt} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right). \quad (2.128)$$

Окончательно асинхронная вариация для функционала приводится к виду

$$\Delta J = \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left[-\frac{d}{dt} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) + \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right) + V \right] \delta q_s dt. \quad (2.129)$$

Выберем теперь из допустимой области другое управление $\mathbf{u}_\varepsilon$, полученное из произвольного управления игольчатым варьированием. Асинхронная вариация функционала для этого управления будет иметь вид, аналогичный (2.129)

$$\Delta J_\varepsilon = \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left[-\frac{d}{dt} \left(\lambda \frac{\partial T_\varepsilon}{\partial \dot{q}_s} \right) + \lambda \left(\frac{\partial T_\varepsilon}{\partial q_s} + Q_{\varepsilon s} \right) + V_{\varepsilon s} \right] \delta q_{\varepsilon s} dt. \quad (2.130)$$

В силу произвольности синхронных вариаций примем условие их стыковки

$$\delta q_s(t) = \delta q_{\varepsilon s}(t), \quad t = \tau + \delta t, \quad (2.131)$$

а обобщенные силы будем считать зависящими и от обобщенных координат, и от управлений

$$Q_s = Q_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}); \quad Q_{\varepsilon s} = Q_{\varepsilon s}(\mathbf{q}_{\varepsilon}, \dot{\mathbf{q}}_{\varepsilon}, \mathbf{u}_{\varepsilon}). \quad (2.132)$$

Теперь распорядимся выбором неопределенного множителя Лагранжа. Положим

$$\dot{\lambda} = 0, \quad \lambda = \lambda_0 = \text{const}. \quad (2.133)$$

Сравним значения асинхронных вариаций для траекторий $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}_{\varepsilon}$, полученных для управлений $\mathbf{u}$, $\mathbf{u}_{\varepsilon}$ соответственно. Тогда вторая вариация будет равна

$$\begin{aligned} \delta^2 J &= \Delta J_{\varepsilon} - \Delta J = \\ &= \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \lambda \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial(T_{\varepsilon} - T)}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial(T_{\varepsilon} - T)}{\partial q_s} - (Q_{\varepsilon s} - Q_s) \right] + (V_{\varepsilon s} - V_s) \right\} \delta q_s dt. \end{aligned} \quad (2.134)$$

Разность обобщенных сил вычислим так

$$\begin{aligned} Q_{\varepsilon s} - Q_s &= Q_s(\mathbf{u}_{\varepsilon}, \mathbf{q}_{\varepsilon}, \dot{\mathbf{q}}_{\varepsilon}) - Q_s(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \\ &+ \frac{\partial Q_s(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial q_s} (q_{s\varepsilon} - q_s) + \frac{\partial Q_s(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{q}_s} (\dot{q}_{s\varepsilon} - \dot{q}_s). \end{aligned} \quad (2.135)$$

Выражение под знаком интеграла будет представлено уравнением

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial(T_{\varepsilon} - T)}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial(T_{\varepsilon} - T)}{\partial q_s} - \frac{\partial Q_s(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial q_s} (q_{s\varepsilon} - q_s) + \\ + \frac{\partial Q_s(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{q}_s} (\dot{q}_{s\varepsilon} - \dot{q}_s) = 0. \end{aligned} \quad (2.136)$$

Это уравнение Лагранжа второго рода в вариациях. Таким образом, вторая вариация функционала окончательно получает вид

$$\delta^2 J = - \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \{ \lambda (Q_{\varepsilon s} - Q_s) - (V_{\varepsilon s} - V_s) \} \delta q_s dt. \quad (2.137)$$

Разобьем отрезок $[t_0, t_1]$ на три интервала $t \in [t_0, \tau)$, $t \in [\tau, \tau + \delta t]$, $t \in (\tau + \delta t, t_1]$.

На интервале $t \in [t_0, \tau)$ произвольное и варьируемое управления совпадают $\mathbf{u}_\varepsilon = \mathbf{u}$.

Поэтому вторая вариация функционала равна нулю $\delta^2 J = 0$.

На интервале $t \in [\tau, \tau + \delta t]$ $\mathbf{u}_\varepsilon \neq \mathbf{u}(t)$, причем $\mathbf{u}_\varepsilon$ получается из $\mathbf{u}$ игольчатым варьированием. На интервале $t \in (\tau + \delta t, t_1]$ $\mathbf{u}_\varepsilon = \mathbf{u}$. Вторая вариация функционала в целом теперь может быть задана формулой

$$\delta^2 J = - \sum_{s=1}^n \int_{\tau}^{\tau+\delta t} [(\lambda Q_{\varepsilon s} + V_{\varepsilon s}) - (\lambda Q_s + V_s)] \delta q_s dt + \sum_{s=1}^n \int_{\tau+\delta t}^{t_1} (V_{\varepsilon s} - V_s) \delta q_s dt. \quad (2.138)$$

Положим теперь, что произвольное управление $\mathbf{u}$ является оптимальным и выберем на интервале $t \in [\tau, \tau + \delta t]$ синхронную вариацию так, чтобы асинхронная равнялась нулю $\Delta q_s = \delta q_s + \dot{q}_s \Delta t = 0$, а на интервале $t \in (\tau + \delta t, t_1]$ асинхронная вариация является решением уравнения Лагранжа второго рода в вариациях при начальных условиях $t = [\tau + \delta t], \delta q(\tau + \delta t) = (\dot{q}_{\varepsilon s} - \dot{q}_s) \delta t$ и рассмотрим предельный переход (2.66), (2.67) $\delta t \rightarrow 0$, $q_{\varepsilon s} \rightarrow q_s$, $\dot{q}_{\varepsilon s} \rightarrow \dot{q}_s$. Тогда [9]

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \delta^2 J = - \sum_{s=1}^n [(\lambda Q_{\varepsilon s} + V_{\varepsilon s}) - (\lambda Q_s + V_s)] \dot{q}_s \delta t^2 + \sum_{s=1}^n \int_{\tau}^{t_1} (V_{\varepsilon s} - V_s) \delta q_s dt \geq 0. \quad (2.139)$$

Из этого выражения следует, что вариация функционала $\delta^2 J$ разрывная функция: при $0 \leq t \leq \tau$, $\delta^2 J = 0$, а при $t > \tau$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d}{dt}(\delta^2 J) = \sum_{s=1}^n (V_{\varepsilon s} - V_s) \delta q_s \quad (2.140)$$

с начальными условиями $t = \tau$,

$$\delta^2 J = - \sum_{s=1}^n [(\lambda Q_{\varepsilon s} + V_{\varepsilon s}) - (\lambda Q_s + V_s)] \dot{q}_s \delta t^2 \geq 0. \quad (2.141)$$

В дифференциальном уравнении (2.140) вариации $\delta q_s(t)$ являются решением однородного уравнения Лагранжа в вариациях. При $\delta t = 0$, $t = \tau$, $\delta q_s(\tau) = [\delta \dot{q}_{\varepsilon s}(\tau) - \dot{q}_s(\tau)] \delta t = 0$. Поэтому при $t > \tau$ $\delta^2 J(t) = \delta^2 J(\tau) = \text{const}$.

Условие минимума расширенного функционала запишется в виде [9]

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta^2 J}{\delta t^2} = - \sum_{s=1}^n \left[(\lambda Q_{\varepsilon s}(\mathbf{u}_{\varepsilon}) + V_{\varepsilon s}) - (\lambda Q_s(\mathbf{u}) + V_s) \right] \dot{q}_s \geq 0. \quad (2.142)$$

Из этой формулы следует необходимое и достаточное условие оптимальности управления

$$\sum_{s=1}^n (\lambda Q_s(\mathbf{u}) + V_s) \dot{q}_s \geq \sum_{s=1}^n (\lambda Q_{\varepsilon s}(\mathbf{u}_{\varepsilon}) + V_{\varepsilon s}) \dot{q}_{\varepsilon s}. \quad (2.143)$$

или

$$\sum_{s=1}^n (\lambda Q_s(\mathbf{u}) + V_s) \dot{q}_s \geq \sum_{s=1}^n (\lambda Q_{\varepsilon s}(\mathbf{u}_{\varepsilon}) + V_{\varepsilon s}) \dot{q}_{\varepsilon s}. \quad (2.144)$$

Принимая во внимание (2.96) можно утверждать, что поскольку обобщенная сила, а, следовательно, и управление, оказались зависящими от обобщенных координат, то с использованием (2.144) возможно решить задачу синтеза.

2.5 ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ ЛАГРАНЖЕВОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

2.5.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается совокупность динамических систем, движение которых удовлетворяет уравнению Лагранжа второго рода [57]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = U_s(t), \quad s = \overline{1, n}, \quad t \in [t_0, t_1] \subset R, \quad (2.145)$$

где $U_s(t)$ – управляющие обобщенные силы. Такой случай «играет центральную роль при рассмотрении систем вида (2.145) и их обобщений» [281]. Кинетическая энергия динамической системы (2.145) является положительно-определенной квадратичной формой обобщенных скоростей $\psi_0(\dot{q}_1^2 + \dots + \dot{q}_n^2) \leq T \leq \psi_1(\dot{q}_1^2 + \dots + \dot{q}_n^2)$, $\psi_j = \text{const}$, $\psi_j > 0$, $j = \overline{0, 1}$, и коэффициенты матрицы кинетической энергии непрерывно дифференцируемы.

Положим, что управляющие обобщенные силы выбираются из множества суммируемых на любом конечном интервале функций, принимающих значение в ограниченной замкнутой выпуклой области

$$\mathbf{U} \in \bar{G} \quad (2.146)$$

и для любых двух заданных точек расширенного координатного пространства (1.26) переводят динамическую систему (2.145) из начального состояния $(\mathbf{q}(t_0), \dot{\mathbf{q}}(t_0))$ в конечное состояние $(\mathbf{q}(t_1), \dot{\mathbf{q}}(t_1))$; $\bar{G}$ – ограниченная замкнутая выпуклая область.

Пусть для определенности

$$\bar{G} = \{U_s(t) : |U_s| \leq h_s, h_s = \text{const}, s = \overline{1, n}\}. \quad (2.147)$$

и $h_0 = \min_{1 \leq s \leq n} h_s > 0$. Тогда в соответствии с [281] выполняется необходимое и достаточное условие управляемости исследуемого класса лагранжевых динамических систем (2.145). Пусть также задана скалярная непрерывная вместе со своими частными производными определенно-положительная целевая функция $F(\mathbf{q})$. Задача синтеза управления системой (2.145) состоит в поиске управляющих обобщенных сил, доставляющих минимум целевому функционалу вида (2.102) при условиях (2.146), (1.26).

2.5.2 РЕДУКЦИЯ ЗАДАЧИ ЛАГРАНЖА К ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ

В соответствии с вариационным способом описания динамики систем и утверждением принципа Гамильтона-Остроградского истинной траектории управляемой лагранжевой динамической системы (2.145) поставим в соответствие экстремальное значение интеграла действия $\tilde{r}$. Рассмотрим вектор обобщенных сил $\mathbf{Q}$ и соответствующую ему траекторию $(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$, $t \in [t_0, t_1]$, проходящую

через точки расширенного фазового пространства $(\mathbf{q}(t_0), \dot{\mathbf{q}}(t_0))$ и $(\mathbf{q}(t_1), \dot{\mathbf{q}}(t_1))$, для которого задано значение интеграла действия:

$$S[\mathbf{q}, \mathbf{Q}] = \int_{t_0}^{t_1} (T + A) dt = r, \quad r = \text{const}, \quad r > \tilde{r}. \quad (2.148)$$

Рассмотрим изопериметрическую задачу: среди всех соответствующих обобщенным силам $\mathbf{Q}$ траекторий, удовлетворяющих условиям (1.26), на которых функционал (2.148) принимает значение r , найти те, которые обеспечивают минимум целевому функционалу (2.102). В соответствии с [57] решение экстремальной задачи (2.102), (2.148) предполагает исследование на экстремум расширенного целевого функционала (2.103).

2.5.3 ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРВОЙ АСИНХРОННОЙ ВАРИАЦИИ РАСШИРЕННОГО ЦЕЛЕВОГО ФУНКЦИОНАЛА: УСЛОВИЕ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

Пусть существуют такие множитель Лагранжа λ , вектор обобщенных сил $\mathbf{Q}$ и соответствующий ему вектор обобщенных координат $\mathbf{q}$, которые удовлетворяют (2.148) и обеспечивают минимум (2.102). К сравнению привлекается вектор обобщенных сил $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + \delta\mathbf{Q}$, получаемый варьированием по Макшейну [329]:

$$\delta\mathbf{Q}(t) = \begin{cases} \mathbf{C}, & t \in [\tau, \tau + \varepsilon], \\ \mathbf{0}, & t \notin [\tau, \tau + \varepsilon], \end{cases} \quad (2.149)$$

где $\mathbf{C}$ – произвольный вектор постоянных; $\tau \in [t_0, t_1]$ – момент времени, который задает замкнутый интервал времени $[\tau, \tau + \varepsilon] \subseteq [t_0, t_1]$; $\varepsilon \geq 0$ – малая величина. Вариация (2.149) также называется игольчатой. Обобщенной силе $\tilde{\mathbf{Q}}$ соответствует траектория $\tilde{\mathbf{q}}$.

Обусловленная действием варьированной обобщенной силы $\tilde{\mathbf{Q}}$ асинхронная

вариация траектории с точностью до величин первого порядка малости в общем случае определяется выражением (2.56), которое в векторной форме имеет следующий вид:

$$\Delta \mathbf{q}(t) = \delta \mathbf{q}(t) + \dot{\mathbf{q}}(t) \Delta t(t), \quad (2.150)$$

где $\delta \mathbf{q}(t) = \tilde{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{q}(t)$ – синхронная вариация траектории; $\Delta t(t)$ – произвольная неотрицательная бесконечно малая функция времени относительно ε ; асинхронное варьирование обозначено символом Δ .

На интервале $[t_0, \tau)$ $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}$, поэтому траектории в расширенном конфигурационном пространстве совпадают и (2.150) принимает вид $\Delta \mathbf{q}(t) = 0$, $\delta \mathbf{q}(t) = 0$, $t \in [t_0, \tau)$. При $t = \tau$ $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + \mathbf{C}$, траектории $\tilde{\mathbf{q}}$, $\mathbf{q}$ проходят через одну и ту же точку фазового пространства $\Delta \mathbf{q}(\tau) = 0$, $\delta \mathbf{q}(\tau) = -\dot{\mathbf{q}}(\tau) \Delta t(\tau)$. На интервале $(\tau, \tau + \varepsilon]$ асинхронная вариация траектории определяется выражением (2.150). На интервале $(\tau + \varepsilon, t_1]$ $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}$ и приращение обобщенных координат задается решением n дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода в вариациях с начальными условиями

$$\Delta \mathbf{q}(\tau + \varepsilon) = \delta \mathbf{q}(\tau + \varepsilon). \quad (2.151)$$

Вариация кинетической энергии, элементарное приращение работы и приращение целевой функции могут быть вычислены с точностью до величин первого порядка малости следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta T &= \sum_{s=1}^n \left[\frac{\partial T}{\partial q_s} \delta q_s + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s \right], t \in [t_0, t_1], \quad \delta' A = \sum_{s=1}^n Q_s \delta q_s, t \notin [\tau, \tau + \varepsilon], \\ \delta' \tilde{A} &= \sum_{s=1}^n \tilde{Q}_s \delta q_s = \sum_{s=1}^n (Q_s + \delta Q_s) \delta q_s = \delta' A + \sum_{s=1}^n \delta Q_s \delta q_s, t \in [\tau, \tau + \varepsilon], \quad (2.152) \\ \delta' F &= \sum_{s=1}^n \frac{\partial F(\mathbf{q})}{\partial q_s} \delta q_s = \sum_{s=1}^n V_s \delta q_s, t \in [t_0, t_1]. \end{aligned}$$

В рамках решения поставленной изопериметрической задачи будем искать условия, при которых обусловленное вариацией обобщенной силы и

соответствующей ей траектории приращение расширенного целевого функционала удовлетворяет неравенству

$$J[\tilde{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{Q}}] - J[\mathbf{q}, \mathbf{Q}] \geq 0 \quad (2.153)$$

На интервале $t \in [t_0, \tau)$ в силу (2.149) траектория не изменяется и расширенный целевой функционал приращения не получает.

В соответствии с [53] операция асинхронного варьирования позволяет получить асинхронную вариацию расширенного целевого функционала при любых допустимых вариациях обобщенной силы по следующему правилу:

$$\begin{aligned} \Delta J &= \Delta \left(\int_{t_0}^{\tau} [F + \lambda(T + A)] dt + \int_{\tau}^{t_1} [F + \lambda(T + A)] dt \right) = \\ &= \delta \int_{\tau}^{t_1} [F + \lambda(T + A)] dt + [F + \lambda(T + A)] \Delta t' \Big|_{\tau}^{t_1}, \end{aligned} \quad (2.154)$$

где

$$\delta \int_{\tau}^{t_1} [F + \lambda(T + A)] dt \quad (2.155)$$

– главная линейная часть приращения расширенного функционала; функции времени $\Delta t'(\tau), \Delta t'(t_1)$ произвольны и независимы.

На интервале $t \in [\tau, \tau + \varepsilon]$ главная линейная часть приращения расширенного целевого функционала с учетом (2.152) определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} &\int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} [\lambda(\delta T + \delta' \tilde{A}) + \delta' F] dt = \\ &= \int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} \left(\sum_{s=1}^n \lambda \delta Q_s \delta q_s + [\lambda(\delta T + \delta' A) + \delta' F] \right) dt = \\ &= \int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} \sum_{s=1}^n \left(\lambda \delta Q_s \delta q_s + \left[\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial q_s} + \lambda Q_s + V_s \right) \delta q_s + \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s \right] \right) dt. \end{aligned} \quad (2.156)$$

С учетом выражения (2.156) и аддитивности определенного интеграла слагаемое главной линейной части приращения расширенного целевого функционала на интервале $t \in [\tau + \varepsilon, t_1]$ записывается так:

$$\int_{\tau+\varepsilon}^{t_1} [\lambda(\delta T + \delta' A) + \delta' F] dt = \int_{\tau+\varepsilon}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left[\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial q_s} + \lambda Q_s + V_s \right) \delta q_s + \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s \right] dt. \quad (2.157)$$

Принимая во внимание (2.156) и (2.157), выражение (2.154) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta J = & \int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} \sum_{s=1}^n \lambda \delta Q_s \delta q_s dt + \int_{\tau}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left[\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial q_s} + \lambda Q_s + V_s \right) \delta q_s + \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s \right] dt + \\ & + [\lambda(A+T) + F] \Delta t' \Big|_{\tau}^{t_1}. \end{aligned} \quad (2.158)$$

Зависящие от обобщенных скоростей слагаемые вариации кинетической энергии из (2.158) интегрируются по частям:

$$\int_{\tau}^{t_1} \sum_{s=1}^n \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_s dt = - \int_{\tau}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left(\dot{\lambda} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \lambda \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) \delta q_s dt + \sum_{s=1}^n \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s \Big|_{\tau}^{t_1} \quad (2.159)$$

По теореме Эйлера об однородных функциях с учетом связи синхронной и асинхронной вариаций обобщенных координат имеем

$$\sum_{s=1}^n \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_s \Big|_{\tau}^{t_1} = - \sum_{s=1}^n \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \dot{q}_s \Delta t' \Big|_{\tau}^{t_1} = -2\lambda T \Delta t' \Big|_{\tau}^{t_1}. \quad (2.160)$$

Множитель Лагранжа для изопериметрической задачи $\lambda = \text{const}, \dot{\lambda} = 0$.

В соответствии с (2.149) получаем

$$\int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} \sum_{s=1}^n \lambda \delta Q_s \delta q_s dt = \sum_{s=1}^n \lambda \delta Q_s(\tau) \delta q_s(\tau) \varepsilon + o(\varepsilon), \quad (2.161)$$

где $o(\varepsilon)$ – бесконечно малая более высокого порядка, чем ε . Поскольку при $t \in [t_0, \tau)$ $\Delta J = 0$, множитель Лагранжа – константа, зависящие от обобщенных скоростей слагаемые вариации кинетической энергии приводятся к выражениям (2.159), (2.160), то с учетом выражений вариаций обобщенных координат, (2.161) имеем

$$\begin{aligned} \Delta J = & - \sum_{s=1}^n \lambda \delta Q_s \dot{q}_s(\tau) \Delta t \varepsilon + \int_{\tau}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left[\lambda \left(- \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right) + V_s \right] \delta q_s dt + \\ & + [\lambda(A-T) + F] \Delta t' \Big|_{\tau}^{t_1} + o(\varepsilon). \end{aligned} \quad (2.162)$$

Поскольку $\Delta t'(\tau)$, $\Delta t'(t_1)$ не равны нулю и независимы, то для определения стационарного значения расширенного целевого функционала J следует считать равными нулю множители при $\Delta t'(\tau)$, $\Delta t'(t_1)$, тогда

$$\left[\lambda(A - T) + F \right]_{\tau}^{t_1} = 0. \quad (2.163)$$

По исходному построению обобщенная сила выбрана так, что

$$\int_{\tau}^{t_1} \sum_{s=1}^n \left[\left(-\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right) + \lambda^{-1} V_s \right] \delta q_s dt = 0 \quad (2.164)$$

множитель Лагранжа

$$\lambda = \frac{-\sum_{s=1}^n V_s}{\sum_{s=1}^n \left(-\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right)}, t \in [\tau, t_1], \quad (2.165)$$

и для достижения минимума расширенного целевого функционала необходимо, чтобы при $\varepsilon \rightarrow 0$ выполнялось условие

$$-\sum_{s=1}^n \lambda \delta Q_s \dot{q}_s(\tau) \geq 0. \quad (2.166)$$

Таким образом, при ограничениях (2.148) доставляющие минимум целевому функционалу (2.102) обобщенные силы и соответствующая им траектория при $\varepsilon \rightarrow 0$ удовлетворяют (2.163) – (2.165) и условию (2.166). Поскольку по построению траектория является оптимальной, то, принимая во внимание принцип динамического программирования Р. Беллмана, в силу произвольности момента времени τ получим следующую краевую задачу, стесненную условиями [57]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s + \lambda^{-1} V_s, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.167)$$

$$q_s(t_0) = q_{s0}, \dot{q}_s(t_0) = \dot{q}_{s0}, q_s(t_1) = q_{s1}, \dot{q}_s(t_1) = \dot{q}_{s1},$$

$$\left[\lambda(A - T) + F \right]_t^{t_1} = 0, t \in [t_0, t_1], \quad (2.168)$$

$$\sum_{s=1}^n \lambda \delta Q_s(t) \dot{q}_s(t) \leq 0, \quad t \in [t_0, t_1], \quad (2.169)$$

$$\lambda = \frac{-\sum_{s=1}^n V_s}{\sum_{s=1}^n \left(-\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \frac{\partial T}{\partial q_s} + Q_s \right)} = \text{const}, \quad t \in [t_0, t_1]. \quad (2.170)$$

Анализ необходимых условий экстремума (2.167)–(2.170) позволяет сделать выводы, которые могут служить основой процедуры синтеза квазиоптимального управления.

Уравнение (2.167) – уравнение Лагранжа второго рода, полученное варьированием расширенного целевого функционала (2.102), который можно трактовать как расширенный функционал действия. Условие (2.168) – требование выполнения энергетического баланса на экстремальной траектории.

Анализ условия, определяющего вариацию обобщенной силы

$$\sum_{s=1}^n \lambda \delta Q_s(t) \dot{q}_s(t) \leq 0, \quad t \in [t_0, t_1] \quad (2.171)$$

приводит к следующим заключениям. Величина

$$\delta \Phi = \sum_{s=1}^n \delta Q_s(t) \dot{q}_s(t) \quad (2.172)$$

является вариацией функции обобщенной мощности $\tilde{\Phi} = Q_1(t) \dot{q}_1(t) + \dots + Q_n(t) \dot{q}_n(t)$ в момент t при значении обобщенной скорости, определенной на экстремальной траектории. Требование отрицательности вариации можно трактовать как необходимое условие обеспечения максимума функции обобщенной мощности всюду на экстремальной траектории

$$\tilde{\Phi} = \sum_{s=1}^n Q_s(t) \dot{q}_s(t) \rightarrow \max, \quad t \in [t_0, t_1]. \quad (2.173)$$

Тогда краевая задача может быть представлена в виде системы уравнений (2.166), (2.167), (2.170), (2.173). Ее разрешение и построение программной экстремальной траектории является достаточно сложной задачей, которая может быть решена различными численными методами – пристрелки, итераций и т.д. с текущим поиском максимума функции обобщенной мощности. Но вместе с этим система (2.166), (2.167), (2.170), (2.173) дает возможность решения задачи

квазиоптимального структурного синтеза.

2.5.4 КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЙ

2.5.4.1 С учетом редукции исходной задачи и решения изопериметрической задачи структуру квазиоптимального управления можно определить следующим образом:

$$U_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) = Q_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) + \lambda^{-1} V_s(\mathbf{q}(t)), \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.174)$$

Условие максимума функции обобщенной мощности позволяет утверждать, что в квазиоптимальной системе знак обобщенной силы определяется знаком обобщенной скорости, и это дает возможность установить следующую связь:

$$Q_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) = \lambda^{-1} \mu_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \dot{q}_s(t). \quad (2.175)$$

Имеем следующую структуру управления:

$$U_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) = \lambda^{-1} [\mu_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \dot{q}_s(t) + V_s(\mathbf{q}(t))], \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.176)$$

Знак управления определяется в процессе синтеза на основе требований устойчивости управляемого движения. Использование прикладных способов учета ограничений на класс допустимых управлений позволяет записать:

$$U_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) = h_s \text{sat} [\lambda^{-1} \Psi_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))] = \begin{cases} h_s, & \lambda^{-1} \Psi_s > h_s, \\ \lambda^{-1} \Psi_s, & |\lambda^{-1} \Psi_s| \leq h_s, \\ -h_s, & \lambda^{-1} \Psi_s < -h_s, \end{cases} \quad (2.177)$$

где функция

$$\Psi_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) = \mu_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \dot{q}_s(t) + V_s(\mathbf{q}(t)) \quad (2.178)$$

определяет поверхность переключения; $h_s = \text{const}$.

Заметим, что при $\lambda \rightarrow 0$ управление (2.177) имеет релейный характер

$$U_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) = h_s \text{sign} [\mu_s(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \dot{q}_s(t) + V_s(\mathbf{q}(t))]. \quad (2.179)$$

2.5.4.2 На линии переключения справедливы условия трансверсальности (2.168), поэтому уравнения Лагранжа при управлении (2.176) можно привести к законам сохранения, исходя из того, что

$$\left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} \right) = \lambda^{-1} (\mu_s \dot{q}_s + V_s). \quad (2.180)$$

После умножения обеих частей (2.180) на $\dot{q}_s$ и суммирования в соответствии с теоремой А.М. Ляпунова получим, что знак управления при устойчивом изменении состояния определяется из неравенства $\mu_s (\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \dot{q}_s^2(t) + V_s(\mathbf{q}(t)) \dot{q}_s \leq 0$, $s = \overline{1, n}$, для выполнения которого достаточно потребовать, чтобы $\mu_s < 0$, $V_s(\mathbf{q}(t)) \dot{q}_s \leq 0$. В таком случае имеем условие

$$\frac{d}{dt} (\lambda T + F) = \sum_{s=1}^n \mu_s \dot{q}_s^2 \leq 0, \quad (2.181)$$

которое при определенно-положительной функции F определяет знак управления следующим выражением: $U_s = \lambda^{-1} [\mu_s \dot{q}_s - V_s]$. Так как кинетическая энергия T и подынтегральная функция F определенно-положительные, а их производная (2.181) определенно-отрицательная функция в силу $\mu_s < 0$, то управляемое движение устойчиво в соответствии с теоремой А.М. Ляпунова. Подозрение о возможной оптимальности другого управления, заданного как обобщенная сила (2.175), не подтверждается. Это доказывается приведением уравнений Лагранжа второго рода к закону изменения кинетической энергии. Подстановка предложенного выражения для Q_s в уравнения Лагранжа второго рода дает

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s = \lambda^{-1} \mu_s \dot{q}_s, \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.182)$$

Умножением обеих частей на $\dot{q}_s$ и суммированием по $s = \overline{1, n}$, устанавливается закон изменения кинетической энергии

$$\lambda \frac{dT}{dt} = \sum_{s=1}^n \mu_s \dot{q}_s^2 \leq 0, \quad \mu_s < 0. \quad (2.183)$$

При таком управлении уменьшается только кинетическая энергия T , а

функция F целевого функционала может увеличиваться.

Подстановка полученного в работе выражения управления $U_s = \lambda^{-1} [\mu_s \dot{q}_s - V_s]$ в уравнения Лагранжа и приведение их к закону изменения кинетической энергии приводит к совершенно новому результату

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} &= U_s = \lambda^{-1} [\mu_s \dot{q}_s - V_s], \quad s = \overline{1, n}, \\ \frac{d}{dt} (\lambda T + F) &= \sum_{s=1}^n \mu_s \dot{q}_s^2 \leq 0. \end{aligned} \quad (2.184)$$

Здесь уменьшаются одновременно и кинетическая энергия, и функция F . Противоречие доказывает единственность полученной формы обобщенной силы (2.176).

2.6 ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ АППЕЛЕВОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

2.6.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Согласно принципу Гаусса в каждый момент времени t динамическая система движется таким образом, что принуждению [53, 56]

$$Z = \sum_{s=1}^n \frac{1}{2} m_s \left(\ddot{q}_s - \frac{Q_s}{m_s} \right)^2, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.185)$$

соответствующему истинному пути, ускорения $\ddot{q}_s$ доставляют минимум:

$$\delta Z = 0, \quad (2.186)$$

где m_s — масса материальной точки. Двумя точками обозначена производная по времени. Отсюда из условия минимума функции (2.185) следуют уравнения в форме Аппеля:

$$\frac{\partial G}{\partial \ddot{q}_s} = Q_s, \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.187)$$

Пусть динамика исследуемой системы удовлетворяет (2.186) и, следовательно, описывается уравнениями (2.187). Требуется найти ограниченные допустимые силы $\mathbf{Q} \in \bar{G}_Q$, переводящие систему (2.187) из начального состояния $t = t_0$ в конечное $t = t_1$, соответствующую им траекторию $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in R^{2n}$, которые обеспечат минимум целевого функционала вида (2.102).

2.6.2 ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АППЕЛЕВЫХ СИСТЕМ

Поиск необходимого условия минимума целевого функционала (2.102) поставленной в подразделе 2.6.1 задачи проводится методом неопределенных множителей Лагранжа. Это требует рассмотрения расширенного функционала, учитывающего особенности динамики системы [6], в форме выражения (2.185):

$$J = J_1 + \int_{t_0}^{t_1} \lambda Z dt \rightarrow \min. \quad (2.188)$$

Пусть произвольная обобщенная сила по аналогии с (2.149) определяется выражением

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + \delta \mathbf{Q}. \quad (2.189)$$

Тогда асинхронная вариация функционала имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \Delta J &= [\lambda Z + F] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} [\lambda \delta Z + \delta' F] dt = \\ &= [\lambda Z + F] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left[\lambda \left(\frac{\partial Z}{\partial \ddot{q}_s} \delta \ddot{q}_s \right) + V_s(\mathbf{q}) \delta q_s \right] dt \geq 0. \end{aligned} \quad (2.190)$$

Соотношения на концах траектории являются условиями трансверсальности:

$$[\lambda Z + F] = 0, \quad (2.191)$$

если интервал $[t_1 - t_0]$ фиксирован, или

$$\Delta t = 0 \quad (2.192)$$

если интервал $[t_1 - t_0]$ не фиксирован.

При $t \in [t_0, \tau]$ варьированная и доставляющая минимум (2.185) силы совпадают, поэтому $\Delta J = 0$.

При $t \in [\tau, \tau + \Delta t]$ $\Delta J \neq 0$ и

$$\delta Z_{t \in [\tau, \tau + \Delta t]} = \frac{\partial \sum_{s=1}^n \frac{1}{2} m_s \left(\ddot{q}_s - \frac{\tilde{Q}_s}{m_s} \right)^2}{\partial \ddot{q}_s} \delta \ddot{q}_s = \sum_{s=1}^n (m_s \ddot{q}_s - \tilde{Q}_s) \delta \ddot{q}_s. \quad (2.193)$$

При $t \in [\tau + \Delta t, t_1]$ $\Delta J \neq 0$, но произвольная сила $\tilde{Q}_s$ и доставляющая минимум (2.102) – Q_s совпадают, значит

$$\delta Z_{t \in [\tau, \tau + \Delta t]} = \frac{\partial \sum_{s=1}^n \frac{1}{2} m_s \left(\ddot{q}_s - \frac{Q_s}{m_s} \right)^2}{\partial \ddot{q}_s} \delta \ddot{q}_s = \sum_{s=1}^n (m_s \ddot{q}_s - Q_s) \delta \ddot{q}_s. \quad (2.194)$$

Приращение подынтегральной функции целевого функционала F вычисляется по аналогии с (2.119). Тогда (2.190) принимает следующий вид:

$$\Delta J = \sum_{s=1}^n \int_{\tau}^{\tau + \Delta t} \left[V_s \delta q_s + \lambda (m_s \ddot{q}_s - \tilde{Q}_s) \delta \ddot{q}_s \right] dt + \sum_{s=1}^n \int_{\tau + \Delta t}^{t_1} \left[\lambda (m_s \ddot{q}_s - Q_s) \delta \ddot{q}_s + V_s \delta q_s \right] dt. \quad (2.195)$$

По аналогии с изложенным выше выберем другие обобщенные силы $\tilde{Q}_{\varepsilon}$, полученные по правилу (2.189). Приращение соответствующего функционала ΔJ_{ε} будет иметь аналогичный (2.195) вид. В силу произвольности синхронных вариаций примем условия их стыковки $\delta q_s(t) = \delta q_{\varepsilon s}(t)$, $\delta \dot{q}_s(t) = \delta \dot{q}_{\varepsilon s}(t)$ при $t = \tau$. Для траекторий q_s и $q_{\varepsilon s}$, полученных для $\tilde{Q}_s$, $\tilde{Q}_{\varepsilon s}$, имеем [39]

$$\begin{aligned} \delta^2 J = & \sum_{s=1}^n \int_{\tau}^{\tau + \Delta t} \left[(V_{\varepsilon s} - V_s) \delta q_s + \lambda (m_s [\ddot{q}_{\varepsilon s} - \ddot{q}_s] - [\tilde{Q}_{\varepsilon s} - \tilde{Q}_s]) \delta \ddot{q}_{\varepsilon s} \right] dt + \\ & + \sum_{s=1}^n \int_{\tau + \Delta t}^{t_1} \lambda m_s (\ddot{q}_{\varepsilon s} - \ddot{q}_s) \delta \ddot{q}_s dt. \end{aligned} \quad (2.196)$$

Положим теперь, что произвольная обобщенная сила $\tilde{Q}_s$ доставляет минимум целевому функционалу. Тогда с учетом принятых выше обозначений поскольку

$\lambda(m_s(\ddot{q}_s + \delta\ddot{q}_s) - Q_s)\delta\ddot{q}_s = \lambda m_s \delta\ddot{q}_s^2 \geq 0$, то для выполнения (2.190) необходимо и достаточно, чтобы

$$\sum_{s=1}^n \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[(\tilde{V}_{\varepsilon s} - V_s) \delta q_s - \lambda (\tilde{Q}_{\varepsilon s} - Q_s) \delta \ddot{q}_s \right] dt \geq 0. \quad (2.197)$$

Так как в соответствии с принципом Гаусса траектории и скорости не варьируются, то интегрирование по частям приводит к следующему выражению

$$\sum_{s=1}^n \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[\frac{d^2 Q_s}{dt^2} - \lambda^{-1} V_s \right] \delta q_s dt \geq \sum_{s=1}^n \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \left[\frac{d^2 \tilde{Q}_{\varepsilon s}}{dt^2} - \lambda^{-1} \tilde{V}_{\varepsilon s} \right] \delta q_s dt. \quad (2.198)$$

Значит [39,66]

$$\sum_{s=1}^n \frac{d^2 (Q_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))}{dt^2} = \lambda^{-1} \sum_{s=1}^n V_s(\mathbf{q}), \quad (2.199)$$

$$t = \tau, \quad \mathbf{q} = \mathbf{q}(\tau), \quad \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}(\tau), \quad t = \tau + \Delta t, \quad \mathbf{q} = \mathbf{q}(\tau + \Delta t), \quad \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}(\tau + \Delta t).$$

Как показано в [66], исследование первой асинхронной вариации (2.195) также приводит к ДТКЗ (2.199), решение которой целесообразно производить для конкретных случаев задач синтеза.

2.7 СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ УПРАВЛЯЕМЫХ ЛАГРАНЖЕВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ИНВАРИАНТОВ НА ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ

2.7.1 СИНТЕЗИРУЮЩАЯ ФУНКЦИЯ

2.7.1.1 Заметим, что задача синтеза оптимальных управлений для линейной системы была решена ранее другими методами для случая одного управляющего параметра – А. А. Фельдбаумом [342, 343] и Д. Бушоу для двух управляющих параметров. Использование принципа максимума Л.С. Понтрягина также дает возможность получить указанные результаты [329]. Однако в случае нескольких управляющих параметров и нелинейных уравнений движения применение

указанных методов проблематично. В случае использования условия максимума функции обобщенной мощности решение проблемы значительно упрощается на основе построения синтезирующей функции. Рассмотрим способы построения синтезирующей функции μ_s .

Явные зависимости управлений от фазовых координат имеют вид (2.176). Это уравнение не позволяет непосредственно найти управляющую обобщенную силу, которая доставляет минимум целевому функционалу. Однако это выражение позволяет с точностью до синтезирующей функции определить структуру множества обобщенных сил, содержащего оптимальную обобщенную силу.

2.7.1.2 Для построения функции μ_s воспользуемся следующими положениями:

– уравнение вида (2.112) описывает линию переключения управления вида (2.184). Эта линия проходит через терминальную точку фазового пространства и на ней управление меняет знак

$$U(t') = \begin{cases} U(\tau - 0), & t' < \tau, \\ 0, & t' = \tau, \\ U(\tau + 0), & t' > \tau, \end{cases} \quad (2.200)$$

– функция $\mu(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ – знакопостоянная, что вытекает из способа максимизации функции $\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U, \lambda)$, а именно:

$$\max_{U \in G} \Phi_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, U, \lambda) = [\lambda U_s + V_s] \dot{q}_s, \quad (2.201)$$

откуда необходимым условием максимума является совпадение знаков сомножителей и их пропорциональность

$$\text{sign}[\lambda U_s + V_s] = \text{sign} \dot{q}_s, \quad [\lambda U_s + V_s] = \mu_s \dot{q}_s, \quad (2.202)$$

что и определяет необходимость знакопостоянства функции μ_s ;

– условия совместности на линии переключения:

а) для траекторий, приходящих на линию переключения, любой интеграл движения и уравнение линии переключения в точке стыка определяются одними и теми же значениями фазовых координат;

б) на линии переключения выполняются условия трансверсальности

$$[\lambda(A-T)+F]=0, \quad U_s(\tau)=0, \quad s=\overline{1,n}, \quad (2.203)$$

что возможно, так как всякая часть траектории является оптимальной траекторией

Это условие позволяет в точке стыка записать уравнение линии переключения, уравнение изменения какого-либо интеграла движения и условия трансверсальности.

Эти условия позволяют определять функцию μ_s через интегралы движения или через кинематические характеристики фазовой траектории точки.

2.7.2 ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СВЯЗОК

2.7.2.1 Использование первых интегралов движения как интегральных связей базируется на методе интегральных связей, предложенном Н.Г. Четаевым при исследовании устойчивости [344, 345]. Следуя ему, в [120] получено:

$$\mu_s = -\frac{-|V_s p_s|}{2|A+|U_s|q_s+C_s|}, \quad s=\overline{1,n}. \quad (2.204)$$

2.7.2.2 В частном случае, когда:

$$q_s = x; \quad \dot{q}_s = \dot{x}; \quad T_s = \frac{1}{2}\dot{x}^2; \quad p_s = \dot{x}; \quad V_s = x; \quad A=0; \quad C_s=0; \quad |U_s| = \frac{|U|}{k}, \quad (2.205)$$

получаем

$$\mu_s = -0,5k|\dot{x}||U|^{-1}. \quad (2.206)$$

При $k \neq \frac{1}{2}$ управление (2.179) совпадает с известным решением А.Т. Фуллера [346, 347] для задачи подавления шумов в радиотехнических устройствах, формулируемой так [57]:

$$\ddot{x} = U; \quad J_1 = \frac{1}{2} \int_0^{t_1} x^2 dt \rightarrow \min, \quad (2.207)$$

$$t = 0; \quad x(0) = x_0; \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0; \quad t = t_1; \quad x(t_1) = 0; \quad \dot{x}(t_1) = 0.$$

При $k=1$ [120] управление в точности совпадает с решением задачи синтеза оптимального быстродействия Л.С. Понтрягина [265, 331]

$$J_1 = \int_0^{t_1} dt = \min. \quad (2.208)$$

Таким образом, использование первых интегралов движения обеспечивает структурный синтез управлений для голономных динамических систем.

2.7.3 МЕТОД ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ КАК ОСНОВА СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ

2.7.3.1 Управления (2.176) подставим в уравнение Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s + U_s. \quad (2.209)$$

Получим:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s + \lambda^{-1} [\mu_s \dot{q}_s - V_s]. \quad (2.210)$$

Тогда уравнения Лагранжа будут такими:

$$\frac{dp_s}{dt} - \frac{\partial}{\partial q_s} (T + A) = \lambda^{-1} \left[\mu_s \dot{q}_s - \frac{\partial F}{\partial q_s} \right], \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.211)$$

или

$$\lambda \frac{dp_s}{dt} - \frac{\partial}{\partial q_s} [\lambda (T + A) - F] = \mu_s \dot{q}_s. \quad (2.212)$$

В точке стыка на линии переключения выполняются условия трансверсальности, определяемые выражением вида (2.168). Тогда, вычисляя F из условий трансверсальности и подставляя в уравнения (2.212), получаем

$$\lambda \frac{dp_s}{dt} - 2\lambda \frac{\partial A}{\partial q_s} = \mu_s \dot{q}_s. \quad (2.213)$$

На линии переключения должен выполняться закон изменения количества движения (импульса). Чтобы это состоялось, необходимо в (2.213) положить

$$\lambda \frac{dp_s}{dt} - 2\lambda \frac{\partial A}{\partial q_s} = \mu_s \dot{q}_s \quad (2.214)$$

или

$$\mu_s \dot{q}_s = -\lambda \frac{dA}{dq_s} = -\lambda Q_s. \quad (2.215)$$

2.7.3.2 Рассмотрим уравнение (2.215). Согласно способу Уиттекера [56, 334] заменим производную по времени ее производной по обобщенной координате q_s .

Тогда

$$\mu_s \dot{q}_s = -\lambda \frac{dp_s}{dq_s} \dot{q}_s \quad (2.216)$$

и значение синтезирующей функции определяется дифференциальным соотношением [65]

$$\mu_s = -\lambda \left| \frac{dp_s}{dq_s} \right|. \quad (2.217)$$

Оказывается, что по физическому содержанию синтезирующая функция μ_s есть модуль касательной к фазовой траектории с коэффициентом деформации λ [72].

Непосредственное использование (2.217) в практических приложениях затруднено. При этом в теории АКОР при синтезе управлений используется метод выбранных траекторий [348]. Метод выбранных траекторий используется также при синтезе оптимальных управлений с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина [329]. Задача сводится к нахождению точек переключения на линии переключения. Указанные подходы связаны с трудностями обоснования асимптотической устойчивости и отличаются громоздкостью функционалов.

С использованием условия максимума функции обобщенной мощности задача решается значительно проще. Единственным требованием к выбранной траектории является прохождение ее через терминальную точку.

Пусть, например, уравнения линий, проходящих через терминальную точку фазового пространства, имеют вид:

$$q_s^{a_s} - k\dot{q}_s^{b_s} = 0, \quad (2.218)$$

где $a_s, b_s, k - \text{const}$. Так как

$$\frac{d(q_s^{a_s} - k\dot{q}_s^{b_s})}{dq_s \dot{q}_s} = a_s q_s^{a_s-1} - k b_s \dot{q}_s^{b_s-1} \frac{d\dot{q}_s}{dq_s} = 0, \quad (2.219)$$

то [9]

$$\frac{d\dot{q}_s}{dq_s} = \frac{a_s}{b_s} \frac{q_s^{a_s-1}}{k\dot{q}_s^{b_s-1}} = \frac{a_s}{b_s} \frac{q_s^{a_s-1} \dot{q}_s}{k\dot{q}_s^{b_s}} = \frac{a_s}{b_s} \frac{\dot{q}_s}{q_s}. \quad (2.220)$$

Когда обобщенные импульсы и кинетическая энергия стационарных динамических систем определяются следующими выражениями: $p_s = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s}$ и

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \dot{q}_s^2, \text{ то [40]}$$

$$\mu_s = -\lambda \left| \frac{d\dot{q}_s}{dq_s} \right| = -\lambda \left| \frac{\dot{q}_s}{L_s q_s} \right|, \quad L_s = \frac{b_s}{a_s}, \quad (2.221)$$

где L_s – константа, зависящая от формы линии переключения.

2.7.3.2 Использование гипотезы о выполнении на линии переключения закона изменения количества движения не дает ответа о структуре синтезирующей функции, которая соответствует минимуму целевого функционала, но позволяет получить множество нелинейных обратных связей.

2.7.4 МЕТОД СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА КВАЗИОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ГИПОТЕЗЫ О СТАЦИОНАРНОСТИ ГАМИЛЬТОНИАНА НА ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ

Равенства (2.176) определяют в фазовом пространстве гиперповерхности переключения управления. Так как на этой гиперповерхности обобщенная сила равна нулю, условия transversальности (2.203) преобразуются в условие постоянства обобщенного кинетического потенциала в данный момент времени

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \lambda T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = l = \text{const}. \quad (2.222)$$

Это уравнение представляет собой поверхность гиперболического параболоида в фазовом пространстве переменных Лагранжа $q_s, \dot{q}_s (s = \overline{1, n})$.

Преобразование Лежандра функции $L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ по переменным $\dot{q}_s (s = \overline{1, n})$ есть функция Гамильтона, представляющая поверхность эллипсоида в переменных Гамильтона $q_s, p_s (s = \overline{1, n})$

$$H(\mathbf{q}, \mathbf{p}, t) = \lambda T + F = \frac{1}{2} \lambda \sum_{s,k=1}^n \frac{A_{sk}}{D} p_s p_k + F = h = \text{const}, \quad (2.223)$$

в которой величины $\dot{q}_s$ выражены через q_s, p_s, t при помощи уравнений

$$p_s = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.224)$$

для обобщенных импульсов, при этом преобразовании величины q_s, t играют роль параметров; здесь A_{sk} - алгебраическое дополнение элемента a_{sk} гессиана кинетического потенциала $L = T - \Pi$

$$D = \det \left\| \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{q}_s \partial \dot{q}_k} \right\|_{s,k=1}^n = \det \|a_{sk}\| \neq 0. \quad (2.225)$$

Анализ поверхности гиперболического параболоида устанавливает, что его главные сечения суть параболы $F = -2l$, $\lambda T = 2l$, направленные в разные стороны; сечения гиперболического параболоида плоскостью $l = 0$ суть семейство прямых

$\lambda T - F = 0$, которых на поверхности гиперболического параболоида бесчисленное множество. Плоскости $l \neq 0$ пересекают гиперболический параболоид по гиперболам.

Качественный анализ поверхности эллипсоида устанавливает, что ее сечения являются эллипсами.

На поверхности эллипсоида переключения управления канонические уравнения Гамильтона имеют вид

$$\frac{dq_s}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_s} = \lambda \dot{q}_s; \quad \lambda \frac{dp_s}{dt} = \mu_s \dot{q}_s = V_s + \lambda \frac{\partial T}{\partial q_s}; \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.226)$$

так как кинетический потенциал системы на поверхности постоянен

$$L = \lambda T - F = \text{const}. \quad (2.227)$$

По уравнениям Уиттекера [334] определяется синтезирующая функция

$$\mu_s = \lambda \frac{dp_s}{dq_s} = \frac{V_s}{\dot{q}_s}; \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.228)$$

имеющая смысл углового коэффициента касательной к траектории на поверхности переключения.

Для нахождения углового коэффициента касательной к сопряженным линиям, ведущим в терминальную точку внутри эллипсоида, нужно к функции $Q_s = \mu_s \dot{q}_s - V_s = 0$ применить скобки Пуассона, используя функцию $H = \lambda T + F = h$,

$$(H, Q_s) = \frac{\partial H}{\partial q_s} \frac{\partial Q_s}{\partial p_s} - \frac{\partial H}{\partial p_s} \frac{\partial Q_s}{\partial q_s} = 0, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.229)$$

которые после преобразований примут вид

$$(H, Q_s) = \dot{q}_s \frac{\partial \mu_s}{\partial p_s} \left(\lambda \frac{dp_s}{dq_s} \dot{q}_s - \mu_s \right) - \left(\lambda \dot{q}_s V_{ss} + V_s \frac{A_{ss}}{D} \mu_s \right) = 0, \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.230)$$

Первое слагаемое (2.230) равно нулю в силу равенства (2.228). Тогда второе слагаемое (2.230) есть уравнение линии, ведущей во внутреннюю область эллипсоида – линия переключения управления. Угловой коэффициент касательной к этой линии

$$\hat{\mu}_s = -\frac{\lambda V_{ss} D \dot{q}_s}{A_{ss} V_s}; \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.231)$$

где $V_{ss} = \frac{\partial V_s}{\partial q_s} = \frac{\partial^2 F}{\partial q_s^2} > 0$ – весовой множитель в целевом функционале.

Угловые коэффициенты удовлетворяют условию сопряжения

$$\mu_s \hat{\mu}_s = -\frac{\lambda V_{ss} D}{A_{ss}}; \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.232)$$

Уравнение для управляющей силы на траектории движения после переключения определяются формулой [41]

$$U_s = \lambda^{-1} \left(-\frac{\lambda V_{ss} D \dot{q}_s |\dot{q}_s|}{A_{ss} |V_s|} - V_s \right); \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.233)$$

Во втором и четвертом квадрантах фазовой плоскости $(\dot{q}_s, V_s)$ линия переключения получается из уравнения

$$\dot{E}_s = \lambda V_{ss} D \dot{q}_s^2 - A_{ss} V_s^2 = 0; \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.234)$$

которое распадается на два

$$\dot{q}_s \mp \sqrt{\frac{A_{ss}}{\lambda V_{ss} D}} V_s = 0; \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.235)$$

Одна из линий приходит в терминальную точку $(\dot{q}_s(t_1), V_s(t_1))$. При постоянных $D = \text{const}$, $A_{ss} = \text{const}$ – это уравнения диаметров эллипса, и все они проходят через его центр. Таким образом, на линии переключения величина скорости ограничена кинематическими неголономными связями. При искажении таких связей согласно принципу освобождаемости возникает необходимость введения сил реакции связей [108]

$$R_s = \varepsilon_s \sqrt{\frac{\lambda V_{ss} D}{A_{ss}}}; \quad \varepsilon_s \geq 0, \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.236)$$

Уравнение элементарной работы сил реакций связей R_s

$$\delta' W_s = R_s d\dot{q}_s = \varepsilon_s \sqrt{\frac{\lambda V_{ss} D}{A_{ss}}} \dot{q}_s dt = -\varepsilon_s V_s dt; \quad s = \overline{1, n}. \quad (2.237)$$

Добавление величины $(-\varepsilon_s V_s)$ в уравнение (2.234) преобразует его к виду (во втором (и четвертом) квадранте)

$$\dot{E}_s = -D|\dot{q}_s|\dot{q}_s - \left(\frac{A_{ss}\lambda^{-1}}{V_{ss}}|V_s| + \varepsilon_s \right) V_s. \quad (2.238)$$

Тогда формула для обобщенной управляющей силы будет иметь вид [108]

$$U_s = \lambda^{-1} \left[-\frac{\dot{q}_s|\dot{q}_s|}{L_s|V_s| + \varepsilon_s} - V_s \right], L_s = DA_{ss}(\lambda V_{ss})^{-1}, s = \overline{1, n}. \quad (2.239)$$

Множитель Лагранжа $\lambda > 0$ определяет модуль управляющей силы U_s и величину поворота линии переключения в фазовой плоскости; множители Лагранжа $\varepsilon_s \geq 0$ определяют сдвиг линий переключения. Величины $A_{ss}D$ определяют взаимосвязь между управляющими силами подсистем различных степеней свободы. Неизвестные множители Лагранжа λ, ε_s находятся из решения краевой задачи управления, а их оптимальное сочетание – из условия экстремума целевого функционала.

2.8 СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЙ ПОДВИЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ В ОБЛАСТЯХ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА С ЧЕТКИМИ ГРАНИЦАМИ

2.8.1 СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ СПУТНИКОМ, СОВЕРШАЮЩИМ ПЛОСКОЕ ДВИЖЕНИЕ В ПОЛЕ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИЛЫ

Спутник совершает плоское движение в поле центральной силы

$$\ddot{r} - \dot{\phi}^2 r = -\frac{\tilde{\mu}}{r^2} + U_1, \quad \ddot{\phi} r + 2\dot{r}\dot{\phi} = U_2, \quad (2.240)$$

где r - радиаль, определяющая расстояние спутника до гравитирующего центра; ϕ - полярная координата; $\tilde{\mu}$ - потенциал гравитирующего центра.

Задача управления: найти управления U_1, U_2 , с помощью которых спутник

выводится на орбиту относительно гравитирующего центра, уравнение которой

$$r = r_0(1 - \sin \omega t) \quad (2.241)$$

и совершает по ней движение с постоянной угловой скоростью

$$\dot{\phi} = p = \text{const}. \quad (2.242)$$

Критерий оптимальности формулируется в виде

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^t \left\{ \left[r - r_0(1 - z \sin \omega t) \right]^2 + (\phi - pt)^2 \right\} dt. \quad (2.243)$$

В соответствии с этим критерием и условием максимума функции обобщенной мощности законы управления имеют вид:

$$U_1 = \lambda^{-1} \left\{ \frac{-|\dot{r}|\dot{r}}{L_1|r - r_0(1 - z \sin \omega t)| + \varepsilon_1} - \left[r - r_0(1 - z \sin \omega t) \right] \right\};$$

$$U_2 = \lambda^{-1} \left[\frac{-|\dot{\phi}|\dot{\phi}}{L_2|\dot{\phi} - p| + \varepsilon_2} - (\dot{\phi} - p) \right]. \quad (2.244)$$

На рисунке 2.1 показана траектория глубокого маневра спутника (маневр 1) при движении от гравитирующего центра

$$t = 0 \quad r = 0,2; \quad \dot{r} = 0; \quad r_0 = 2; \quad \phi_0 = -0,5\pi; \quad \dot{\phi}_0 = -2; \quad p = 1c^{-1}; \quad \lambda^{-1} = 100;$$

$$z = 0,5; \quad \omega = 7c^{-1}; \quad \mu = 2; \quad L_1 = 40; \quad L_2 = 50; \quad \varepsilon_1 = 10; \quad \varepsilon_2 = 1.$$

На рисунке 2.2 показана структура управления при движении спутника от гравитирующего центра. На рисунке 2.3 показана траектория глубокого маневра спутника (маневр 2) при движении к гравитирующему центру

$$t = 0, \quad r = 4; \quad \dot{r} = 0; \quad r_0 = 2; \quad \phi_0 = -0,5\pi; \quad \dot{\phi}_0 = -2; \quad p = 1c^{-1}; \quad \lambda^{-1} = 90;$$

$$z = 0,5; \quad \omega = 5c^{-1}; \quad \mu = 2; \quad L_1 = 30; \quad L_2 = 360; \quad \varepsilon_1 = 1; \quad \varepsilon_2 = 1.$$

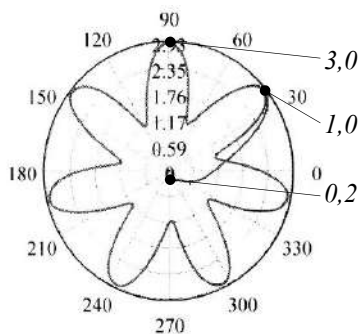


Рисунок 2.1 – Маневр 1

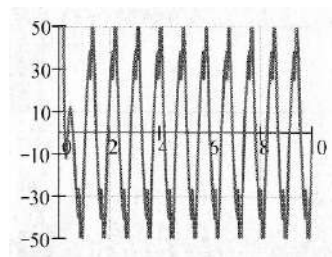


Рисунок 2.2 – Структура управления

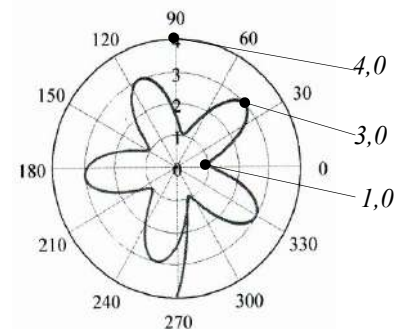


Рисунок 2.3 – Маневр 2

2.8.2 МЕТОД СИНТЕЗА ОГРАНИЧЕННЫХ УПРАВЛЕНИЙ ЛАГРАНЖЕВЫМИ СИСТЕМАМИ В УСЛОВИЯХ ВНЕШНИХ НЕКОНТРОЛИРУЕМЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

2.8.2.1 Рассматривается плоская двухстержневая система, изображенная на рисунке 2.4 [349]. За обобщенные координаты принимаются углы ϕ_1, ϕ_2 стержней ОА и АВ, образованные с осью Ох. Моменты инерции стержней ОА и АВ относительно осей, перпендикулярных плоскости Оху и проходящих через шарниры О и А обозначаются I_1 и I_2 . Массы стержней m_1 и m_2 . Длины стержней l_1 и l_2 . Расстояние от шарниров до центров тяжести стержней $s_1 = 0,5l_1$, $s_2 = 0,5l_2$.

Положение системы при $\phi_1 = \phi_2 = 0$ – равновесное устойчивое; при $\phi_1 = \pi + \alpha$; $\phi_2 = \pi + \beta$, $\alpha > 0$, $\beta > 0$ – равновесное неустойчивое, если углы α , β удовлетворяют условию статической устойчивости системы относительно полюса О

$$\sin \beta = -\frac{l_1}{l_2} \left(\frac{m_1}{m_2} + 2 \right) \sin \alpha. \quad (2.245)$$

При произвольных углах α , β состояние системы неуравновешенное.

В шарнире О приложен вращающий момент M_0 , в шарнире А – вращающий момент M_A . С помощью этих моментов осуществляется управление равновесием и движением стержневой системы.

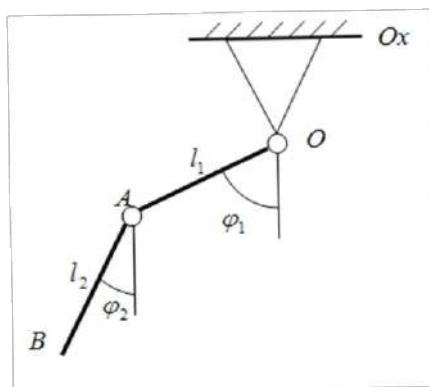


Рисунок 2.4 – Двойной маятник

Необходимо заметить, что описанная математическая модель в системном анализе выступает как «эталонная модель» и является «базой для моделирования сложных реальных систем», например, систем управления БПЛА в специфических сценариях применения – при взаимодействии летательного аппарата с подвижным грузом или манипулятором [350 – 352].

Ставится задача: синтезировать законы ограниченных управлений $(U_1, U_2) \in \bar{G}$ такие, что систему, подверженную внешним неконтролируемым воздействиям $y_1(t), y_2(t)$, можно перевести из произвольного начального положения $t=0, \phi_s(0), \dot{\phi}_s(0) (s=\overline{1,2})$ в положение неустойчивого равновесия $\phi_1(t_1) = \pi + \alpha; \phi_2(t_1) = \pi + \beta$, или любое неуравновешенное положение и удерживать ее в состоянии статического равновесия в течение заданного времени t_1 , или управлять заданным движением $x_1(t), x_2(t)$ относительно этого нового положения равновесия. При этом функционал оценки качества управления

$$J_1 = 0,5 \int_0^{t_1} \left[[\phi_1 - \pi - \alpha - x_1(t)]^2 + [\phi_2 - \pi - \beta - x_2(t)]^2 \right] dt \rightarrow \min. \quad (2.246)$$

принимает минимальное значение.

2.8.2.2 Кинетическая энергия соответствующей системы

$$T = 0,5 \left[(I_1 + m_2 l_1^2) \dot{\phi}_1^2 + l_1 l_2 m_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + I_2 \dot{\phi}_2^2 \right]. \quad (2.247)$$

Потенциальная энергия системы

$$\Pi = g \left[l_1 (0,5 m_1 + m_2) (1 - \cos \phi_1) + 0,5 l_2 m_2 (1 - \cos \phi_2) \right]. \quad (2.248)$$

Элементарная работа управляющих и внешних сил

$$\delta' A = u_1 \delta \phi_1 + u_2(t) + y_1(t) \delta \phi_1 + y_2(t) \delta \phi_2. \quad (2.249)$$

Развернутая форма уравнений Лагранжа второго рода

$$\begin{aligned} & (I_1 + m_2 l_1^2) \ddot{\phi}_1 + 0,5 m_2 l_1 l_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_2 - \\ & - 0,5 m_2 l_1 l_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_2^2 + g l_1 (0,5 m_1 + m_2) \sin \phi_1 = u_1 - u_2 + y_1(t); \\ & 0,5 m_2 l_1 l_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_1 + I_2 \ddot{\phi}_2 + \\ & + 0,5 m_2 l_1 l_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1^2 + 0,5 g l_2 m_2 \sin \phi_2 = u_2 + y_2(t). \end{aligned} \quad (2.250)$$

В соответствии с (2.173) для функции обобщенной мощности из (2.249) следует условие максимума:

$$\Phi(\phi, \dot{\phi}, \mathbf{u}, \lambda) = \max_{\mathbf{u} \in \bar{G}} \sum_{s=1}^2 \left[\left[\lambda(u_1 - u_2) + (\phi_1 - \pi - \alpha - x_1(t)) \right] \dot{\phi}_1 + \right. \\ \left. + \left[\lambda u_2 + (\phi_2 - \pi - \beta - x_2(t)) \right] \dot{\phi}_2 \right]. \quad (2.251)$$

Из этого условия получены законы управляющего воздействия [349]

$$U_1 = u_1 - u_2 = \lambda^{-1} \left[-\frac{|\dot{\phi}_1| \dot{\phi}_1}{L_1 |\phi_1 - \pi - \alpha - x_1(t)| + \varepsilon_1} - (\phi_1 - \pi - \alpha - x_1(t)) \right] = \\ = \lambda^{-1} a; \quad (2.252) \\ u_2 = \lambda^{-1} \left[-\frac{|\dot{\phi}_2| \dot{\phi}_2}{L_2 |\phi_2 - \pi - \beta - x_2(t)| + \varepsilon_2} - (\phi_2 - \pi - \beta - x_2(t)) \right] = \lambda^{-1} b.$$

Значения вращающих моментов равны

$$M_0 = U_1 + u_2; \quad M_A = u_2. \quad (2.253)$$

Управления выбираются из области кусочно-непрерывных функций

$$\bar{G}: \quad -[\lambda^{-1} a] \leq U_1 \leq [\lambda^{-1} a]; \quad -[\lambda^{-1} b] \leq u_2 \leq [\lambda^{-1} b], \quad (2.254)$$

где $[\lambda^{-1} a]$, $[\lambda^{-1} b]$ – допустимые значения управлений в области насыщения.

Во внутренних точках области $\bar{G}$ управления вычисляются согласно выражениям (2.252), а в области насыщения принимаются равными допустимым значениям.

2.8.2.3 Для математического моделирования процесса управления выбраны следующие параметры системы: $m_1 = 2$; $m_2 = 9$; $l_1 = 1$; $l_2 = 2$. Начальные условия: $t = 0$; $\phi_1(0) = 0,75$; $\dot{\phi}_1(0) = 0$; $\phi_2(0) = -1,75$; $\dot{\phi}_2(0) = 0$. Заданное движение моделируется гармоническим законом: $x_1(t) = X_1 \sin t$; $x_2(t) = X_2 \sin t$. Внешнее неконтролируемое воздействие моделируется прямоугольными импульсами $y_1(t) = Y_1 h[(t-5)(7-t)]$; $y_2(t) = Y_2 h[(t-15)(17-t)]$, где $h(t)$ – ступенчатая функция Хэвисайда. Углы, определяющие ломаную конфигурацию системы $\alpha = 0,785$; $\beta = -0,904$. Результаты моделирования представлены на рисунках 2.5 и

2.6. На них показана структура квазиоптимального управления и фазовый портрет движения системы.

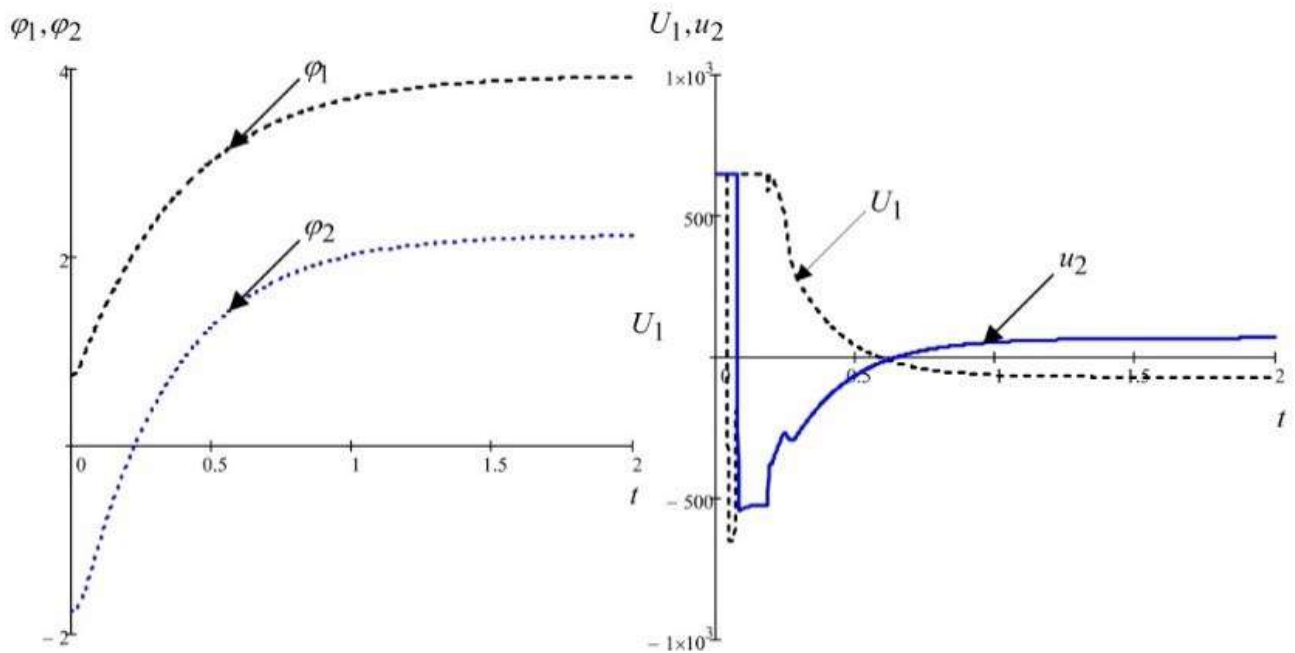


Рисунок 2.5 – Обобщенные координаты и управления

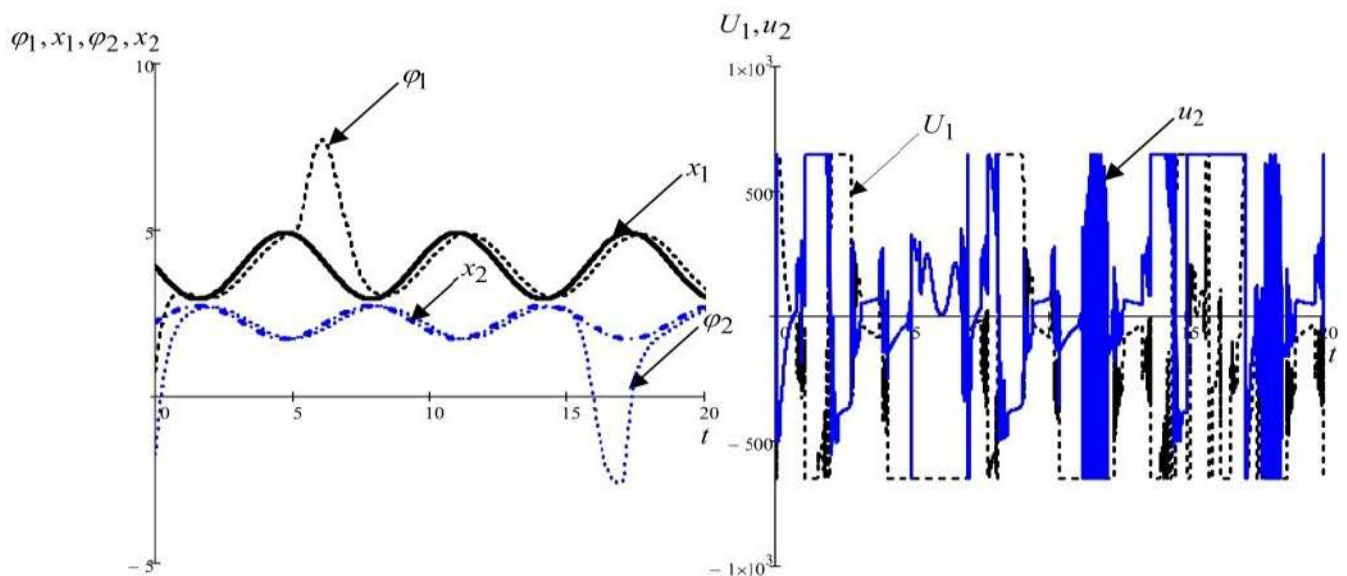


Рисунок 2.6 – Законы изменения состояния, динамика координат и управления

На рисунке 2.5 приведены решения задачи о переводе системы в положение неустойчивого равновесия $\phi_1(t_1) = \pi + \alpha$; $\phi_2(t_1) = \pi + \beta$. Заданное движение $x_1(t) = x_2(t) = 0$; внешнее воздействие $y_1(t) = y_2(t) = 0$. Допустимые управления $[\lambda^{-1}a] = 650$; $[\lambda^{-1}b] = 650$.

На рисунке 2.6 приведены решения задачи о переводе системы в положение неустойчивого равновесия $\phi_1(t_k) = \pi + \alpha$; $\phi_2(t_k) = \pi + \beta$, управлении движением по заданному закону $x_1(t) = -\sin t$; $x_2(t) = 0,5 \sin t$ и при воздействии внешней нагрузки $y_1(t) = 650h[(t-5)(7-t)]$; $y_2(t) = -650h[(t-15)(17-t)]$. Допустимые управления: $[\lambda^{-1}a] = 650$; $[\lambda^{-1}b] = 650$.

Из анализа результатов следует: структура законов управления различна и в состоянии неустойчивого равновесия форма управляющих импульсов близка к прямоугольной. В неуравновешенном состоянии появляются серии импульсов различной длительности; управление устойчиво даже при наличии возмущений большой амплитуды.

Синтез параметрического управления с использованием условия максимума функции обобщенной мощности отличается универсальностью (по Матюхину В.И. [353]) и простотой, что свидетельствует об эффективности практического применения синтезированных на его основе алгоритмов в задачах автоматизации и интеллектуализации технологических процессов. Синтезируемые управления не требуют большого объема вычислительных затрат, отличаются от традиционных простой нелинейной структурой обратной связи.

2.8.3 МЕТОД СИНТЕЗА ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УПРАВЛЕНИЙ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

2.8.3.1 Синтез параметрических управлений, например, в авиационной сфере, может являться актуальной задачей для роботизированных систем аэродромной буксировки воздушных судов. Принято, что в отличие (2.176) управления зависят от выбираемых из некоторой замкнутой области параметров $\mathbf{u} = \{u_{sm}\} \in \bar{G}$ следующим образом [115]:

$$\tilde{U}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \sum_{m=1}^M u_{sm} [\phi_{ms}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + h_{ms}(t)], \quad (2.255)$$

где M – число искоемых параметров; $\phi_{ms}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ – параметрическое управление; $h_{ms}(t)$ – внешнее воздействие.

Задача состоит в нахождении допустимых управлений $\mathbf{U} \in \bar{G}$, которые переводят лагранжеву динамическую систему из начального состояния $(q(t_0), \dot{q}(t_0))$ в конечное $(q(t_1), \dot{q}(t_1))$, а целевой функционал (2.102) принимает при этом минимальное значение.

Условие максимума функции обобщенной мощности позволяет установить структуру закона параметрического управления, которая определяется сравнением заданной структуры и найденной с использованием (2.239), например, как в [115] следующим образом:

$$\tilde{U}_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \sum_{m=1}^M u_{sm} [\phi_{ms}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + h_{ms}(t)] = \lambda^{-1} \left[\frac{-|\dot{q}_s| \dot{q}_s}{L_s |V_s| + \epsilon_s} - V_s \right]. \quad (2.256)$$

2.8.3.2 Рассматривается задача о демпфировании вертикальных и угловых колебаний подвижного объекта с двумя степенями свободы, движущегося с постоянной скоростью по дороге с гармонической неровностью $h_{ss}(t) = h_s = h_0 \sin \omega t$ ($s = \overline{1, n}$), где ω – частота кинематического воздействия на транспортное средство.

Управляемыми параметрами являются коэффициенты сопротивления амортизаторов $u_{11} = b_1$, $u_{21} = b_2$ и коэффициенты жесткости упругих элементов $u_{12} = c_1$, $u_{22} = c_2$. Инерционные характеристики транспортной системы заданы

коэффициентами инерции $a_{11} = \frac{m}{l}(\rho^2 + x_2^2)$; $a_{12} = a_{21} = \frac{m}{l}(-\rho^2 + x_1 x_2)$;

$a_{22} = \frac{m}{l}(\rho^2 + x_1^2)$; x_1, x_2 – расстояния точек подвеса передней и задней осей от центра масс; $l = x_1 + x_2$ – база машины; ρ – радиус инерции. В состоянии покоя упругие элементы испытывают статические деформации величиной H_1, H_2

соответственно. Резонансные частоты транспортной системы в состоянии статического равновесия $\omega_A = 6,264 \text{ с}^{-1}$; $\omega_B = 10,379 \text{ с}^{-1}$. В качестве обобщенных координат q_1, q_2 выбраны перемещения точек подвеса осей.

Кинетическая энергия, элементарная работа внешних сил и управляющие обобщенные силы записываются выражениями

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^2 a_{sk} \dot{q}_s \dot{q}_k, \delta' A = \sum_{s=1}^2 Q_s \delta(q_s - h_s),$$

$$\tilde{U}_s = -\left[b_s (\dot{q}_s - \dot{h}_s) + c_s (q_s - h_s) \right], s = \overline{1,2}. \quad (2.257)$$

Уравнения Лагранжа второго рода имеют вид

$$\sum_{k=1}^n a_{sk} \ddot{q}_k = -\left[b_s (\dot{q}_s - \dot{h}_s) + c_s (q_s - h_s) \right], \quad s = \overline{1,2},$$

$$t = 0, \quad q_s(0) = 0; \quad \dot{q}_s(0) = 0; \quad t = t_1, \quad q_s(t_1) = 0; \quad \dot{q}_s(t_1) = 0. \quad (2.258)$$

Требуется найти законы управления параметрами $b_s = b_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$, $c_s = c_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$, $s = \overline{1,2}$, при ограничениях $\mathbf{U} \in \bar{G}$ такие, чтобы целевой функционал

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^{t_1} \sum_{s=1}^n \dot{q}_s^2 dt \quad (2.259)$$

принимал минимальное значение.

Значение обобщенной силы, реализующей цель управления, дается выражением (2.258), а законы управления параметрами – выражениями:

$$b_s = |U_s| \text{sign}(\dot{q}_s - \dot{h}_s), \quad b_s \in [b_{s \min}, b_{s \max}];$$

$$c_s = |U_s| \text{sign}(q_s - h_s), \quad c_s \in [c_{s \min}, c_{s \max}]. \quad (2.260)$$

Математическое моделирование проводилось при следующих значениях нерегулируемых параметров объекта: масса транспортной системы $m = 1000 \text{ кг}$; радиус инерции $\rho = 7 \text{ м}$; расстояние передней и задней осей от центра масс $x_1 = 3 \text{ м}$, $x_2 = 4 \text{ м}$; константы $L_1 = L_2 = 0,25$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$; статические деформации упругих элементов $H_1 = H_2 = 0,25 \text{ м}$; множитель Лагранжа $\lambda^{-1} = g \frac{m}{l} \left(\frac{x_2}{H_1} + \frac{x_1}{H_2} \right)$;

коэффициенты жесткости упругих элементов в состоянии статического равновесия $c_{01} = gm \frac{x_2}{lH_1}$; $c_{02} = gm \frac{x_1}{lH_2}$; коэффициенты сопротивления амортизаторов в состоянии статического равновесия $b_{01} = 0,5\sqrt{c_{01}m}$; $b_{02} = 0,5\sqrt{c_{02}m}$. Исследовались два варианта параметрического управления при различных ограничениях на управляемые параметры и законах кинематического воздействия на транспортную систему со стороны дороги. Транспортная система подвергалась резонансному воздействию $h_s = h_0 \sin \omega t$ ($s=1,2$), $\omega = \omega_A$, $h_0 = 1$ м. Управления выбирались из класса кусочно-постоянных функций $\bar{G}_u : b_s \in [0.5b_{0s}, 1.5b_{0s}]$; $c_s \in [0.5c_{0s}, 1.5c_{0s}]$, $s = \overline{1,2}$ (рисунки 2.7, 2.8).

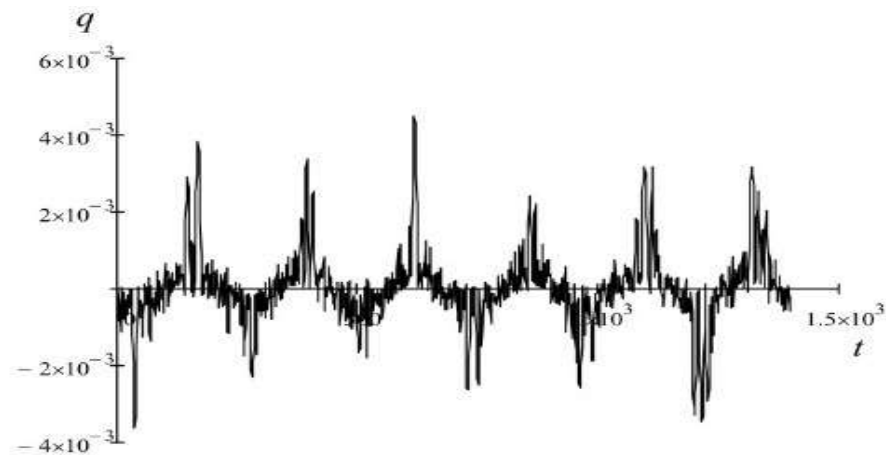


Рисунок 2.7 – Закон перемещения точек подвеса осей транспортного средства

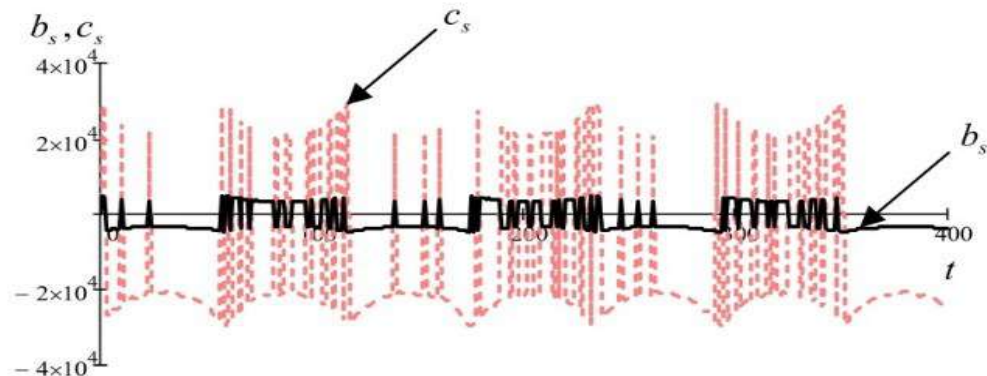


Рисунок 2.8 – Параметрические управления

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что

синтезированное параметрическое управление позволяет эффективно демпфировать колебания, причем при резонансном воздействии амплитуда колебаний может быть ниже амплитуды кинематического воздействия. С помощью неуправляемых подвесок такой результат получить принципиально невозможно. Предложенный метод синтеза параметрического управления эффективен в широком диапазоне изменения параметров и ограничений на управления. Вычислительный процесс устойчив, требует небольших затрат в сравнении с затратами известных методов. Алгоритм вычислений прост. Законы управления просты и технически реализуемы, что позволяет решить задачу разработки автоматизированной системы интеллектуального параметрического управления демпфированием колебаний.

2.8.4 КОНСТРУИРОВАНИЕ ДЕМПФЕРА С КВАЗИОПТИМАЛЬНЫМ ЗАКОНОМ ПОДАВЛЕНИЯ ВИБРАЦИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ АГРЕГАТОВ

Рассматривается типовой агрегат, состоящий из привода и машины, которые могут устанавливаться на общем или на индивидуальных основаниях. Причиной возникновения вибраций является плохая балансировка подвижных частей агрегата. Уравнения Лагранжа вибрационного движения имеют вид

$$\ddot{q} = U + e_1 \omega_1^2 \sin \omega_1 t + e_2 \omega_2^2 \cos(\omega_2 t + \varphi), \quad (2.261)$$

где e_1, e_2 – эксцентриситеты статической несбалансированности; ω_1, ω_2 – частоты вращения; φ – начальная фаза гармонических колебаний.

Ставится задача: найти закон оптимального демпфирования вибраций, а по нему определить коэффициенты жесткости упругого элемента C и коэффициент гидравлического сопротивления b .

В соответствии с изложенным закон квазиоптимального управления будет иметь вид [27]

$$U = \lambda^{-1} \left[-\frac{|\dot{q}|\dot{q}}{2L|q| + \varepsilon} - q \right]. \quad (2.262)$$

Коэффициент жесткости постоянен $C = \lambda^{-1}$, а коэффициент гидравлического сопротивления в законе управления будет таким

$$b = \frac{\lambda^{-1}|\dot{q}|}{L|q| + \varepsilon} \quad (2.263)$$

и может быть реализован путем изменения диаметра дроссельного отверстия.

Пусть для дроссельного отверстия справедливо допущение о ламинарном режиме течения жидкости в нем [14]. Тогда из сравнения потерь напора в диссипативной части (2.260) и потерь напора в дроссельном отверстии получается выражение для определения диаметра дроссельного отверстия

$$\xi \frac{l}{d} \frac{\nu^2}{2g} = \frac{4\lambda^{-1}\dot{q}^2}{\rho g \pi D_0^2 (L|q| + \varepsilon)}, \quad (2.264)$$

где $\xi = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64\nu}{\omega d}$ – коэффициент гидравлического трения; Re – число Рейнольдса; d – диаметр дроссельного отверстия в силовом поршне демпфера диаметром D_0 ; ν – коэффициент кинематической вязкости; $l = (3...6)d$ – длина дроссельного отверстия; ρ – плотность рабочей жидкости; g – ускорение свободного падения; ν – скорость движения жидкости сквозь дроссельное отверстие, которая определяется выражением

$$\nu = \left(\frac{D_0}{d} \right)^2 \dot{q}. \quad (2.265)$$

Закон изменения относительного диаметра отверстия имеет вид

$$\bar{d} = \frac{d}{D_0} = \left[\frac{8\pi\rho\nu(L|q| + \varepsilon)}{\lambda^{-1}|\dot{q}|} \right]^{0.25}. \quad (2.266)$$

Математическое моделирование проводилось для двух вариантов исходных данных при $\lambda^{-1} = 40$, $L = 0,25\text{с}^{-2}$, $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-4} \text{мс}^{-2}$, $\nu = 10^{-6} \text{м}^2\text{с}^{-1}$, $\rho = 800 \text{кгм}^{-3}$, $l = 10^{-2} \text{м}$. На рисунках 2.9 и 2.10 показаны законы изменения относительного

диаметра $\bar{d}(q)$ и сопротивления $b(q)$ в случае, когда привод и машина установлены на разных основаниях ($\omega_1 = 145 \text{ с}^{-1}$, $e_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $e_2 = 0 \text{ м}$). На рисунке 2.11 показаны в сравнении вибрационная характеристика, обозначенная кривой 1, и вынуждающее воздействие, обозначенное кривой 2.

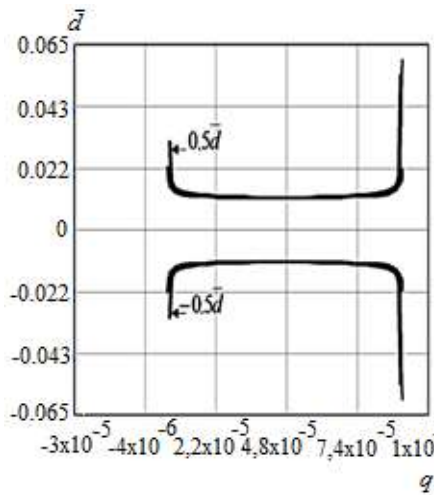


Рисунок 2.9 – Изменение $\bar{d}(q)$

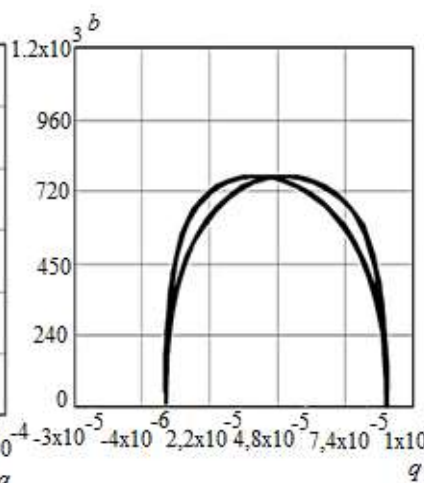


Рисунок 2.10 – Изменение $b(q)$

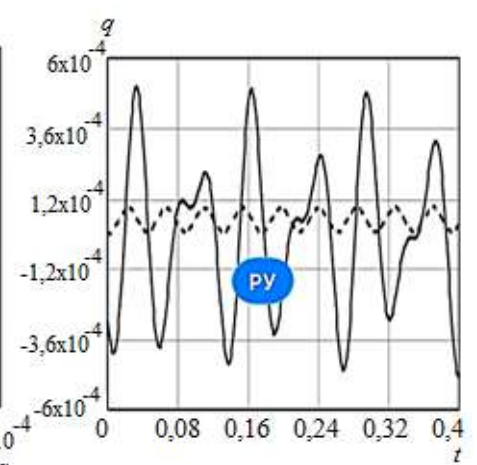


Рисунок 2.11 – Изменение q

На рисунках 2.12 и 2.13 показаны законы изменения относительного диаметра $\bar{d}(q)$ и сопротивления $b(q)$, когда объекты установлены на одном основании ($\omega_1 = 145 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 95 \text{ с}^{-1}$, $\varphi = 0$, $e_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $e_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$). На рисунке 2.14 показаны вибрационная характеристика, обозначенная кривой 1, и вынуждающее воздействие, обозначенное кривой 2.

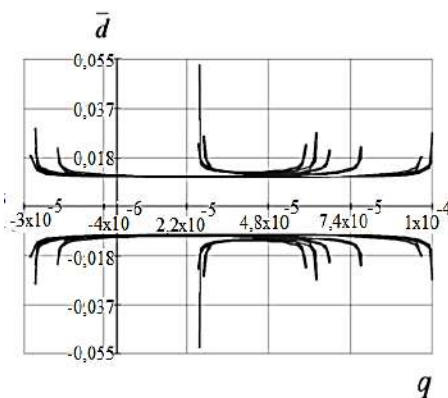


Рисунок 2.12 – Изменение $\bar{d}(q)$

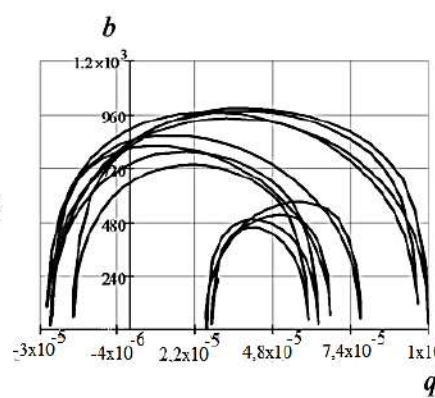


Рисунок 2.13 – Изменение $b(q)$

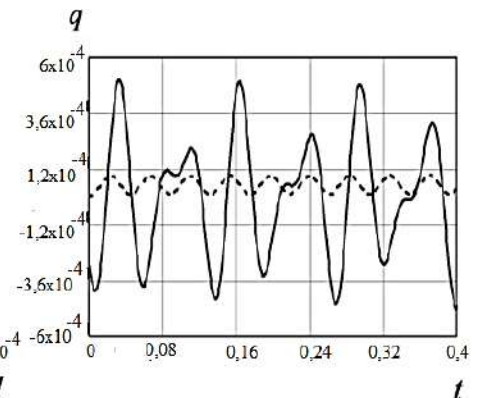


Рисунок 2.14 – Изменение q

Таким образом, использование условия максимума функции обобщенной мощности позволяет синтезировать закон квазиоптимального управления лагранжевой динамической системой и выбрать параметры регулирующего устройства, то есть решить задачу о регуляторе вплоть до конкретных расчетов. Это подтверждается примером, где приведен прием конструирования на его основе демпфера с квазиоптимальным законом подавления вибраций технологических агрегатов.

2.8.5 МЕТОД СИНТЕЗА ТЕРМИНАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭНЕРГИИ УСКОРЕНИЙ АППЕЛЯ

Принято, что динамика системы удовлетворяет принципу стационарного действия Лагранжа для энергии ускорений Аппеля

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{w}_i^2, \quad (2.267)$$

где $\mathbf{w}_i$ - вектор ускорений точек

$$\mathbf{w}_i = \sum_{s=1}^n \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_s} \ddot{q}_s + \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 \mathbf{r}_i}{\partial q_s \partial q_k} \dot{q}_s \dot{q}_k, \quad (2.268)$$

$\mathbf{r}_i$ - вектор-радиус точки.

Так как дифференциальные уравнения Аппеля содержат производные лишь по обобщенным ускорениям $\ddot{q}_s$, слагаемые, не зависящие от $\ddot{q}_s$, можно при составлении уравнения энергии ускорений S не учитывать. В результате получается

$$S = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n a_{sk} \ddot{q}_s \ddot{q}_k + \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^n \Gamma_{sk,r} \dot{q}_s \dot{q}_k \ddot{q}_r + \sum_{s=1}^n \sum_{r=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{n=1}^n B_{sk,rn} \dot{q}_s \dot{q}_r \dot{q}_k \dot{q}_n, \quad (2.269)$$

где $a_{sk} = \sum_{i=1}^n m_i \frac{\partial r_i}{\partial q_s} \frac{\partial r_i}{\partial q_k}$; $\Gamma_{sk,r}$ - символы Кристоффеля первого рода для матрицы

коэффициентов $\|a_{sk}\|$ или прямые скобки Кристоффеля

$$\Gamma_{sk,r} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial a_{sk}}{\partial q_k} + \frac{\partial a_{sk}}{\partial q_s} - \frac{\partial a_{sk}}{\partial q_r} \right). \quad (2.270)$$

Второй способ составления энергии ускорений осуществляется путем синхронно-асинхронного варьирования кинетической энергии. Вторая синхронная вариация кинетической энергии имеет вид

$$\delta^2 T = \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_s \partial \dot{q}_k} \delta \dot{q}_s \delta \dot{q}_k + 2 \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_s \partial q_k} \delta \dot{q}_s \delta q_k + \frac{\partial^2 T}{\partial q_s \partial q_k} \delta q_s \delta q_k \right]. \quad (2.271)$$

Снова, поскольку дифференциальные уравнения Аппеля содержат лишь производные по обобщенным ускорениям $\ddot{q}_s$, последнее слагаемое в (2.271) при составлении энергии ускорений не учитывается. Тогда вторая вариация кинетической энергии будет иметь вид

$$\delta^2 T = \left[\sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n a_{sk} \ddot{q}_s \ddot{q}_k + 2 \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^n \Gamma_{sk,r} \dot{q}_s \dot{q}_k \ddot{q}_r \right] \Delta t^2 = 2S \Delta t^2. \quad (2.272)$$

Соответствующие уравнения движения Аппеля представлены выражением

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_s} = Q_s = U_s - N_s, \quad q_s(0) = q_s^0, \quad \dot{q}_s(0) = \dot{q}_s^0, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.273)$$

где U_s - управляющая обобщенная сила; N_s - все остальные внутренние и внешние силы.

Ставится задача синтеза: найти управляющую обобщенную силу $U \in \overline{G}$, переводящую динамическую систему (2.273) из начального положения $(\mathbf{q}^0, \dot{\mathbf{q}}^0)$ при $t_0 = 0$ в конечное $(\mathbf{q}^1, \dot{\mathbf{q}}^1)$ при $t = t_1$ из условия минимума целевого функционала (2.102).

При стационарных связях кинетическая энергия – квадратичная форма обобщенных скоростей, поэтому слагаемое $\sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{q}_s \partial \dot{q}_k} \delta \dot{q}_s \delta \dot{q}_k$ в выражении (2.271) является положительно знакоопределенным. Аналогично квадратичная форма $\frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n b_{sk} \ddot{q}_s \ddot{q}_k$ тоже положительно знакоопределенная. Поэтому будет иметь экстремум интеграла действия

$$R = \int_0^{t_1} S dt. \quad (2.274)$$

Тогда поиск условия минимума целевого функционала проводится методом неопределенных множителей Лагранжа. Это требует рассмотрения расширенного функционала, который учитывает особенности динамики системы в форме выражения (2.274). Отсюда

$$J = \int_0^{t_1} (\lambda S + F) dt. \quad (2.275)$$

При определении экстремума вновь необходимо учесть, что варьирование проводится по Гауссу. Тогда

$$\delta J = \int_0^{t_1} (\lambda \delta S + \delta' F) dt = \int_0^{t_1} \left(\lambda \sum_{s=1}^n \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_s} \delta \ddot{q}_s + \sum_{s=1}^n \frac{\partial F}{\partial q_s} \delta q_s \right) dt = 0. \quad (2.276)$$

После интегрирования по частям получаем

$$\begin{aligned} \delta J = & \lambda \sum_{s=1}^n \left(\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_s} \delta \dot{q}_s - \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial S}{\partial \dot{q}_s} \right) \delta q_s \right) \bigg|_0^{t_1} + \\ & + \lambda \int_0^{t_1} \left(\lambda \frac{d^2}{dt^2} \sum_{s=1}^n \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_s} + \sum_{s=1}^n \frac{\partial F}{\partial q_s} \right) \delta q_s dt = 0. \end{aligned} \quad (2.277)$$

Внеинтегральные слагаемые равны нулю в силу задания краевых условий при $t=0$ и при $t=t_1$.

Из (2.277) следуют уравнения двухточечной краевой задачи (2.199) [66], которые принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \sum_{s=1}^n \left[\lambda \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_s} + \frac{\partial F}{\partial q_s} \right] &= 0, \quad s = \overline{1, n}; \\ t=0, \quad q_s(0) &= q_s^0, \dot{q}_s(0) = \dot{q}_s^0; \quad t=t_1, \quad q_s(t_1) = q_s^1, \quad \dot{q}_s(t_1) = \dot{q}_s^1. \end{aligned} \quad (2.278)$$

Развернутая форма этих уравнений дается выражением:

$$\lambda \frac{d^2}{dt^2} [\mathbf{A}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)] + \frac{\partial F}{\partial \mathbf{q}} = 0, \quad (2.279)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \|a_{sk}\|$ – гессиян лагранжиана;

$$\Gamma(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \sum_{s=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^n \Gamma_{rk,s} \dot{q}_r \dot{q}_k. \quad (2.280)$$

Таким образом, синтез управления требует решения краевой задачи для обобщенных координат. Для линейных систем из (2.279) получается точное аналитическое решение.

Для нелинейных систем необходимо проводить декомпозицию математической модели. Пусть

$$|U_s| \leq U_s^0, s = \overline{1, n}, \quad (2.281)$$

где $U_s^0 > 0$ - постоянные.

Следуя [82] вводятся упрощающие предположения

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_* + [\mathbf{A}(\mathbf{q}) - \mathbf{A}_*] = \mathbf{A}_* + \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{q}), \quad (2.282)$$

где $\mathbf{A}_*$ - некоторая постоянная симметричная, положительно-определенная матрица размера $n \times n$. В качестве матрицы $\mathbf{A}_*$ может быть выбрана диагональная матрица $\mathbf{A}$, если $a_{sk} = \text{const}$. Отсюда первое слагаемое из (2.278) преобразуется к виду

$$\mathbf{Q} = \frac{\partial S}{\partial \ddot{\mathbf{q}}} = \mathbf{A}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Gamma}; \Gamma_s = \sum_{r=1}^n \sum_{k=1}^n \Gamma_{rk,s} \dot{q}_r \dot{q}_k, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.283)$$

или

$$Q_s = U_s - N_s = \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_s} = A_{*s} \ddot{q}_s + W_s; \quad W_s = \Gamma_s - [\tilde{\mathbf{A}} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{\Gamma}]_s, \quad (2.284)$$

где W_s трактуются как обобщенные силы, возмущающие траекторию.

Полагается, что

$$|P_s| \leq P_s^0 < U_s^0, \quad P_s = N_s + W_s, \quad s = \overline{1, n}, \quad (2.285)$$

тогда система будет приводиться в терминальное состояние. С учетом (2.285) решение (2.284), как известно [82], сводится к системе n независимых линейных подсистем

$$A_{*s} \ddot{q}_s = (1 - \rho_s) U_s = u_s, \quad \rho_s = \frac{P_s^0}{U_s^0} < 1, \quad (2.286)$$

откуда уравнения краевой задачи (2.279) принимают вид [37]

$$\lambda \sum_{s=1}^n \frac{d^2 u_s}{dt^2} + \sum_{s=1}^n \frac{\partial F}{\partial q_s} = 0, \quad s = \overline{1, n}; \quad (2.287)$$

$$t = 0, \quad q_s(0) = q_s^0, \dot{q}_s(0) = \dot{q}_s^0; \quad t = t_1, \quad q_s(t_1) = q_s^1, \quad \dot{q}_s(t_1) = \dot{q}_s^1.$$

Таким образом, в случае нелинейной системы задача синтеза решается в два этапа. Первый этап состоит в задании движения динамической системы в соответствии с (2.287). Второй этап заключается в построении управления исходя из (2.284). Конструктивность полученных результатов подтверждается в [37] математическим моделированием.

2.9 СВЯЗЬ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ С ИЗВЕСТНЫМИ ОПТИМАЛЬНЫМИ И КВАЗИОПТИМАЛЬНЫМИ РЕШЕНИЯМИ ЗАДАЧ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЙ. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЙ

2.9.1 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ А.Т. ФУЛЛЕРА

Рассматривается задача А.Т. Фуллера минимизации целевого квадратичного функционала вида (1.9) (задача Фуллера о подавлении шумов в радиотехнических системах; $J_1 = \int_0^{t_1} (q)^2 dt \rightarrow \min_{U \in [-1, 1]}$) на траекториях управляемой динамической системы

$$\ddot{q} = U, \quad t = t_0 = 0, \quad q(0) = 1, \quad \dot{q}(0) = 1, \quad t = t_1, \quad q(t_1) = \dot{q}(t_1) = 0, \quad (2.288)$$

уравнения которой следуют из принципа Гамильтона-Остроградского для $T = 0,5\dot{q}^2$. Для такой динамической системы и целевого функционала изопериметрическая задача предполагает исследование на экстремум расширенного целевого функционала

$$J = \int_0^t \left[q^2 + \lambda \left(\frac{\dot{q}^2}{2} + \int_{q(0)}^{q(t)} Q dq \right) \right] dt. \quad (2.289)$$

Управление в рассматриваемой задаче нужно строить так, чтобы производная кинетической энергии была отрицательно-определенной функцией. Тогда выражение (2.174) позволяет определить структуру квазиоптимального управления с точностью до синтезирующей функции:

$$U = -\text{sat} \left[Q + 2\lambda^{-1} q \right] = -\text{sat} \left[\lambda^{-1} (\mu \dot{q} + 2q) \right]. \quad (2.290)$$

Синтезирующая функция строится на основе исследования закона изменения кинетической энергии: $\frac{d}{dt} T = \sum_{s=1}^n Q_s \dot{q}_s$. Откуда по теореме о среднем

$$T(t) = \int_{t_0}^t \sum_{s=1}^n Q_s \dot{q}_s dt + T(t_0) = \sum_{s=1}^n Q'_s \int_{t_0}^t \dot{q}_s dt + T(t_0) = \sum_{s=1}^n (Q'_s q_s(t) + C_s), \quad (2.291)$$

где Q'_s – среднее значение функции Q_s на интервале $[t_0, t]$. Для голономной лагранжевой динамической системы со стационарными связями $T = 0,5 \dot{q}_1 p_1 + \dots + 0,5 \dot{q}_n p_n$, где $p_s = a_{s1}(\mathbf{q}) \dot{q}_1 + \dots + a_{sn}(\mathbf{q}) \dot{q}_n$ – обобщенные импульсы; $a_{sk}(\mathbf{q})$ – коэффициенты, ограниченные при всех обобщенных координатах вместе с частными производными первого порядка. Поэтому имеем следующую систему уравнений для построения синтезирующей функции:

$$\begin{cases} 0,5 \sum_{s=1}^n \dot{q}_s p_s = \sum_{s=1}^n (Q'_s q_s + C_s), \\ \mu_s \dot{q}_s + V_s = 0. \end{cases} \quad (2.292)$$

Тогда в общем случае

$$\mu_s \left(\left[\sum_{s=1}^n (Q'_s q_s + C_s) \right] + 0,5 \left[\dot{q}_s p_s - \sum_{s=1}^n \dot{q}_s p_s \right] \right) + 0,5 V_s p_s = 0, \quad (2.293)$$

где Q' – среднее значение Q . Из (2.293) с учетом знакопостоянства синтезирующей функции, (2.208) и выражения для кинетической энергии имеем

$$\mu = |\dot{q}q| \left[2(Q'q + C_1) \right]^{-1}. \quad (2.294)$$

Поскольку линия переключения проходит через второй и четвертый квадранты [329], то при $C_1 = 0$ имеем

$$\ddot{q} = -\text{sat} \left[\lambda^{-1} \left(\frac{|\dot{q}|\dot{q}}{|Q'|} + 2q \right) \right] = -\text{sat} \left[2\lambda^{-1} (k_1 |\dot{q}|\dot{q} + q) \right], \quad (2.295)$$

где $k_1 = 1/2|Q'|$. При $\lambda \rightarrow 0$

$$U = -\text{sign} [k_1 |\dot{q}|\dot{q} + q]. \quad (2.296)$$

Параметр k_1 определяется по результатам анализа движения изображающей точки фазовой плоскости. В первом квадранте

$$\ddot{q} = -1, \quad (2.297)$$

Тогда в конце первого интервала управления длительностью Δ_1 при смене знака обобщенная координата q^1 и обобщенная скорость $\dot{q}^1$ находятся из (2.297) интегрированием:

$$\dot{q}^1 = -\Delta_1 + \dot{q}(0), \quad q^1 = -\frac{\Delta_1^2}{2} + \dot{q}(0)\Delta_1 - k_1 \dot{q}^2(0). \quad (2.298)$$

Подставляя решения в условие переключения, получим квадратное уравнение. С учетом анализа его решений [346] запишем как

$$\tau_1 = 1 + \sqrt{\frac{1-2k_1}{1+2k_1}}, \quad \tau_1 = \frac{\Delta_1}{\dot{q}(0)}. \quad (2.299)$$

Рассматривая аналогично последующие участки, после преобразований получим $k_1 \approx 0,4446$, а знаменатель геометрической прогрессии [262]

$$\sqrt{\frac{1-2k_1}{1+2k_1}} \approx 0,2421, \quad (2.300)$$

что соответствует известному решению А.Т. Фуллера [262]

$$U = -\text{sign} [0,4446\dot{q}|\dot{q}| + q]. \quad (2.301)$$

«Рассмотрена редукция задачи Лагранжа к изопериметрической задаче [57]. На основе анализа асинхронной вариации расширенного функционала получена краевая задача с условием максимума функции обобщенной мощности и требованием выполнения энергетического баланса на экстремальной траектории.

Установлена структура управляющей обобщенной силы для лагранжевой динамической системы при стационарных связях с точностью до синтезирующей функции. Предложен метод ее построения. Показано, что на оптимальной траектории синтез управляющей обобщенной силы лагранжевой динамической системы может быть построен на основе условия максимума функции обобщенной мощности. Получено известное оптимальное решение задачи А.Т. Фуллера об управлении с учащающимися переключениями. Это позволяет утверждать, что множества квазиоптимальных управлений, синтезированные с использованием разработанного метода, содержат оптимальные решения. Принцип максимума Л.С. Понтрягина имеет потенциал решения широкого круга оптимизационных задач, но при его применении возникают существенные сложности в случае динамических систем с большим числом степеней свободы, особенно нелинейных. Применение условия максимума функции обобщенной мощности для синтеза квазиоптимальных законов управления дает возможность искать приближенное решение оптимизационной задачи без необходимости решения краевой задачи большой размерности» [57].

2.9.2 СВЯЗЬ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ С ПРИНЦИПОМ МАКСИМУМА Л.С. ПОНТЯГИНА

2.9.2.1 Пусть объект с n степенями свободы описывается системой уравнений Лагранжа второго рода (2.101), а мерой качества управляемого движения выбран интегральный функционал (2.102). Уравнения (2.101) по аналогии с (2.291) приводятся к закону изменения кинетической энергии вдоль траектории

$$T_1 - T_0 = \sum_{s=1}^n \int_{q_{0s}}^{q_{1s}} d'A_s = \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} U_s \dot{q}_s dt = \sum_{s=1}^n A_s. \quad (2.302)$$

С помощью сопряженных функций ψ_s целевой функционал (2.102) можно

расширить и привести к следующему виду [41]

$$\begin{aligned}
 J &= \int_{t_0}^{t_1} \left[\sum_{s=1}^n \psi_s \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} - U_s \right) + \psi_0 F \right] dt = \\
 &= \int_{t_0}^{t_1} \left[\sum_{s=1}^n \left(\frac{\psi_s}{\dot{q}_s} \right) \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} - U_s \right) \dot{q}_s + \psi_0 F \right] dt = \\
 &= \sum_{s=1}^n \left(\frac{\psi_s}{\dot{q}_s} \right) (T_s - A_s) \Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} \left[\sum_{s=1}^n - \frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_s}{\dot{q}_s} \right) (T_s - A_s) + \psi_0 F \right] dt.
 \end{aligned} \tag{2.303}$$

Из условий (2.102), (2.302), (2.303) следует: для того, чтобы минимумы функционала меры качества (2.102) и расширенного функционала (2.303) были эквивалентны и при этом выполнялся закон изменения (2.302) необходимо, чтобы для сопряженных функций и обобщенных скоростей всюду на траектории выполнялось условие пропорциональности

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\psi_s}{\dot{q}_s} \right) = 0; \quad \frac{\psi_s}{\dot{q}_s} = \frac{\psi_k}{\dot{q}_k}; \quad \psi_s = \lambda \dot{q}_s; \quad \lambda = \text{const}, \quad s, k = \overline{1, n}. \tag{2.304}$$

Доказанное в [41] устанавливает связь условия максимума функции обобщенной мощности с принципом максимума Л.С. Понтрягина. Ему в задачах синтеза оптимальных управлений по настоящее время, по-видимому, нет альтернативы, но его применение для синтеза управлений в случае нелинейных систем, особенно с большим числом степеней свободы, – не простая задача, что приводит к поиску различных упрощающих гипотез. При этом принцип динамического программирования Р. Беллмана является основой получения новой двухточечной краевой задачи (см., например, разделы 2.5, 2.7).

2.9.2.2 Далее рассматривается задача синтеза управления объектом

$$\begin{aligned}
 \ddot{q} &= U(q, \dot{q}), \quad U(q, \dot{q}) \in \bar{G}; \\
 t_0 &= 0, \quad q_0 = -10, \quad \dot{q}_0 = 5; \quad t_1 = t_k, \quad q_k = 0, \quad \dot{q}_k = 0,
 \end{aligned} \tag{2.305}$$

доставляющего минимум целевому функционалу (2.259) (при $n=1$).

В качестве эталона сравнения принято кусочно-постоянное управление для случая, когда истинная траектория пересекает линию переключений

$$U(q, \dot{q}) = |U| \operatorname{sign}(-0,5U^{-1}k\dot{q}| \dot{q} - q), \quad |U| = 5. \quad (2.306)$$

которое при $k=1$ является решением задачи синтеза управления по методу принципа максимума Л.С. Понтрягина, а при $k=0,4446$ – решением задачи А. Фуллера для управлений с учащающимися переключениями. Решение задачи из условия максимума функции обобщенной мощности примет вид

$$U(q, \dot{q}) = \lambda^{-1} \left[-\frac{\lambda |\dot{q}| \dot{q}}{L|q| + \varepsilon} - q \right] \in \bar{G} \quad (2.307)$$

для случая, когда истинная траектория всюду совпадает с линией переключения.

Сравнение проводилось для трех вариантов:

а) сравнение решения, полученного по методу принципа максимума Л.С. Понтрягина, и решения, полученного из условия максимума функции обобщенной мощности, при исходных данных $|U|=5$, $\lambda^{-1}=1$, $\bar{G}: U \in [-5, 5]$, $L=1$, $\varepsilon=0$. Результаты математического моделирования показаны графиками на рисунке 2.15, где слева – переходный процесс $q(t)$, посередине – структура управления $U(t)$, справа – фазовый портрет;

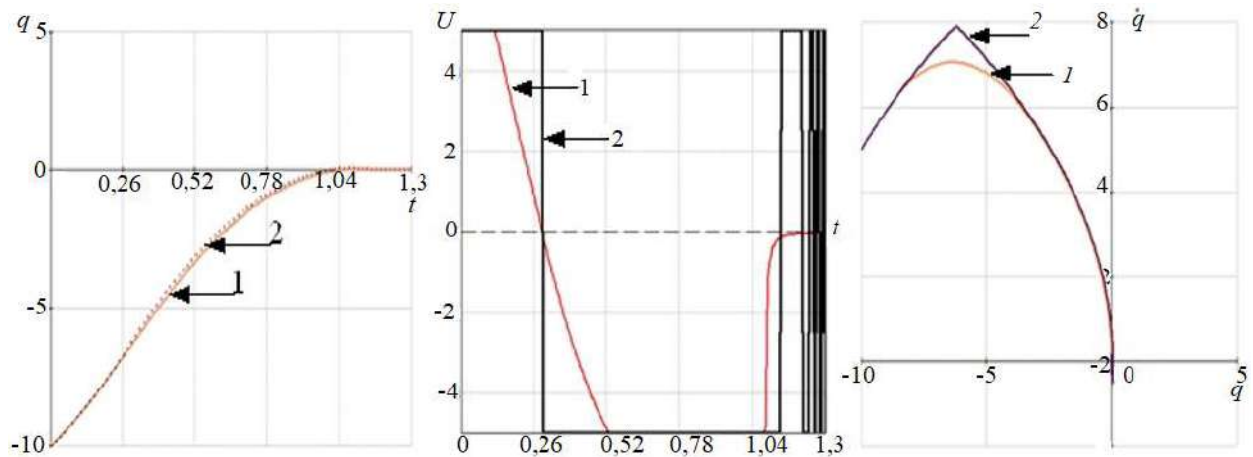


Рисунок 2.15 – Сравнение решений, полученного из условия максимума функции обобщенной мощности (кривые 1) и принципа Л.С. Понтрягина (кривые 2)

б) сравнение решения, полученного по методу принципа максимума Л.С. Понтрягина и решения, полученного из условия максимума функции обобщенной мощности, при исходных данных $U=5$, $\lambda^{-1}=0,65$, $\bar{G}: u \in [-\infty, \infty]$,

$L=1$, $\varepsilon=0$. Результаты математического моделирования показаны графиками на рисунке 2.16;

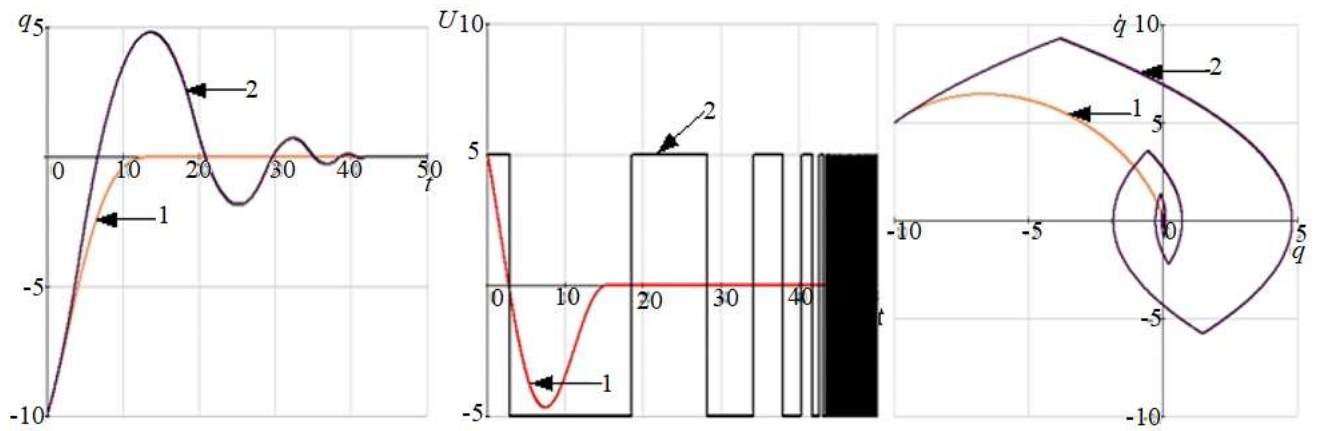


Рисунок 2.16 – Сравнение решения полученного из условия максимума функции обобщенной мощности (кривые 1) и принципа Л.С. Понтрягина (кривые 2)

в) сравнение решения, полученного А. Фуллером для управлений с учащающимися переключениями, и решения, полученного из условия максимума функции обобщенной мощности, при исходных данных $U=5$, $\lambda^{-1}=0,7$, $\overline{G}: u \in [-\infty, \infty]$, $k=0,4446$, $L=1,333$, $\varepsilon=0$. Результаты моделирования показаны графиками на рисунке 2.17.

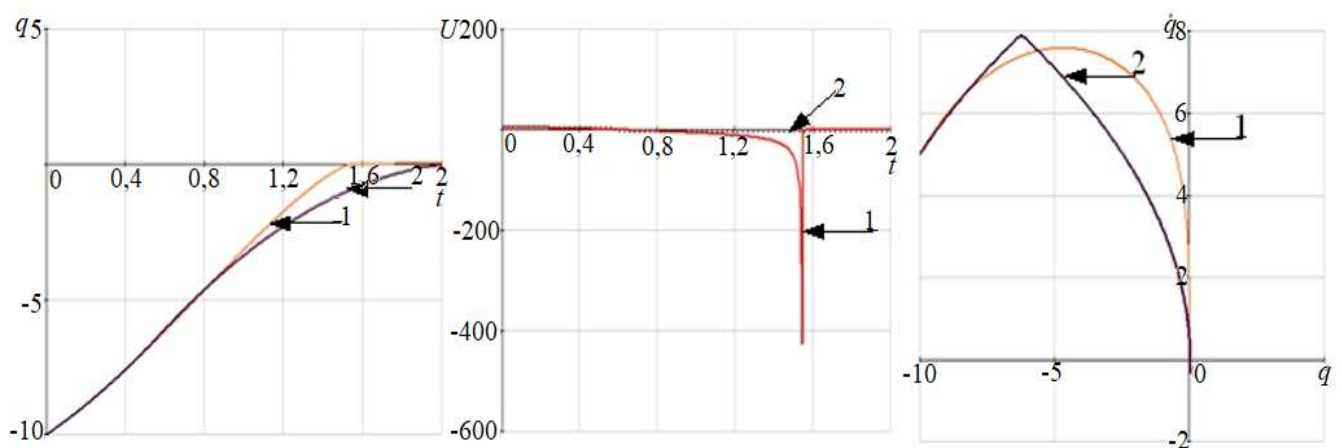


Рисунок 2.17 – Сравнение решений, полученных из условия максимума функции обобщенной мощности (кривые 1) и А. Фуллера (кривые 2)

Все результаты представлены в безразмерном виде.

Исследование полученных решений свидетельствует о том, что во всех аспектах сравнения результаты, основанные на математическом моделировании (2.306), демонстрируют конструктивную направленность в контексте технической реализации или совпадают с результатами, полученными А.Т. Фуллером или на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина.

В соответствии с процедурой квазиоптимального структурного синтеза на базе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче вместо (2.307) возможно использовать [101]

$$U(q, \dot{q}) = \text{sat} \left(k_0 q + k_1 \frac{\dot{q} |\dot{q}|}{|q| + \varepsilon} \right), \quad (2.308)$$

где k_0, k_1 – коэффициенты закона управления; sat – функция насыщения. Такие квазиоптимальные алгоритмы управления более сложны, чем типовые ПИД-регуляторы, однако при этом обладают такими преимуществами, как повышение точности и быстродействия за счет адаптации к текущему режиму движения. Указанный закон управления может быть реализован в блоке вычисления управляющих воздействий в системе управления экспериментальным образцом БПЛА с полётным контроллером с открытым исходным кодом.

Первым этапом комплексного анализа эффективности полученного решения является проведение экспериментальных исследований с использованием программно-аппаратного комплекса для отладки алгоритмов оценки, управления и идентификации. Следующий этап основан на использовании цифрового двойника БПЛА в среде симуляции *GAZEBO* [354].

В рамках проведенного исследования разработан цифровой двойник мультироторного БПЛА (рисунок 2.18) со следующими характеристиками: размер рамы 45 см, максимальная взлетная масса 6,4 кг, снаряженная масса 3 кг, максимальная горизонтальная скорость 90 км/ч.

Система управления цифрового двойника представлена информационной системой, в аппаратную часть которой входят акселерометр, гироскоп, магнитометр, барометр, а также исполнительные устройства в виде винтомоторной

группы. Алгоритмическая часть информационной системы представлена блоками обработки команд, навигации, оценки ориентации, управления и телеметрии.



Рисунок 2.18 – Цифровой двойник БПЛА в среде симуляции *GAZEBO*

Предлагаемый закон управления реализован в блоке управления, выходом которого является управляющее воздействие, которое впоследствии известным образом пересчитывается в скорость вращения двигателей.

Программный код, реализующий алгоритм типового ПИД-регулятора и предлагаемого закона управления, представлен на рисунке 2.19.

```
float pid_controller(FAR pid_controller_f32_t *pid, float err)
{
    pid->err = err;
    pid->part[0] = pid->KP * err;
    pid->part[1] += pid->KI * (err - pid->aw);
    pid->out = pid->part[0] + pid->part[1];
    pi_controller(pid, err);
    pid->part[2] = pid->KD * (err - pid->err_prev);
    pid->out += pid->part[2];
    return pid->out;
}
```

а)

```
float new_controller(FAR new_controller_f32_t *new, float err)
{
    new->err = err;
    new->part[0] = new->K0 * err;
    new->part[1] = new->K1 * (err - new->err_prev) * fabs(err - new->err_prev);
    new->out = new->part[0] + new->part[1];
    new->part[2] = new->K2 + fabs(err);
    new->out = (part[0]+part[1])/part[2];
    return new->out;
}
```

б)

Рисунок 2.19 – Структура системы управления цифрового двойника БПЛА (а – ПИД-регулятор, б – предлагаемый закон управления)

Для анализа эффективности предложенного решения перед цифровым

двойником поставлено полетное задание, заключающееся во взлете, подъеме на высоту 5 м, полёте вдоль железнодорожного полотна на расстояние 30 м, полёте вокруг точки, возврате в место взлета и посадке (рисунок 2.20).

Полученные результаты моделирования показывают, что длительность выполнения летного задания цифровым двойником с типовым ПИД-регулятором составляет 80 с, а с алгоритмом на основе предлагаемого закона управления – 70 с. Снижение времени выполнения полетного задания в равных условиях подтверждает эффективность предлагаемого решения.



Рисунок 2.20 – Схема полетного задания

Результаты проведенного моделирования с использованием разработанного цифрового двойника БПЛА подтверждают преимущество квазиоптимальной модели движения в сравнении с типовым ПИД-регулятором.

2.9.2.3 Уравнение Аппеля представлено выражением:

$$\ddot{q} = U, \quad t = 0, \quad q = -1, \quad \dot{q} = -3; \quad t_1 = 6, \quad q = 2, \quad \dot{q} = 0. \quad (2.309)$$

Целевой функционал имеет вид (2.259) (при $n=1$).

Из (2.278) следует

$$q^{IV} + \lambda^{-1}q = 0. \quad (2.310)$$

Решение этого уравнения может быть получено с помощью функций А.Н. Крылова

$$q = \sum_{i=1}^4 A_i K_i(\beta t) = A_1 K_1(\beta t) + A_2 K_2(\beta t) + A_3 K_3(\beta t) + A_4 K_4(\beta t), \quad (2.311)$$

где $\beta = \sqrt[4]{\frac{\lambda^{-1}}{4}}, \lambda = 1;$

$$\begin{aligned} K_1(\beta t) &= \operatorname{ch} \beta t \cos \beta t; & K_2(\beta t) &= \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \beta t \sin \beta t + \operatorname{sh} \beta t \cos \beta t); \\ K_3(\beta t) &= \frac{1}{2} \operatorname{sh} \beta t \sin \beta t; & K_4(\beta t) &= \frac{1}{4}(\operatorname{ch} \beta t \sin \beta t - \operatorname{sh} \beta t \cos \beta t) \end{aligned} \quad (2.312)$$

– функции А.Н. Крылова.

Управление находится по уравнению:

$$\begin{aligned} U = \sum_{i=1}^4 A_i \ddot{K}_i(\beta t) &= -4\beta^2 A_1 K_3(\beta t) - 4\beta_s A_2 K_4(\beta t) \beta^2 A_3 K_1(\beta t) + \\ &+ \beta^2 A_4 K_2(\beta t), \end{aligned} \quad (2.313)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{K}_1(\beta t) &= -4\beta^2 K_3(\beta t); & \dot{K}_2 &= -4\beta^2 K_4(\beta t); \\ \dot{K}_3(\beta t) &= \beta^2 K_1(\beta t); & \dot{K}_4 &= \beta^2 K_2(\beta t). \end{aligned} \quad (2.314)$$

Произвольные постоянные определяются по краевым условиям

$$\begin{aligned} t=0, \quad q^0 &= A_1, \quad \dot{q}^0 = A_2 \beta; \\ t=t_1, \quad q^* - A_1 K_1(\beta t_1) - A_2 K_2(\beta t_1) &= A_3 K_3(\beta t_1) + A_4 K_4(\beta t_1), \\ \dot{q}^* + A_1 4\beta K_4(\beta t_1) - A_2 \beta K_1(\beta t_1) &= A_3 \beta K_2(\beta t_1) + A_4 \beta K_3(\beta t_1). \end{aligned} \quad (2.315)$$

Решение этой краевой задачи можно получить методом принципа максимума Л.С. Понтрягина. Пусть $q = x^1$, тогда задача синтеза терминального управления (2.309), (2.259) (при $n=1$) принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= x^2, \quad \dot{x}^2 = U; \quad t=0, \quad x_0^1 = -1, \quad x_0^2 = -3; \quad t_1 = 6, \quad x_1^1 = 2, \quad x_1^2 = 0; \\ J &= \int_0^{t_1} (x^1)^2 dt. \end{aligned} \quad (2.316)$$

Поэтому

$$H = \psi_1 x^2 + \psi_2 U + \frac{1}{2} \psi_0 (x^1)^2, \quad (2.317)$$

где ψ_0, ψ_1, ψ_2 – сопряженные функции. Значит

$$\dot{\psi}_1 = -\psi_0 x^1; \quad \dot{\psi}_2 = -\psi_1; \quad U = \psi_2, \quad (2.318)$$

откуда

$$\ddot{\psi}_2 = \psi_0 x^1, \quad \psi_0 < 0; \quad \frac{d^4 x^1}{dt^4} = \psi_0 x^1. \quad (2.319)$$

Решение этого уравнения в точности совпадает с (2.311)

$$x^1 = A_j K_j(\beta t), \quad j = \overline{1,4}; \quad \beta = \sqrt[4]{\psi_0}. \quad (2.320)$$

Полученный результат подтверждает достоверность разработанного метода.

2.9.3 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ: СВЯЗЬ МЕЖДУ СОБОЙ, ФУНКЦИИ КРЫЛОВА

2.9.3.1 Пусть $n = 1$ и функция Гиббса имеет вид

$$G = \frac{1}{2} \ddot{q}^2, \quad (2.321)$$

тогда уравнения Аппеля записываются в следующей форме:

$$\ddot{q} = U. \quad (2.322)$$

Требуется синтезировать в аналитическом виде закон управления динамической системой (2.322), переводящий ее из произвольного начального состояния в состояние покоя из условия минимума целевого функционала (2.208).

Пусть начальные и конечные условия заданы, тогда в соответствии с (2.199)

$$q^{IV} = 0, \quad t = 0, q(0) = 6, \quad \dot{q}(0) = 4, \quad t = t_1, q(t_1) = \dot{q}(t_1) = 0. \quad (2.323)$$

Его решение

$$q = \frac{1}{6} At^3 + \frac{1}{2} Bt^2 + Ct + D; \quad \dot{q} = \frac{1}{2} At^2 + Bt + C; \quad U = At + B. \quad (2.324)$$

Постоянные интегрирования определяются из краевых условий

$$\begin{aligned} A &= -t_1^{-3} \left[12(q(t_1) - q(0) - \dot{q}(0)t_1) - 6t_1(\dot{q}(t_1) - \dot{q}(0)) \right]; \\ B &= t_1^{-2} \left[6(q(t_1) - q(0) - \dot{q}(0)t_1) - 2t_1(\dot{q}(t_1) - \dot{q}(0)) \right]; \\ C &= \dot{q}(0); \quad D = q(0). \end{aligned} \quad (2.325)$$

Исключение времени t_1 из (2.325) позволяет получить структуру закона управления как функции обобщенных координат в виде [66]

$$U(q, \dot{q}) = \frac{6A^2(q - D) + (6ABC - 2B^3)}{2A(\dot{q} - C) - (2B^2 - 6AC)}. \quad (2.326)$$

Это решение в точности совпадает с решением из условия максимума функции обобщенной мощности, когда для лагранжевой динамической системы вводится дополнительное ограничение на управление

$$J_2 = \int_{t_0}^{t_1} U^2 dt \rightarrow \min, \quad (2.327)$$

которое присутствует в постановке задачи (2.186), (2.187) вследствие вида принуждения (2.185).

В соответствии с ним, когда уравнения Лагранжа второго рода, вытекающие из принципа Гамильтона-Остроградского, принимают вид (2.322), расширенный функционал записывается в следующей форме

$$J = \int_{t_0}^{t_1} [\lambda(T + A) + F + U^2] dt. \quad (2.328)$$

Первая асинхронная вариация этого функционала имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta J = & [\lambda(A - T) + F] \Big|_{t_0}^{t_1} \Delta t + \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \left[\left(-\lambda \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial T}{\partial q} + U \right) \delta q + V \delta q + 2U \delta U \right] dt. \end{aligned} \quad (2.329)$$

Так как время t_1 фиксировано, то первое слагаемое равно нулю, а из второго слагаемого вытекают тождества

$$\lambda \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial T}{\partial q} + U \right) + V = 0, \quad (2.330)$$

$$2 \int_{t_0}^{t_1} U \delta U dt = 0. \quad (2.331)$$

Повторное синхронное варьирование уравнения (2.330) устанавливает связь между вариацией управления и вариацией траектории

$$\lambda \left(-\frac{d}{dt} \delta \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} + \delta \frac{\partial T}{\partial q} + \delta U \right) + \delta V = 0. \quad (2.332)$$

Подстановка U из (2.330) и δU из (2.332) в условие оптимальности управления после интегрирования по частям приводит задачу синтеза управления к краевой задаче для фазовых координат.

Вариационная форма уравнений краевой задачи имеет вид

$$\int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} - \frac{1}{\lambda} V \right) \left(\frac{d}{dt} \delta \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \delta \frac{\partial T}{\partial q} - \frac{1}{\lambda} \delta V \right) dt = 0, \quad (2.333)$$

$$t = t_0, \quad q = q(t_0), \quad \dot{q} = \dot{q}(t_0), \quad t = t_1, \quad q = q(t_1), \quad \dot{q} = \dot{q}(t_1).$$

Развертывание этого уравнения для поставленной задачи приводит к (2.323). После того, как решение краевой задачи будет получено, управление находится из уравнения

$$U = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} - \frac{1}{\lambda} V. \quad (2.334)$$

Использование классического принципа максимума Л.С. Понтрягина позволяет получить закон управления в виде (2.306).

Результаты математического моделирования в безразмерных единицах представлены на рисунке 2.21, где цифрами обозначено: 1, 2 – динамика координаты соответственно для (2.326) и (2.306); 3, 4 – динамика скорости соответственно для (2.326) и (2.306). Очевидно достижение цели управления.

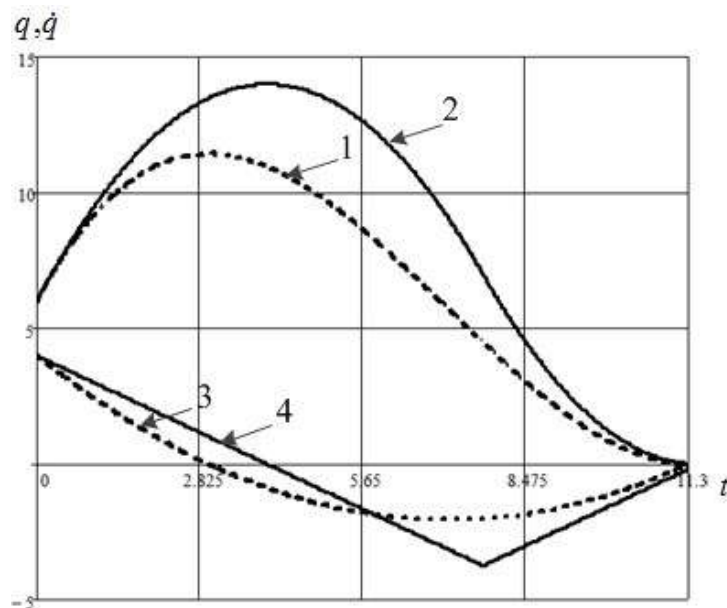


Рисунок 2.21 – Переходные процессы

Результаты расчета (2.327) для (2.326) приведены на рисунке 2.22 а, а для (2.259) (при $n=1$) на рисунке 2.22 б.

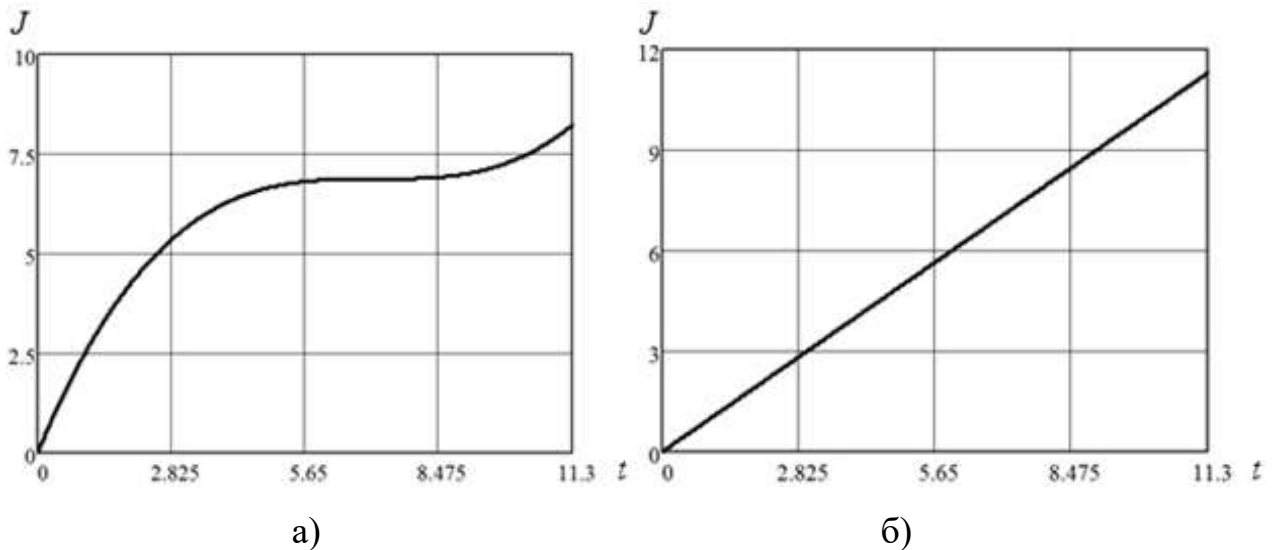


Рисунок 2.22 – Динамика энергетических затрат на управление

Синтезированное управление (2.326) при решении прикладных задач может оказаться предпочтительней (2.306) не только из-за минимума энергетических затрат, но и в силу непрерывности. Это позволяет избежать проблем, связанных с поиском соответствующих (2.306) квазиоптимальных решений с конечным числом переключений.

Таким образом, синтез управлений аппелевыми динамическими системами на основе принципа Гаусса позволяет сводить задачу оптимального управления к краевой задаче для обобщенных координат. Его применение обеспечивает выбор параметров регулирующего устройства. В сравнении с получившими распространение методами здесь не используется функция Беллмана.

Как показывают результаты математического моделирования, для линейных систем предлагаемый метод позволяет получить точное аналитическое решение. Оно совпадает с новым законом оптимального управления (2.326), который базируется на применении условия максимума функции обобщенной мощности при дополнительном ограничении на энергию управлений. Его необходимость

обусловлена формой принуждения. Это подтверждает достоверность предлагаемого подхода.

2.9.3.2 Рассматривается изображенная на рисунке 2.4 голономная динамическая система, состоящая из двух звеньев, шарнирно соединенных между собой и неподвижным основанием. Оба звена могут совершать движение только в вертикальной плоскости. За обобщенные координаты приняты углы поворота $q_1 = \varphi_1$, $q_2 = \varphi_2$. В этом случае уравнения Аппеля в точности совпадут с уравнениями Лагранжа второго рода (2.250).

Пусть

$$\begin{aligned} a_{11} &= I_1 + m_2 l_1^2 = 9,667; & a &= 0,5 m_2 l_1 l_2 = 9,000; \\ a_{22} &= I_2 = 12,000; & b &= g l_1 (0,5 m_1 + v_2) = 98,100; & c &= 0,5 g l_2 m_2 = 88,290. \end{aligned} \quad (2.335)$$

Требуется перевести объект начального состояния при $t=0$ в конечное состояние при $t_1=6$ так, чтобы достигался минимум целевых функционалов для каждой обобщенной координаты в отдельности

$$J_s = \int_0^6 \dot{\phi}_s^2 dt \rightarrow \min, \quad s = \overline{1,2}. \quad (2.336)$$

Управление таким объектом осуществляется за счет изменения вращающих моментов в шарнирах устройства.

Выберем положительно определенную матрицу $A = \text{diag}(a_{11}, a_{22}) = \text{const}$. Тогда из (2.286) уравнения движения точек системы будут иметь вид

$$\begin{aligned} a_{ss} \ddot{\phi}_s &= u_s, \quad s = \overline{1,2}, \\ t=0, \phi_s^0 &= -1; \quad \dot{\phi}_s^0 = -3; \quad t=6, \phi_s^1 = 2; \quad \dot{\phi}_s^1 = 0. \end{aligned} \quad (2.337)$$

Из уравнений краевой задачи (2.287) следуют дифференциальные уравнения (2.323). Решение, полученное с помощью функций А.Н. Крылова, для каждой обобщенной координаты задается выражением (2.324). Управления подсистемами находятся аналогично по уравнениям

$$\begin{aligned} u_s &= \sum_{i=1}^4 A_i \ddot{K}_i(\beta_s t) = -4\beta_s^2 A_1 K_3(\beta_s t) - 4\beta_s A_2 K_4(\beta_s t) \beta_s^2 A_3 K_1(\beta_s t) + \beta_s^2 A_4 K_2(\beta_s t), \\ \ddot{u}_s &= -4\beta_s^4 \phi_s, s = \overline{1,2}. \end{aligned} \quad (2.338)$$

Произвольные постоянные определяются по краевым условиям также как в (2.315). Тогда управляющие моменты будут представлены следующими выражениями:

$$U_1 = M_0 - M_A = \left(u_1 + \frac{a}{a_{22}} \cos(\phi_2 - \phi_1) u_2 \right) - a \sin(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_2^2 + b \sin \phi_1, \quad (2.339)$$

$$U_2 = M_A = \left(\frac{a}{a_{11}} \sin(\phi_2 - \phi_1) U_1 + U_2 \right) + a \sin(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1^2 + c \sin \phi_1. \quad (2.340)$$

В соответствии с принципом стационарного действия Лагранжа на истинном пути интеграл действия достигает экстремума. Поэтому задача синтеза управления аппелевой динамической системой решается методом неопределенных множителей Лагранжа. Это требует исследования вариации расширенного функционала, который содержит энергию ускорений Аппеля. В результате получены уравнения двухточечной краевой задачи. Для линейных систем их использование обеспечивает получение точных аналитических решений, что демонстрируется модельным примером. Синтезированное с использованием функций А.Н. Крылова терминальное управление в точности совпадает с решением принципа максимума Л.С. Понтрягина. Полученный результат подтверждает достоверность метода синтеза терминальных управлений с использованием энергии ускорений Аппеля.

Синтез терминальных управлений с использованием энергии ускорений Аппеля обеспечивает решение задач синтеза терминальных управлений нелинейных динамических систем за счет декомпозиции исходной модели динамической системы. Однако точного решения он не дает, но точность приближения к оптимальным управлениям высокие. Его применение в краевых задачах управления может характеризоваться высокой эффективностью, поскольку в этом случае возмущения не зависят от управления.

Результаты математического моделирования приведены на рисунках 2.23 – 2.25. На них линией обозначены результаты для $s = 1$, точками для $s = 2$.

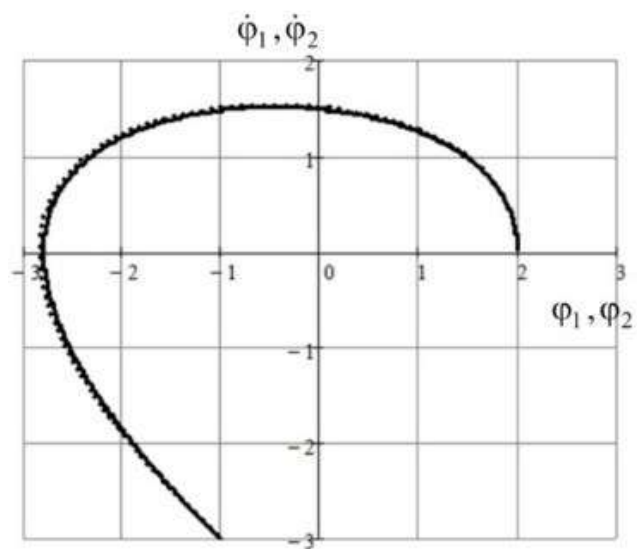


Рисунок 2.23 – Фазовый портрет

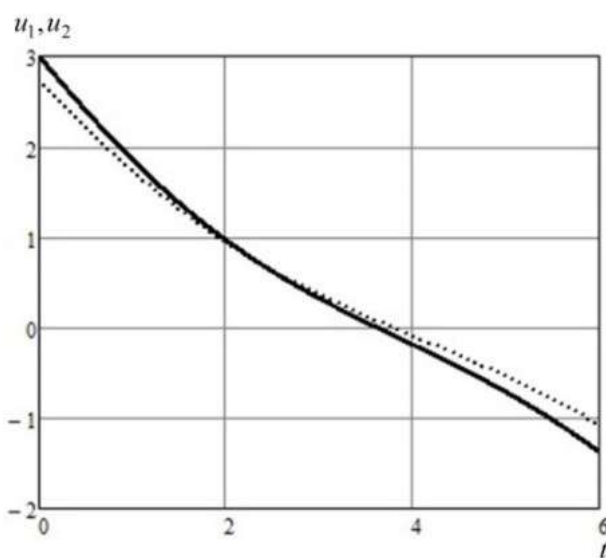


Рисунок 2.24 – Управления подсистемами

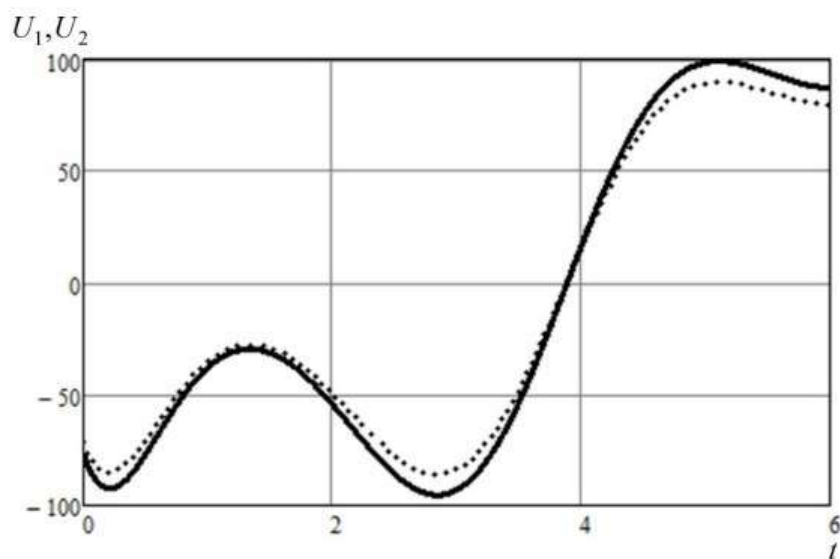


Рисунок 2.25 – Управляющие моменты в шарнирах

Таким образом, полученные двухточечные краевые задачи со стесняющими их условиями обеспечивают синтез множества структур управлений, что позволяет положить их в основу построения базы правил интеллектуальных систем, чье функционирование, например, можно охарактеризовать счетным множеством режимов.

2.10 СИНТЕЗ МНОГОРЕЖИМНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ И СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

2.10.1 СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ МНОГОРЕЖИМНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ НА ОСНОВЕ КОМБИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

2.10.1.1 Принцип комбинированного управления включает осуществление процессов управления по отклонению и по возмущению. Это демонстрируется рисунком 2.26, где обозначено: $ЗУ$ – задающее устройство; $УУ$ – устройство управления; $КУ$ – компенсирующее устройство; $ОУ$ – объект управления; $q_s(t)$ – заданная траектория; $q(t)$ – траектория движения $ОУ$; $N(t)$ – внешнее неконтролируемое воздействие; $U(t)$ – управляющее воздействие (управление); $u_1(t)$ – управление по отклонению; $u_2(t)$ – управление по возмущению; $\Delta q(t)$ – отклонение.

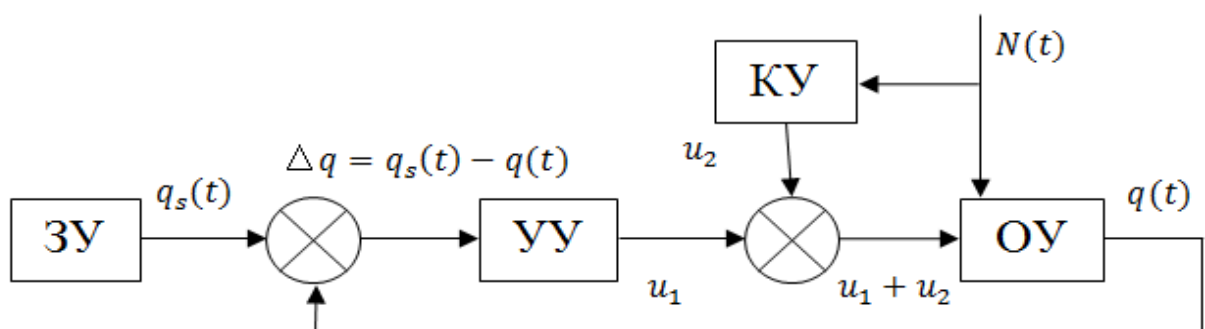


Рисунок 2.26 – Комбинированное управление

Комбинированное управление структурно представляет сумму управляющих воздействий u_s , определенных на множествах $M_1, M_2, \dots, M_n$ и состоит из элементов объединяемых множеств

$$\bigcup_{s=1}^n M_s = M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_n. \quad (2.341)$$

В этом случае управления представляют набор допустимых воздействий, следующих одно за другим

$$\bigcup_{s=1}^n U_s = \{U_1 \in [0, t_1) \wedge U_2 \in [t_1, t_2) \wedge \dots\}. \quad (2.342)$$

Также комбинированное управление может быть определено на пересечении множеств

$$\bigcap_{s=1}^n M_s = M_1 \cap M_2 \cap \dots \cap M_n. \quad (2.343)$$

В этом случае управления представляют совокупность допустимых воздействий, осуществляемых одновременно и взятых с определенными весами, т.е. дополняющих друг друга. Такие комбинированные управления являются комплементарными

$$\bigcap_{s=1}^n U_s = \{U_k \in M_1 \vee U_k \in M_2 \vee \dots\}. \quad (2.344)$$

Если неопределенность относительно m областей фазового пространства отсутствует (см. раздел 2.1), то задача синтеза интеллектуальных управлений может быть сформулирована как задача оптимального комбинированного управления [106]: определить вектор допустимых управлений $U \in \bar{G} = \left(\bigcup_{s=1}^n M_s \right)$, которые переводят систему из начального состояния $t=0, q=q_0, \dot{q}=\dot{q}_0$, в конечное $t=t_1, q(t_1)=q_k, \dot{q}(t_1)=\dot{q}_k$, и доставляют экстремум функционалу (2.102), при этом движение управляемой системы подчиняется принципу Гамильтона-Остроградского (2.32) из которого вытекают уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q} = (N_s + U_s) = Q_s, \quad (2.345)$$

где $A = \sum_{s=1}^n \int_{q_{s0}}^{q_s} Q_s dq_s = \sum_{s=1}^n \int_{q_{s0}}^q (U_s + N_s) dq_s$ – работа обобщенных сил (управляющих U_s и возмущений N_s) на истинной траектории.

Вместо (2.345) могут использоваться канонические уравнения Гамильтона в форме (2.21).

Комбинированное управление объединяет два способа: управление по отклонению (по обратной связи) и по возмущению. В первом способе для отыскания оптимального управления решают задачу Лагранжа, например, для функционала точности

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^{t_1} (q - q_k)^2 dt = \int_0^{t_1} F dt \rightarrow \min. \quad (2.346)$$

Применяются аддитивные целевые функционалы, построенные на основе функционалов (2.346).

2.10.1.2 Рассмотрим маятник, к которому приложено управление и внешнее воздействие (рисунок 2.27). На рисунке 2.27 обозначено: $I = ml^2$ – момент инерции; g – ускорение свободного падения; m – масса; l – длина маятника; U – управление; P – внешнее воздействие.

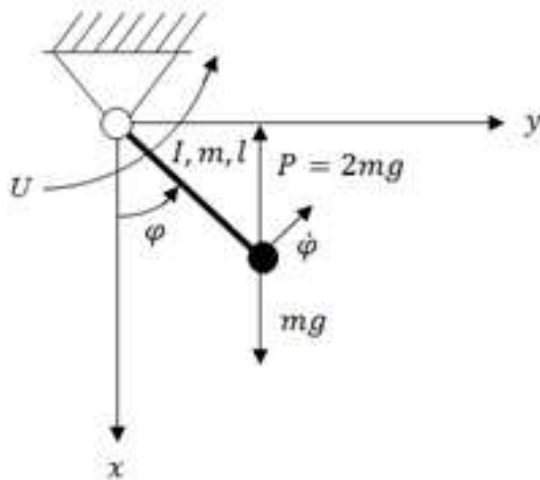


Рисунок 2.27 – маятник, к которому приложено управление и внешнее воздействие

Состояние маятника определяется обобщенными координатами $q = \varphi$, $\dot{q} = \dot{\varphi}$.

Кинетическая энергия T и импульс $p_\varphi = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}$ движущегося маятника определяется формулами

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2, \quad p_\varphi = I \dot{\varphi}. \quad (2.347)$$

Потенциальная энергия задана выражением

$$П = mgl(1 - \cos\varphi). \quad (2.348)$$

Работа обобщенных сил (управляющих и возмущающих)

$$A = \int_0^q (U - mgl \sin\varphi + Pl \sin\varphi) dq. \quad (2.349)$$

В соответствии с изложенным выше целевой функционал имеет вид:

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^{t_1} (\varphi - y(t))^2 dt = \int_0^{t_1} F dt, \quad (2.350)$$

где $y(t) = \varphi + \xi(t)$ – наблюдение; $\xi(t)$ – случайный процесс с известными локальными характеристиками.

Уравнение Лагранжа второго рода при $P = 0$ имеет вид

$$\ddot{\varphi} = -c \sin\varphi + U, \quad c = \frac{g}{l}. \quad (2.351)$$

2.10.1.3 Для получения условий минимума целевого функционала используется условие максимума функции обобщенной мощности, согласно которому запишем расширенный Гамильтониан системы

$$H = \lambda \left[T + \int_{q_0}^q (-c \sin\varphi + U) dq \right] + F. \quad (2.352)$$

Обобщенная мощность определяется функцией вида

$$\Phi = [\lambda(-c \sin\varphi + U) + V] \dot{\varphi} \rightarrow \max. \quad (2.353)$$

Управление из (2.353) определяется следующим образом

$$U = \lambda^{-1} [\mu p_\varphi - (V - \lambda c \sin\varphi)]. \quad (2.354)$$

Возможны следующие варианты построения комбинированного управления.

2.10.1.4 Уравнение, определяющее линию переключения управления

$$U_0 = \lambda(-c \sin \varphi) + (\varphi - y(t)) = 0. \quad (2.355)$$

На этой линии Гамильтониан постоянен

$$H_0 = \lambda \left(T + \int_0^\varphi -c \sin \varphi d\varphi \right) + F = \text{const}. \quad (2.356)$$

Применение операции скобки Пуассона позволяет записать

$$\frac{\partial H_0}{\partial p_\varphi} = \dot{\varphi}; \quad \frac{\partial H_0}{\partial \varphi} = (\varphi - y(t) + \lambda c \sin \varphi); \quad \frac{\partial u_0}{\partial p_\varphi} = \mu; \quad \frac{\partial u_0}{\partial \varphi} = (1 - \lambda c \cos \varphi), \quad (2.357)$$

откуда

$$\mu = \frac{-|\dot{\varphi}| |1 - \lambda c \cos \varphi|}{\lambda^{-1} |(\varphi - y(t)) - \lambda c \sin \varphi|}. \quad (2.358)$$

Закон комбинированного управления по отклонению и возмущению имеет вид [106]

$$U = \lambda^{-1} \left[-\frac{|\dot{\varphi}| |\dot{\varphi}| |1 - \lambda c \cos \varphi|}{\lambda^{-1} |(\varphi - y(t)) + \lambda c \sin \varphi|} - ((\varphi - y(t)) - \lambda c \sin \varphi) \right]. \quad (2.359)$$

Уравнение движения

$$\ddot{\varphi} = \lambda^{-1} \left[-\frac{|\dot{\varphi}| |\dot{\varphi}| |1 - \lambda c \cos \varphi|}{\lambda^{-1} |(\varphi - y(t)) - \lambda c \sin \varphi|} - (\varphi - y(t)) \right]. \quad (2.360)$$

2.10.1.5 Компенсация возмущения выполняется на основе принципа суперпозиции сил. Тогда можно положить $U = u_1 + u_2$, причем $u_1 = c \sin \varphi$. Значит

$$\Phi = [\lambda u_2 + (\varphi - y(t))] \dot{\varphi} = \max. \quad (2.361)$$

Условия $u_2 = \lambda^{-1} [\mu p_\varphi - (\varphi - y(t))] = 0$, $u_1 + c \sin \varphi = 0$ определяют линию переключения, на которой Гамильтониан

$$H_0 = \lambda T + F = \text{const}. \quad (2.362)$$

Применение скобок Пуассона позволяет получить

$$\frac{\partial H_0}{\partial p_\varphi} = \lambda\varphi; \quad \frac{\partial H_0}{\partial \varphi} = (\varphi - y(t)); \quad \frac{\partial U_0}{\partial p_\varphi} = \mu; \quad \frac{\partial U_0}{\partial \varphi} = 1, \quad (2.363)$$

а значит

$$\mu = -\frac{|\dot{\varphi}|}{\lambda^{-1} |(\varphi - y(t))|}. \quad (2.364)$$

Закон комбинированного управления по отклонению и возмущению имеет вид

$$U = u_2 + u_1 = \lambda^{-1} \left[-\frac{|\dot{\varphi}| |\varphi|}{\lambda^{-1} |(\varphi - y(t))|} - (\varphi - y(t)) \right]. \quad (2.365)$$

Уравнение движения

$$\ddot{\varphi} = \lambda^{-1} \left[-\frac{|\dot{\varphi}| |\varphi|}{\lambda^{-1} |\varphi - y(t)|} - (\varphi - y(t)) \right]. \quad (2.366)$$

2.10.1.6 При синтезе кусочно-постоянного управления необходимо учитывать, что для достижения максимума (2.353) должны быть выполнены условия

$$|U| \geq c |\sin \varphi| = \text{const}, \quad U = |U| \text{sign} \dot{\varphi}. \quad (2.367)$$

Подстановка (2.367) в (2.352) дает

$$H = \lambda \left[T - c(1 - \cos \varphi) + |U| \text{sign} \dot{\varphi} \right] + \frac{(\varphi - y(t))^2}{2}, \quad (2.368)$$

откуда

$$U = |U| \text{sign} \left[-\frac{[\dot{\varphi}^2 + 2c(\cos \varphi - 1) + F] \text{sign} \dot{\varphi}}{2|u|} - (\varphi - y(t)) \right]. \quad (2.369)$$

Уравнение движения

$$\ddot{\varphi} = U. \quad (2.370)$$

2.10.1.7 Кусочно-непрерывное управление строится на основании принципа независимости действия сил в Гамильтониане, когда обобщенная сила

определяется суммой сил

$$Q = U - c \sin \varphi. \quad (2.371)$$

Тогда

$$H = \lambda \left[T + \int_0^q Q dq \right] + F, \quad (2.372)$$

а функция обобщенной мощности

$$\Phi = (\lambda Q + (\varphi - y(t))) \dot{\varphi} = \max. \quad (2.373)$$

Из условия максимума следует

$$|Q| \geq |\varphi - y(t)|, \quad Q = k |\varphi - y(t)| \operatorname{sign} \dot{\varphi}, \quad (2.374)$$

где $k \geq 1$.

Удовлетворяя принципу максимума (2.19), кусочно-непрерывное управление будет иметь вид

$$Q = k |\varphi - y(t)| \operatorname{sign} \left[-\frac{\dot{\varphi}^2 \operatorname{sign} \dot{\varphi}}{2} - \frac{(\varphi - y(t))^2 \operatorname{sign}(\varphi - y(t))}{2} \right]. \quad (2.375)$$

Уравнение движения

$$\ddot{\varphi} = Q, \quad (2.376)$$

управление

$$u = Q + c \sin \varphi. \quad (2.377)$$

Сначала решается уравнение (2.376), затем (2.377).

2.10.1.8 В рамках иллюстрирующего сказанное выше примера была принята расчетная схема маятника, изображенного на рисунке 2.27.

Маятник подвергался нагружению приведенным моментом сил тяжести

$$M_0 = -c \cos \varphi, \quad c = 1, \quad (2.378)$$

и управляющим моментом $U(t)$.

В процессе управления маятником измерения положения маятника сопровождаются шумом с характеристиками: СКО=0,5, МОЖ=0,1. Время

наблюдения 8; период выборки $\Delta T = 0,01$. Все величины безразмерные. Результаты исследований показаны на рисунках 2.28–2.30, где цифрами 1, 2, 3 изображены соответственно фазовые портреты и переходные процессы для законов (2.359), (2.365) и (2.369).

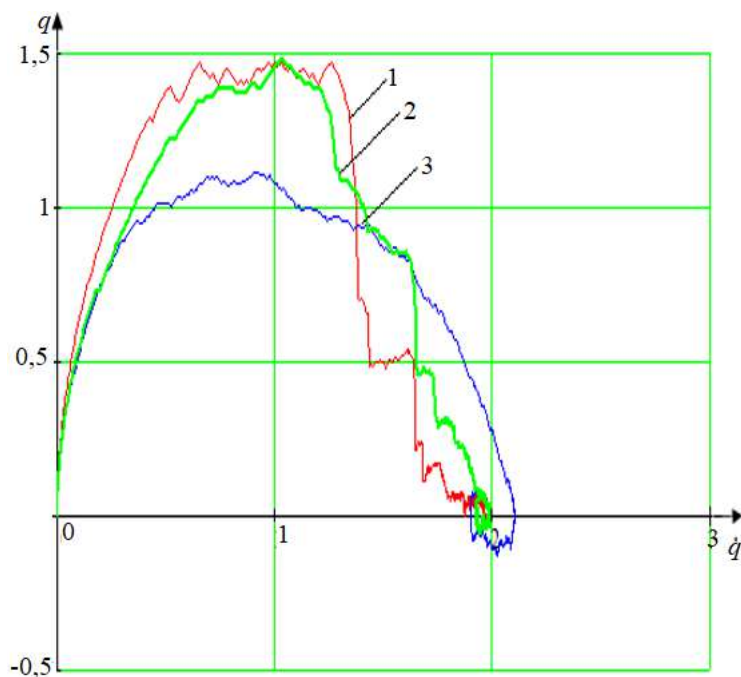


Рисунок 2.28 – Фазовый портрет

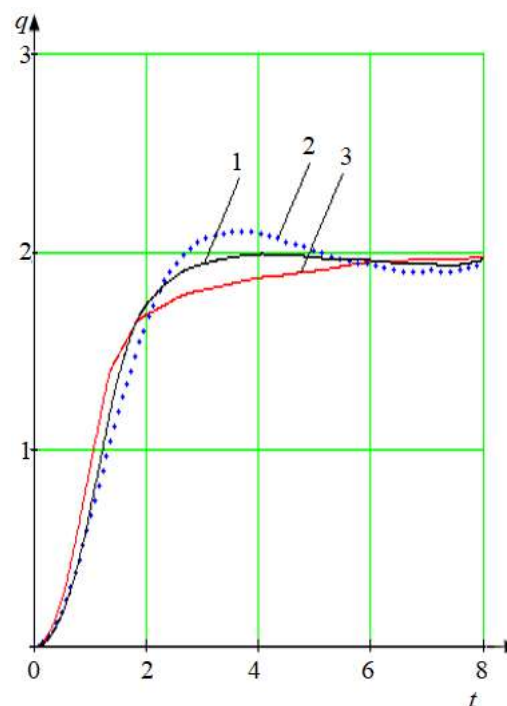


Рисунок 2.29 – Переходный процесс

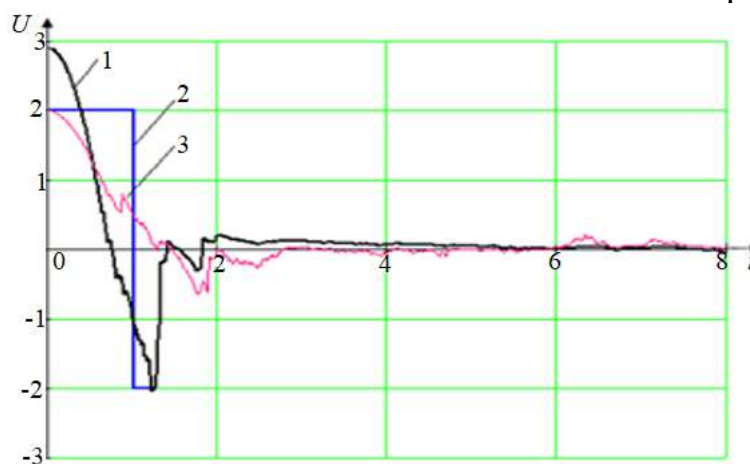


Рисунок 2.30 – Комбинированные управления U

Результаты исследований подтверждают эффективность синтезированных комбинированных управлений в плане получения заданного качества процесса

управления нелинейной системой – монотонного, апериодического или колебательного с требованиями по показателям точности, перерегулирования, времени регулирования [355].

Таким образом, использование условия максимума функции обобщенной мощности позволяет получить базовые законы управления динамическими объектами при воздействии внешних неконтролируемых возмущений. Их использование при построении комбинированных управлений позволяет:

- исключить чаттеринг-режимы, порождаемые разрывными (релейными) управлениями в задачах с негладким Гамильтонианом;
- обеспечить устойчивость объекта в неуравновешенном состоянии.

2.10.2 МЕТОД КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА МНОГОРЕЖИМНЫХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ РЕГУЛЯРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

2.10.2.1 «Задача построения систем фазовой синхронизации остается актуальной по настоящее время [356 – 358]. Для этого широко используются методы теории автоматического управления [359, 360]. Это прежде всего связано с исключительной сложностью решения исходной стохастической задачи синтеза, которую на основе метода двухэтапной оптимизации сводят к последовательности детерминированных задач с применением упрощающих гипотез [52, 361]. Использование линейных математических моделей дает возможность применения развитого математического аппарата теории устойчивости, символического метода, частотных методов синтеза и т.д. Однако, в режиме захвата и в условиях регулярных возмущений классические варианты петли обратной связи могут не обеспечивать необходимой эффективности систем фазовой синхронизации, что требует синтеза корректирующего управления. Один из его вариантов реализуется в виде релейного управления, чтобы «в соответствии с принципом управления

обеспечить изменение знака мгновенной расстройки по частоте» [362], но достаточно сложно провести оценку близости такого решения к оптимальному. В то же время задача квазиоптимального синтеза корректирующих управлений для функционирующих в условиях возмущений систем фазовой синхронизации может быть сформулирована как экстремальная задача синтеза многорежимного управления. Анализ известных исследований показывает, что конструктивные результаты ее решения могут быть получены на основе условия максимума функции обобщенной мощности» [15].

Далее в качестве исходной системы рассматривается система фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) с однозвенным RC -фильтром и корректирующей петлей авторегулирования, синтезированной с использованием условия максимума функции обобщенной мощности [363]. Это решение обеспечивает снижение времени захвата, а также расширение полосы захвата и удержания в сравнении с ФАПЧ с однозвенным RC -фильтром. Резервом повышения эффективности функционирования системы [364, 365] является снижение ошибки синхронизации с учетом помех.

На рисунке 2.31 показана структурная схема простейшей системы ФАПЧ, включающая фазовый дискриминатор ФД, петлевой фильтр ПФ, подстраиваемый генератор ПГ, крутизна характеристики которого определяет полосу удержания Ω_y [366].

В качестве обобщенной координаты q и скорости $\dot{q}$ принимаются величины фаз ϕ и угловых частот $\dot{\phi}$. Выбирая в качестве петлевого фильтра однозвенный RC -фильтр, получим нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее систему ФАПЧ

$$T \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \frac{d\phi}{dt} + \Omega_y F(\phi) = \omega_n, \quad (2.379)$$

где T – постоянная времени; $\phi(t) = \phi_c(t) - \phi_0(t)$ – разница фаз сигнала и подстраиваемого генератора; $F(\phi)$ – выход фазового дискриминатора;

$\omega_n = \dot{\phi}_c(t_0) - \dot{\phi}_0(t_0)$ – разность угловых частот сигнала и подстраиваемого генератора в начальный момент времени t_0 , начальные условия $(\phi(t_0), \dot{\phi}(t_0))$.

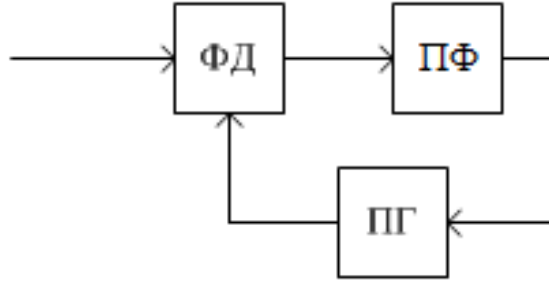


Рисунок 2.31 – Структурная схема простейшей системы ФАПЧ

Такая система, работающая в режиме захвата, подразумевает большие значения расстройки, что требует другого режима управления. Уравнение (2.379) допускает представление в форме уравнения Лагранжа второго рода. Следовательно, может быть поставлена задача определения управления системой ФАПЧ с использованием условия максимума функции обобщенной мощности.

Рассмотрим задачу поиска $U(\phi, \dot{\phi}) < |U|$, обеспечивающего переход динамической системы

$$T \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \frac{d\phi}{dt} + \Omega_y F(\phi) = \omega_n + U \quad (2.380)$$

из начальной произвольной точки фазового пространства в конечную $(0, 0)$, такую что выполняется (2.259) (при $n=1$). Очевидно, что в режиме захвата в начале функционирования или при воздействии регулярных неконтролируемых воздействий большой интенсивности корректирующее управление должно быть максимально допустимым. В соответствии с [57] результатом, анализ условия максимума функции обобщенной мощности с учетом ограничений $U(\phi, \dot{\phi}) < |U|$ позволяет получить структуру петли авторегулирования [363]:

$$U = -\Omega_y \lambda^{-1} |U| \operatorname{sign} \left(\frac{|\dot{\phi}| \dot{\phi}}{L|\phi| + \varepsilon} \frac{T}{\Omega_y} + \phi \right). \quad (2.381)$$

Соответственно структура ФАПЧ определяется уравнением

$$T \frac{d^2\phi}{dt^2} + \frac{d\phi}{dt} + \Omega_y F(\phi) = \omega_n - \Omega_y \lambda^{-1} |U| \operatorname{sign} \left(\frac{|\dot{\phi}| \dot{\phi}}{L|\phi| + \varepsilon} \frac{T}{\Omega_y} + \phi \right). \quad (2.382)$$

Выражение (2.382) определяет режим функционирования ФАПЧ и в случае «проявления признаков кризисного развития процесса ...» [362].

Для оценки эффективности полученных решений проведено математическое моделирование, получены решения дифференциальных уравнений, описывающих систему фазовой автоподстройки частоты с RC -фильтром (2.379) и систему фазовой автоподстройки частоты с петлей авторегулирования (2.381). Моделирование проведено с имитацией внешних случайных помех, характеризующихся средним квадратическим отклонением $D_\phi = 1 \cdot 10^{-4}$ рад². Используются следующие значения параметров: $T=0,014$ с; $\Omega_y = 21$ радс⁻¹; $\lambda^{-1} = 0,01$; $\varepsilon = 0,01$; $D = 1$; $L = 10$; $|U| = 5$. Фазовый дискриминатор – $F(\phi) = \sin(\phi)$.

Результаты численного эксперимента приведены на рисунке 2.32 [363], где цифрами обозначено: 1 – фазовая траектория (2.381), 2 – фазовая траектория (2.379). Анализ фазовых портретов позволяет говорить о высокой степени устойчивости (2.381) к внешним воздействиям в сравнении с (2.379) и снижении фазовой ошибки в установившемся режиме в среднем на 38%.

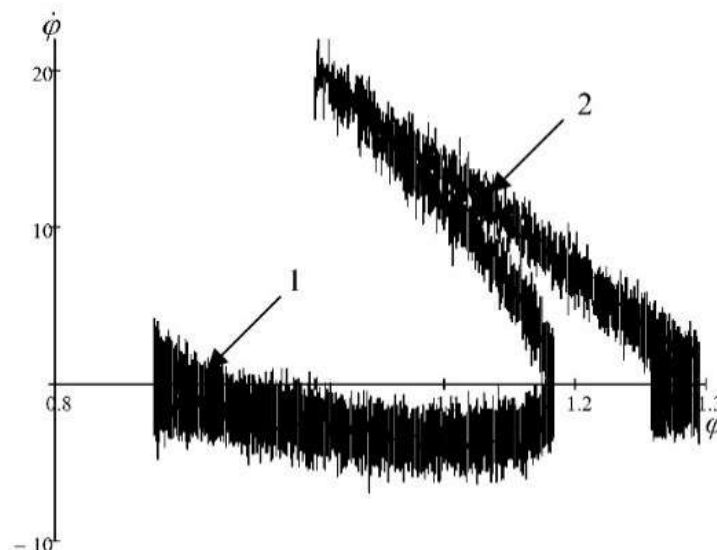


Рисунок 2.32 – Фазовый портрет

Анализ функционирования системы фазовой автоподстройки частоты с адаптивной обратной связью на основе условия максимума функции обобщенной мощности показывает, что полученное решение позволяет повысить эффективность функционирования классической схемы по критерию минимума времени захвата и ошибки синхронизации. Установлено, что новая ФАПЧ позволяет уменьшить время захвата примерно в 2 – 6 раз и увеличить примерно в 1,5 раза полосу удержания в сравнении с ФАПЧ с однозвенным RC -фильтром. В условиях отсутствия шумов наблюдения обеспечивается нулевая фазовая ошибка в режиме синхронизации, что позволяет использовать полученное решение для построения прецизионных измерителей дальности и скорости. Таким образом, возможны два режима функционирования ($m=2$) в виде (2.379) и (2.382). Ключевой задачей является определение границ этих областей. Так как аналитическими методами сложно определить момент смены режимов управления, то эффективным решением может являться применение нечёткой логики.

2.10.3.2 Проведём анализ эффективности системы ФАПЧ, учитывая, что в режиме синхронизации целесообразно использовать аппроксимацию (2.382) [14]:

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{T} \left(\omega_n - (\tilde{\lambda} + 1) \dot{\phi} - \lambda^{-1} \phi - \Omega_y \sin(\phi) \right) = Q. \quad (2.383)$$

Результаты математического моделирования представлены на рисунках 2.33 и 2.34, где обозначены кривые, которые соответствуют ФАПЧ с корректирующей петлей авторегулирования [367 – 369] (темно-серая линия на рисунке 2.43 и сплошная на рисунке 2.34) и ФАПЧ с многорежимным управлением (светло-серая линия на рисунке 2.33 и пунктир на рисунке 2.34) (допустимые управления (2.381) и $U = -\frac{1}{T} \left((\tilde{\lambda} + 1) \dot{\phi} + \lambda^{-1} \phi \right)$, следующие одно за другим [14]).

Анализ результатов расчетов позволяет утверждать, что ФАПЧ с новым многорежимным управлением позволяет снизить фазовую ошибку в установившемся режиме в условиях эксперимента на 47% в сравнении с (2.381). При этом в условиях отсутствия возмущений обеспечивается нулевая фазовая

ошибка, что позволяет использовать полученное решение, например, для построения прецизионных измерителей дальности и скорости.

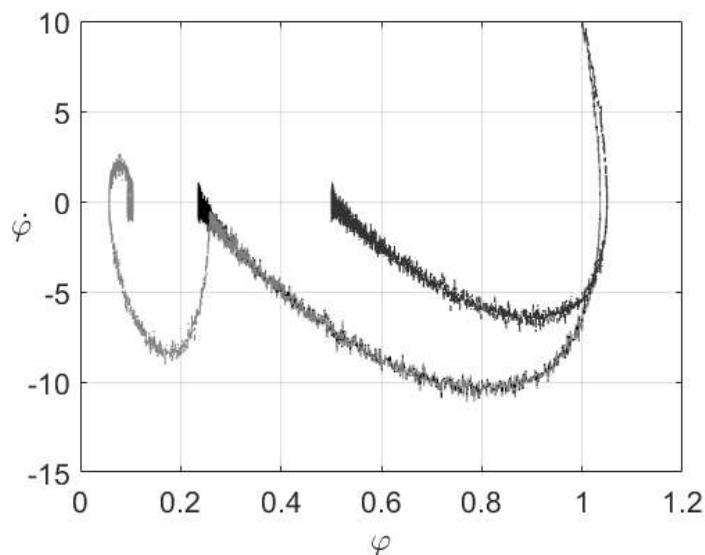


Рисунок 2.33 – Фазовый портрет ФАПЧ

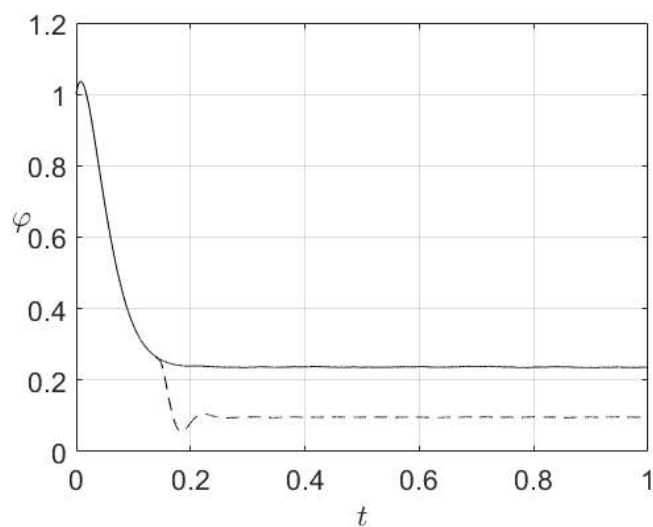


Рисунок 2.34 – Ошибки синхронизации

Установлено, что использование многорежимной ФАПЧ обеспечивает высокую устойчивость решения задачи захвата фазы и снижение фазовой ошибки в установившемся режиме в сравнении с ФАПЧ [367].

В условиях возмущений эффективность систем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) зависит от адекватности соответствующей математической

модели и возможности ее адаптации к изменяющимся условиям. При этом даже в простейшем случае соответствующая математическая модель нелинейная. Это создает известные сложности и обуславливает широкое распространение квазиоптимальных систем ФАПЧ, для построения которых, например, может применяться теория самоорганизации или интеллектуальных систем [370].

2.11 СИНТЕЗ НЕЧЕТКИХ УПРАВЛЕНИЙ В БАЗИСЕ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

2.11.1 СИНТЕЗ НЕЧЕТКИХ УПРАВЛЕНИЙ МАНИПУЛЯТОРОМ

Рассмотрим пример проектирования базы знаний с использованием решений, базирующихся на результатах редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче. Исследуется следующее уравнение Лагранжа второго рода:

$$\ddot{q} = a \sin(q) + U, \quad q(0) = q_0, \dot{q}(0) = \dot{q}_0; \quad (2.384)$$

пусть $a = 3, q_0 = 20, \dot{q}_0 = 10$. Математическая модель управляемого объекта (2.228) описывает, например, функционирование электрического двигателя с асинхронным запуском, механический однозвенный манипулятор робота или математический маятник [42].

В фазовом пространстве с нечеткими границами задана TS -модель системы типа $MISO$ с базой правил

$$\begin{aligned} R^1 : & \text{ если } q \text{ есть } M_{x1} \text{ и } \dot{q} \text{ есть } M_{y1}, \text{ то } U = Q_1(q, \dot{q}), \text{ иначе} \\ R^2 : & \text{ если } q \text{ есть } M_{x2} \text{ и } \dot{q} \text{ есть } M_{y2}, \text{ то } U = Q_2(q, \dot{q}), \end{aligned} \quad (2.385)$$

с точностью до функций $Q_i \in G_i, i = \overline{1, m}$, каждого из заключений.

Неопределенность относительно координат точек фазового пространства, где происходит смена режимов функционирования динамической системы (2.384),

описывается входными лингвистическими переменными – «положение на фазовой плоскости» с терм-множеством $T_x = \{\text{"близко"}, \text{"далеко"}\}$ и «скорость на фазовой плоскости» с терм-множеством $T_y = \{\text{"медленно"}, \text{"быстро"}\}$ с изображенными на рисунке 2.35 функциями принадлежности.

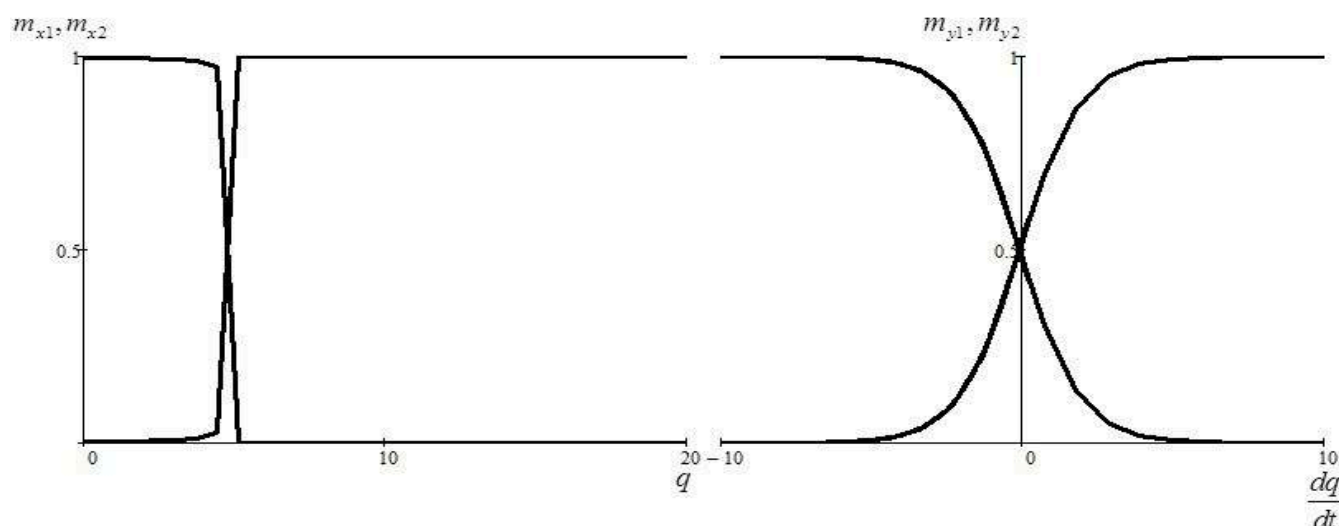


Рисунок 2.35 – Входные функции принадлежности

Для (2.385) логический вывод определяется выражением

$$U = \sum_{i=1}^2 \eta_i Q_i, \quad (2.386)$$

где

$$\eta_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}, \eta_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad (2.387)$$

здесь $\alpha_1 = m_{x1}(q^*) \wedge m_{y1}(\dot{q}^*)$, $\alpha_2 = m_{x2}(q^*) \wedge m_{y2}(\dot{q}^*)$ – уровни отсечения для предпосылок каждого из правил, вычисленные для четких значений обобщенной координаты q^* и скорости $\dot{q}^*$.

Задача синтеза нечеткого управления состоит в нахождении для каждого из двух заключений правил (2.385) функций $Q_i, i = \overline{1,2}$, как решений экстремальной задачи (2.384), (2.102) при $F(q) = \frac{1}{2}q^2$ и условии (2.146), если Q_1 – ограниченная

кусочно-постоянная функция, а Q_2 – ограниченная кусочно-непрерывная функция.

В соответствии с (2.179) при $m=1$ справедливо положить:

$$Q_1 = |U| \operatorname{sign}(-\mu \dot{q} - q). \quad (2.388)$$

Однако на практике чаттеринг-режимы функционирования нежелательны. Для их исключения используют функции насыщения при аппроксимации релейных законов управления. Для $m=2$ из (2.177) с точностью до обозначений имеем

$$Q_2 = \operatorname{sat}(-\mu \dot{q} - q) = \begin{cases} |U| \operatorname{sign}(-\mu_2 \dot{q} - q), & |-\mu_2 \dot{q} - q| > |U|, \\ \frac{-\mu \dot{q} - q}{|U|}, & |-\mu \dot{q} - q| \leq |U|. \end{cases} \quad (2.389)$$

При расчетах в соответствии с (2.239) используем следующее выражение:

$$\mu = -\lambda \left| \frac{\dot{q}}{Lq + \varepsilon} \right|. \quad (2.390)$$

В соответствии с (2.386) – (2.390) значение нечеткого выхода определяется по формуле:

$$U(q, \dot{q}) = \frac{\alpha_1 |U|}{\alpha_1 + \alpha_2} \operatorname{sign} \left(-\lambda \left| \frac{\dot{q}}{Lq + \varepsilon} \right| \dot{q} - q \right) + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \operatorname{sat} \left(-\lambda \left| \frac{\dot{q}}{Lq + \varepsilon} \right| \dot{q} - q \right). \quad (2.391)$$

Оценка эффективности синтезированного интеллектуального управления проведена на основе математического моделирования. Произведено сравнение с кусочно-постоянным управлением (2.388) и кусочно-непрерывным управлением (2.389), которые в отличие от (2.391) не позволяют учесть разделение фазового пространства на области в соответствии с режимами функционирования, но обеспечивают ограничение на величину обратной связи.

На рисунке 2.36 приведены законы изменения обобщенной координаты и скорости. На нем точками изображены результаты математического моделирования (2.388), пунктирной кривой (2.389), сплошной кривой (2.391). Очевидно преимущество интеллектуального управления по быстродействию.

На рисунке 2.37 представлены временные диаграммы синтезированных управлений. Обозначения сохранены прежние. Проведенные расчеты показали, что по показателю качества (2.259) (при $n=1$) интеллектуальное управление

проигрывает кусочно-постоянному управлению 0,2% и выигрывает у (2.389) 6,7%. При этом, как видно из рисунка 2.37, по затратам на управление полученное решение задачи синтеза эффективней, чем (2.388) и (2.389).

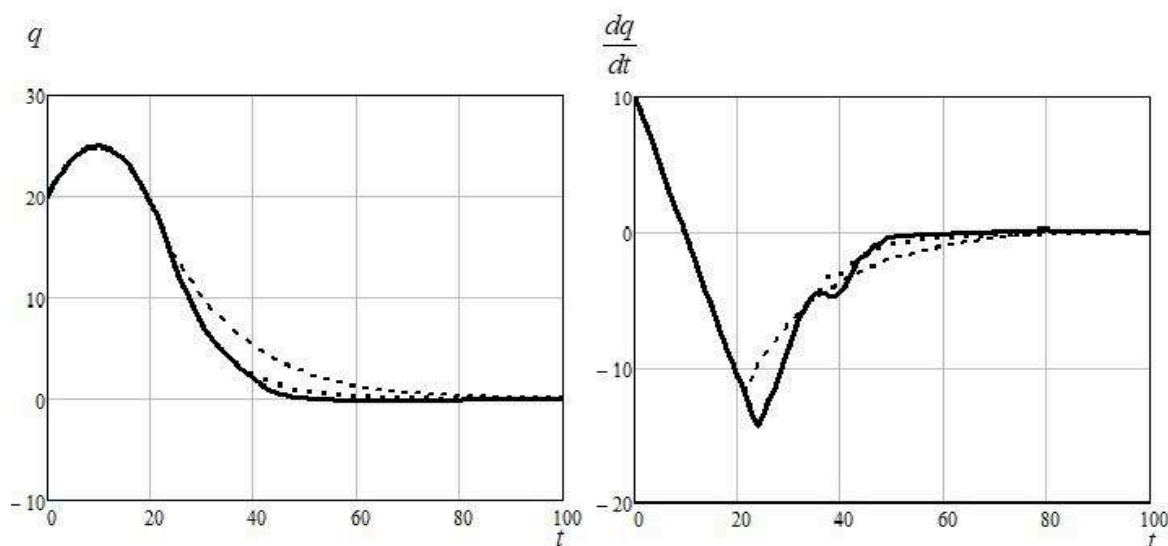


Рисунок 2.36 – Динамика системы в фазовом пространстве с нечеткими границами

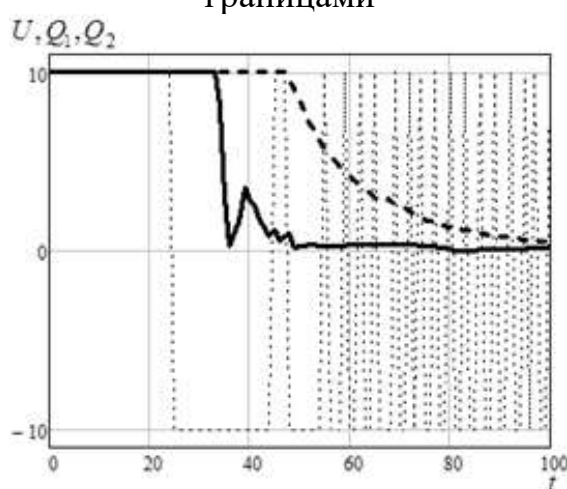


Рисунок 2.37 – Управления

Проведенное математическое моделирование показало, что синтезированное на его основе нечеткое управление в сравнении с построенными на основе условия максимума функции обобщенной мощности кусочно-постоянным и кусочно-непрерывным управлениями обеспечивает выигрыш по времени переходного процесса и затратам на управление при близких значениях показателя качества (2.259) (при $n=1$).

2.11.2 СИНТЕЗ НЕЧЕТКОГО УПРАВЛЕНИЯ С АДАПТАЦИЕЙ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

Для динамической системы

$$\dot{q}_1 = q_2, \dot{q}_2 = U, q_1(0) = 20, \dot{q}_2(0) = 10, \quad (2.392)$$

требуется синтезировать управление $|U| \leq U$, переводящее изображающую точку фазового пространства в терминальную точку $(0,0)$ из условия минимума целевого функционала быстродействия (2.208).

При этом известно оптимальное решение задачи (2.392), (2.208), что объясняет выбор (2.236).

В работе [262] показано, что отклонение значения функционала (2.259) (при $n=1$) на траекториях задачи (2.392), (2.259) (при $n=1$) от оптимального значения отличается не более чем на w , если переход с оптимальной траектории А.Т. Фуллера совершается в зоне $|q_1| \leq \frac{1}{2} \left(\frac{w}{g} \right)^{\frac{2}{5}}, |q_2| \leq \frac{1}{2} \left(\frac{w}{g} \right)^{\frac{1}{5}}$, где g – нормировочная константа, w – число. В связи с этим для исключения режима с учащающимися переключениями в работе ищется квазиоптимальное решение задачи быстродействия в пространстве ограниченных кусочно-непрерывных функций для динамической системы (2.392) из условия минимума функционала (2.259) (при $n=1$).

Использование условий максимума функции обобщенной мощности позволяет получить квазиоптимальное решение задачи синтеза на границе области допустимых управлений

$$U_1(q_1, q_2) = \lambda^{-1} |U| \operatorname{sign} \left(-\frac{\lambda |q_2| q_2}{2|q_1|} - q_1 \right) \quad (2.393)$$

и внутри

$$U_2(q_1, q_2) = \lambda^{-1} \left(-\frac{\lambda |q_2| q_2}{|q_1| + C} - 2q_1 \right). \quad (2.394)$$

Предлагается состоящий из двух этапов способ управления, который позволяет учесть ограничения на модуль управления. На первом этапе с использованием релейного закона управления (2.393) объект управления (2.392) приводится в окрестность терминального состояния. На втором этапе используется непрерывное управление (2.394).

В силу неопределенности окрестности терминального управления нечеткая инструкция решения задачи (2.392), (2.259) (при $n=1$) сводится к правилу – вне окрестности используется релейное управление, внутри – непрерывное. Предлагается структура нечеткого управления, которая на основе выбранной системы нечеткого вывода отдает приоритет тому или иному решению [371]:

$$u = \mu'_1 U_1 + \mu'_2 U_2, \quad (2.395)$$

где μ'_1, μ'_2 – такие функции принадлежности, что при удалении от терминальной точки μ'_1 уменьшается, а μ'_2 увеличивается.

Для сравнения выбраны варианты функций принадлежности:

$$\mu'_{11}(q) = \frac{1}{1 + e^{-(q-k)}}, \mu'_{21}(q) = \frac{1}{1 + e^{-(q-k)}} \quad (2.396)$$

и [372]

$$\mu'_{12} = \frac{1}{q+1} A(q, k), \mu'_{22} = \frac{q}{q+1} B(q, k), A(q, k) = \frac{k(q)(1+q)}{q(1+k(q))}, B(q, k) = \frac{(1+q)}{1+k(q)}, \quad (2.397)$$

расчет параметра $k(q)$ сводится к правилу:

$$k(q) = \begin{cases} k'_2, & q \leq q'_1, \\ \frac{q(k'_1 - k'_2) + q'_2 k'_2 - q'_1 k'_1}{q'_2 - q'_1}, & q'_1 < q < q'_2, \\ k'_1, & q \geq q'_2, \end{cases} \quad (2.398)$$

где q'_1, q'_2 – параметры входных линейных Z -образной S -образной функций принадлежности; k'_1, k'_2 – параметры выходной линейных Z -образной S -образной функций принадлежности [373]. Входным является положение относительно терминальной точки, выходным – значение параметра $k(q)$. Выбранные функции принадлежности изображены на рисунке 2.38.

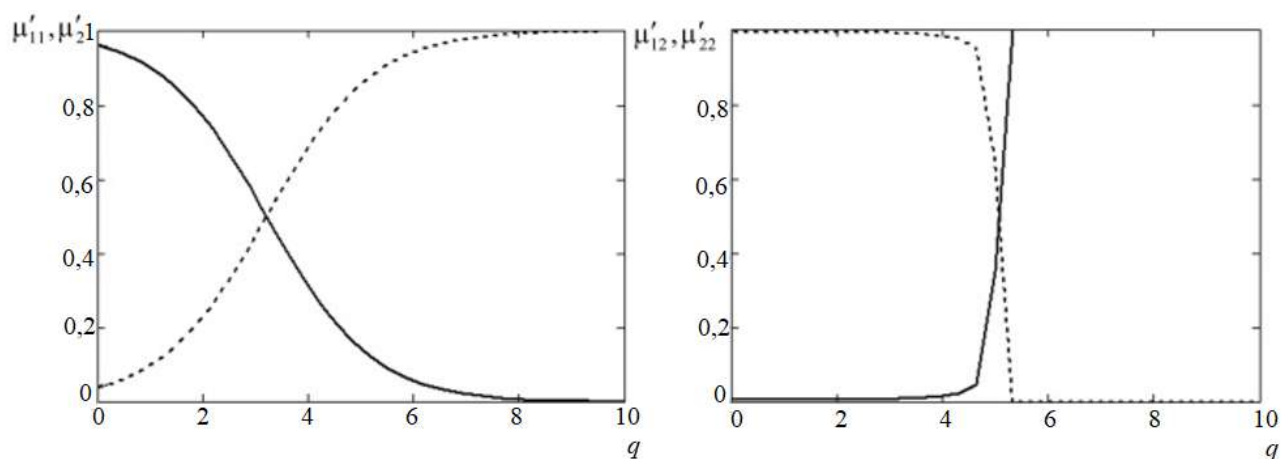


Рисунок 2.38 – Функции принадлежности

Результаты математического моделирования приведены на рисунках 2.39, 2.40, где сплошной линией обозначены кривые, соответствующие управлению (2.395) с функциями принадлежности (2.396), пунктирной линией кривые, соответствующие оптимальному решению Л.С. Понтрягина, а точками кривые, соответствующие управлению (2.395) с функциями принадлежности (2.397).

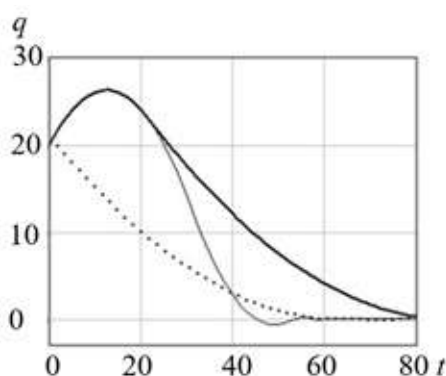


Рисунок 2.39 – Переходный процесс

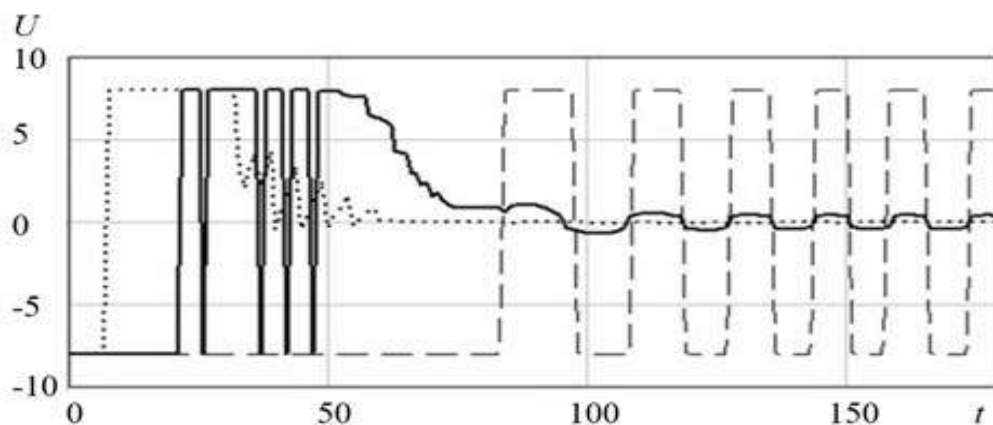


Рисунок 2.40 – Синтезированные управления

Анализ представленных результатов позволяет сделать вывод о том, что применение нечеткого квазиоптимального управления позволяет избежать режима с учащающимися переключениями и обеспечивает время достижения терминальной точки, уступающее оптимальному на 4,7%.

Решение задачи синтеза оптимального управления с использованием принципа Гамильтона-Остроградского привело к получению новых условий оптимальности для лагранжевых систем в форме максимума функции обобщенной мощности на множестве ограниченных и непрерывных функций. Математическое моделирование подтвердило близость полученных результатов к оптимальному.

2.11.3 СИНТЕЗ НЕЧЕТКОЙ СИСТЕМЫ СИНХРОНИЗАЦИИ

Структура нечёткой системы синхронизации [374] определяется следующим образом: в фазовом пространстве с нечеткими границами задана TS -модель системы типа $MISO$ с базой правил

$$\begin{aligned} R^1: & \text{если } \varphi \text{ есть } A_1 \text{ и } \dot{\varphi} \text{ есть } B_1, \text{ то } U = Q_1(\varphi, \dot{\varphi}), \text{ иначе} \\ R^2: & \text{если } \varphi \text{ есть } A_2 \text{ и } \dot{\varphi} \text{ есть } B_2, \text{ то } U = Q_2(\varphi, \dot{\varphi}), \end{aligned} \quad (2.399)$$

с точностью до функций $Q_i \in G_i, i = \overline{1, 2}$, каждого из заключений, $A_1 \wedge B_1$ – область малой расстройки, $A_2 \wedge B_2$ – область большой расстройки, Q_1 – непрерывная функция, а Q_2 – ограниченная кусочно-постоянная функция. В соответствии с изложенными выше результатами математического моделирования, два различных режима ФАПЧ могут быть представлены выражением

$$U = -\Omega_y \lambda^{-1} |U| \operatorname{sign} \left(\frac{D|\dot{\varphi}| \dot{\varphi}}{L|\varphi| + \varepsilon} \frac{T}{\Omega_y} + \varphi \right) \text{ и } U = -\frac{1}{T} \left((\tilde{\lambda} + 1) \dot{\varphi} + \lambda^{-1} \varphi \right).$$

Для установки значений границ областей $A_1 \wedge B_1$ и $A_2 \wedge B_2$ используется нечёткий контроллер. Неопределенность относительно границ фазового пространства, где происходит смена режимов функционирования динамической

системы (2.383), описывается входными лингвистическими переменными – «положение на фазовой плоскости» с терм-множеством $T_x = \{\text{"близко"}, \text{"далеко"}\}$ и «скорость на фазовой плоскости» с терм-множеством $T_y = \{\text{"медленно"}, \text{"быстро"}\}$, реализованными в виде функций принадлежности

$$\mu(\varphi) = \begin{cases} 0, & \varphi \leq a_1 \text{ или } \varphi \geq d_1 \\ \frac{\varphi - a_1}{b_1 - a_1}, & a_1 \leq \varphi \leq b_1 \\ 1, & b_1 \leq \varphi \leq c_1 \\ \frac{d_1 - \varphi}{d_1 - c_1}, & c_1 \leq \varphi \leq d_1 \end{cases}, \quad \mu(\dot{\varphi}) = \begin{cases} 0, & \dot{\varphi} \leq a_2 \text{ или } \dot{\varphi} \geq d_2 \\ \frac{\dot{\varphi} - a_2}{b_2 - a_2}, & a_2 \leq \dot{\varphi} \leq b_2 \\ 1, & b_2 \leq \dot{\varphi} \leq c_2 \\ \frac{d_2 - \dot{\varphi}}{d_2 - c_2}, & c_2 \leq \dot{\varphi} \leq d_2 \end{cases}, \quad (2.400)$$

изображенных на рисунке 2.41.

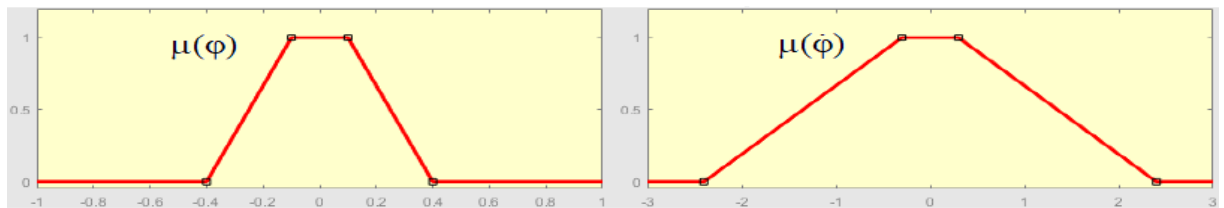


Рисунок 2.41 – Функции принадлежности

Композиция функций принадлежности (2.400), определяющая на фазовом пространстве границы переключения режимов управления, представлена на рисунке 2.42.

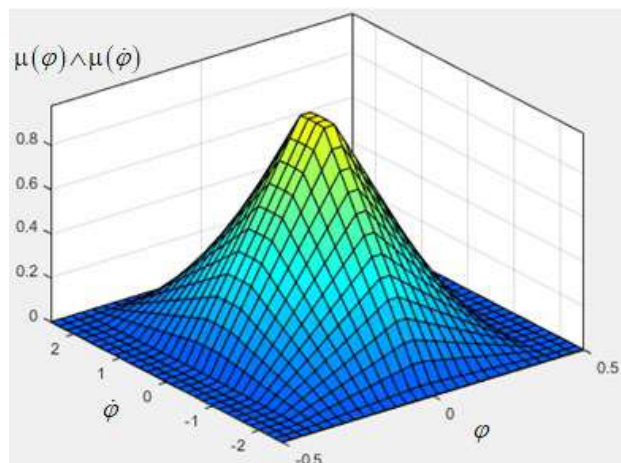


Рисунок 2.42 – Композиция функций принадлежности

Для (2.399) логический вывод определяется выражением (2.6), которое в общем виде запишется так: $U = \sum_{i=1}^2 \eta_i Q_i$, $\eta_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$, $\eta_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$; здесь $\alpha_1 = \mu(\varphi) \wedge \mu(\dot{\varphi})$, $\alpha_2 = 1 - \mu(\varphi) \wedge 1 - \mu(\dot{\varphi})$ – уровни отсечения для предпосылок каждого из правил, вычисленные для четких значений φ и $\dot{\varphi}$.

Эффективность системы ФАПЧ с нечётко-логическим управлением определяется на основе математического моделирования путём поиска параметров функций принадлежности по различным критериям быстрогодействия (2.208), квадратичного критерия (2.259) (при $n=1$) квадратичный критерий для $\dot{\varphi}$

$$J_{\dot{\varphi}} = \int_0^{t_1} \dot{\varphi}^2 dt, \quad (2.401)$$

критерий энергетических затрат на управление

$$J_u = \int_0^{t_1} |U| dt. \quad (2.402)$$

Для минимизации этих критериев варьировались параметры $a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2$ функций принадлежности (2.402), определяющие их границы. При этом необходимо отметить, что исследованию эффективности интеллектуальных управлений по приведенным выше критериям, которые синтезированы на основе использования условия максимума функции обобщенной мощности, посвящена работа [95].

Схема ФАПЧ с нечётким контроллером представлена на рисунке 2.43, где блок « J_t » определяет критерий (2.208), блок $U1$ определяет режим управления при

$U = -\frac{1}{T} \left((\tilde{\lambda} + 1) \dot{\varphi} + \lambda^{-1} \varphi \right)$, блок $U2$ – режим управления при

$U = -\Omega_y \lambda^{-1} |U| \operatorname{sign} \left(\frac{D |\dot{\varphi}| \dot{\varphi}}{L |\varphi| + \varepsilon \Omega_y} + \varphi \right)$, блок FIS реализует нечеткую систему вывода.

Графики φ и $\dot{\varphi}$ процесса фазовой автоподстройки представлены на рисунке 2.44.

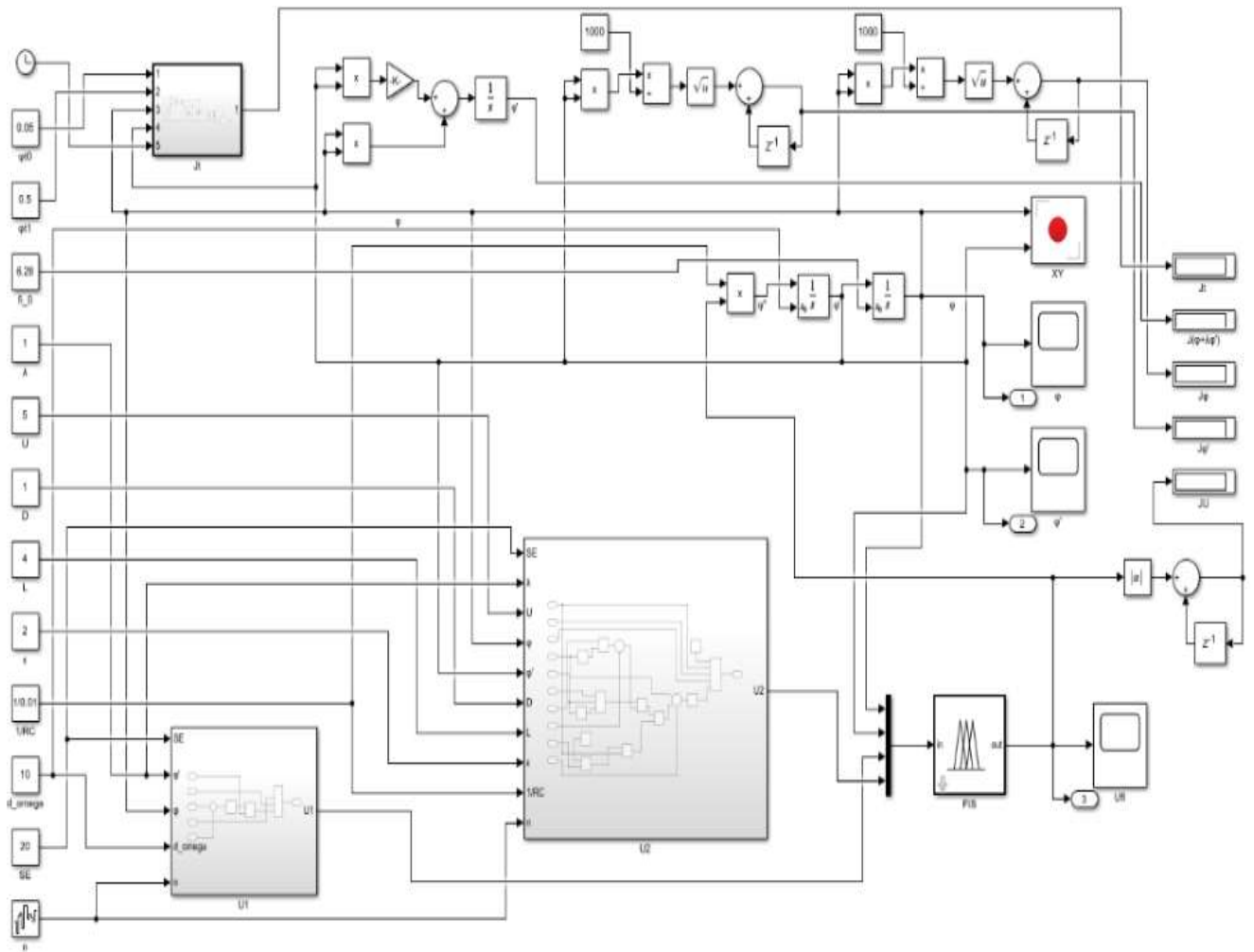


Рисунок 2.43 – Схема системы ФАПЧ

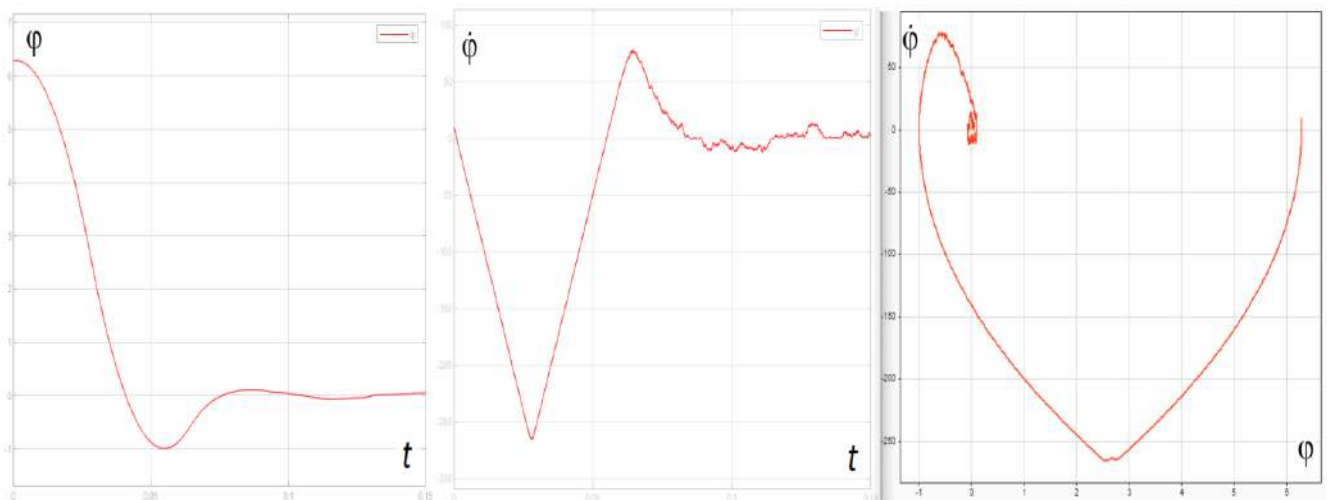


Рисунок 2.44 – Процесс фазовой автоподстройки (MATLAB)

Выход нечёткого контроллера, который определяет обратную связь, представлен на рисунке 2.45.

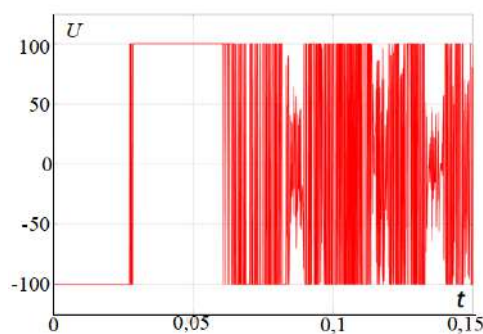


Рисунок 2.45 – Обратная связь на основе нечёткого контроллера

Проведён анализ изменения нечёткого управления в области перехода от одного вида управления к другому, т.е. внутри границ функций принадлежности. В результате оптимизации по параметрам функций принадлежности получена зависимость обратной связи от точек на фазовой плоскости $U(\varphi(0), \dot{\varphi}(0))$. Результат в виде поверхности управления представлен на рисунке 2.46.

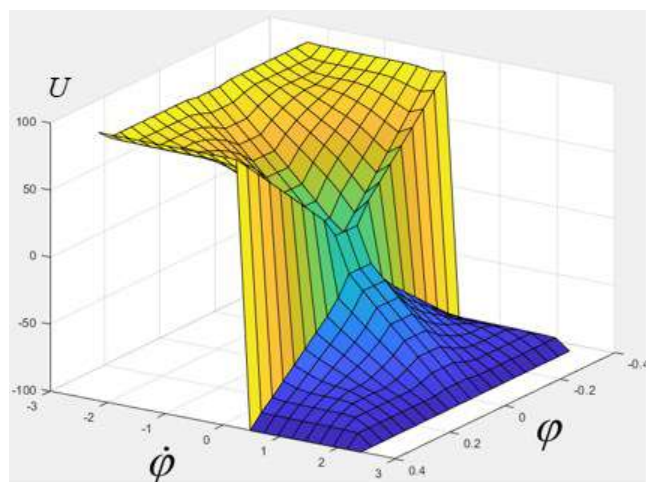


Рисунок 2.46 – Поверхность управления

Проведено моделирование в различных точках фазового пространства при $\varphi(0) \in [0; 2\pi]$ и $\dot{\varphi}(0) \in [-10; 10]$, в результате чего получены значения критериев при различных параметрах функций принадлежности. При изменении границ функций принадлежности в диапазонах

$$\begin{aligned} a_1 \in \{-1, 2; -0, 3\}, b_1 \in \{-0, 5; -0, 005\}, c_1 \in \{0, 005; 0, 5\}, d_1 \in \{0, 3; 1, 2\}, \\ a_2 \in \{-2, 8; -0, 8\}, b_2 \in \{-1, 6; -0, 01\}, c_2 \in \{0, 01; 1, 6\}, d_2 \in \{0, 8; 2, 8\}, \end{aligned} \quad (2.403)$$

сравнение предлагаемого управления на основе нечёткого контроллера с управлением, полученным в [367], показывает, что достигается выигрыш по критерию (2.208) на 16%, по критерию (2.401) на 3,5% и по критерию (2.402) на 31,1%.

Анализ результатов проведённого численного моделирования показывает, что параметры функций принадлежности оказывают существенное влияние на эффективность функционирования системы ФАПЧ с нечётким контроллером и позволяют установить квазиоптимальную обратную связь при реализации конкретного устройства ФАПЧ.

2.11.4 СИНТЕЗ НЕЧЕТКОГО ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОВОЗОМ

Полагается, что движение подвижного состава в режиме тяги характеризуется двумя ПрС/С: PS_1 – режим движения с малыми отклонениями текущей скорости от заданной, PS_2 – режим движения с большими отклонениями текущей скорости от заданной. Соответствующая интеллектуальная система управления может быть задана так [375]:

$$\begin{aligned} R^1 : \text{если } PS_1, \text{ то } F_{\text{тяги}} &= U^1, \\ R^2 : \text{если } PS_2, \text{ то } F_{\text{тяги}} &= U^2. \end{aligned} \quad (2.404)$$

При этом необходимо отметить, что при малых отклонениях контролируемой величины от заданной традиционные решения, например, пропорционально-дифференциальные или ПИД-регуляторы, могут быть достаточно эффективны [376, 377].

Было принято, что модель измерительной системы (1.18) близка к идеальной, т.е. погрешность измерений пренебрежимо мала. Вместе с тем необходимо иметь в виду, что, например, по результатам испытаний в Италии технологии определения местоположения поездов на основе сверхширокополосной радиосвязи

погрешность измерения состояния составила $\pm 0,3$ м, а скорости во время движения поезда $\pm 0,56$ мс⁻¹.

При решении задачи стабилизации в случае постоянной скорости с учетом введенных ограничений и допущений при $n=1$ цель управления может задаваться так:

$$F = (q - \dot{q}^* t)^2 = \Delta q^2, \quad (2.405)$$

где q – обобщенная координата, описывающая изменение состояния поезда; $\dot{q}^*$ – заданная скорость движения, которой соответствует обобщенная координата q^* .

Ставится задача синтеза законов управления U^j , $j = \overline{1, n_{PS}}$, стабилизирующих скорость поезда с единственным электровозом в режиме тяги. Соответствующее уравнение Лагранжа второго рода имеет вид:

$$M\ddot{q} = F_{\text{тяги}}(q, \dot{q}) - R(q, \dot{q}), \quad (2.406)$$

где $M = \frac{1000(P + Q')}{g}$ – масса поезда; P – вес локомотива; Q' – вес состава;

g – ускорение свободного падения; $F_{\text{тяги}}(q, \dot{q})$ – сила тяги или электрического торможения, развиваемая электровозом, в случае одиночной тяги $F_{\text{тяги}}(q, \dot{q})$ равна силе тяги или электрического торможения единственного электровоза в поезде; $R(q, \dot{q})$ – равнодействующая сил основного и дополнительного сопротивления движению, которая задается следующим образом:

$$R(q, \dot{q}) = W_{\text{осн}}(\dot{q}) + W_{\text{п}}(q), \quad W_{\text{осн}}(\dot{q}) = w_{\text{лок}}(\dot{q})P + w_{\text{сост}}(\dot{q})Q', \quad (2.407)$$

где $W_{\text{осн}}(\dot{q})$ – полное основное сопротивление поезда; $W_{\text{п}}(q)$ – силы, зависящие от уклона профиля пути; $w_{\text{лок}}(\dot{q})$ – удельное сопротивление локомотива; $w_{\text{сост}}(\dot{q})$ – удельное сопротивление пассажирского состава. Для исследования рассмотрим электровоз ЭП20, для которого примем:

$$P = 1265 \text{ Н}, \quad Q' = 12740 \text{ Н}, \quad w_{\text{лок}} = 2,4 + 0,011\dot{q} + 0,00035\dot{q}^2, \\ w_{\text{сост}} = \frac{0,7 + (8 + 0,18\dot{q} + 0,003\dot{q}^2)}{160}. \quad (2.408)$$

Для математического моделирования движения выбран участок пути Рязань-Воронеж. Его профиль пути представлен на рисунке 2.47.

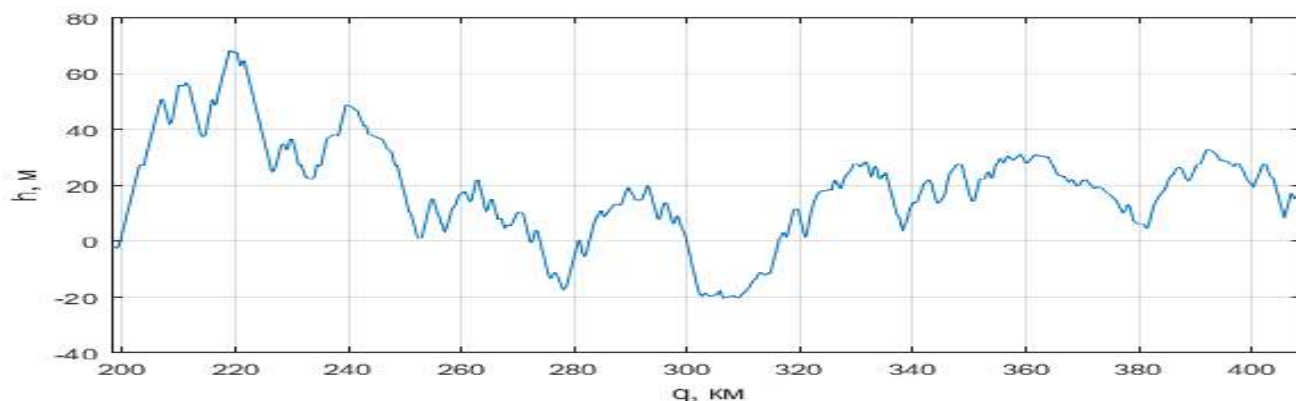


Рисунок 2.47 – Профиль пути Рязань-Воронеж

В соответствии с (2.406) обобщенная координата q^* удовлетворяет следующему уравнению Лагранжа второго рода:

$$M\ddot{q}^* = F_{\text{тяги}}^*(q^*, \dot{q}^*) - R^*(q^*, \dot{q}^*), \quad (2.409)$$

где $F_{\text{тяги}}^*(q^*, \dot{q}^*)$ – сила тяги или электрического торможения единственного локомотива в поезде на невозмущенной траектории; $R^*(q^*, \dot{q}^*)$ – равнодействующая сил основного и дополнительного сопротивления невозмущенного движения, для которой справедливы выражения (2.407).

Из (2.406) и (2.409) вытекает разрешенное относительно старшей производной уравнение Лагранжа второго рода в новых координатах:

$$\begin{aligned} \Delta\ddot{q} = & -M^{-1} \left(\left(\frac{\partial W_{\text{осн}}(\dot{q}^*)}{\partial \dot{q}^*} + \frac{\partial W_{\text{осн}}(f(\dot{q}^{*2}))}{\partial \dot{q}^*} \frac{f(\dot{q}^{*2})}{\partial \dot{q}^*} \right) \Delta\dot{q} \right) - \\ & -M^{-1} \left(\frac{\partial W_{\text{п}}(q^*)}{\partial q^*} \Delta q + O(\Delta\dot{q}^{*2}) + O(\Delta q^{*2}) \right) - \\ & -M^{-1} (F_{\text{тяги}}^*(q, \dot{q}) - F_{\text{тяги}}^*(q^*, \dot{q}^*)), \end{aligned} \quad (2.410)$$

где $f(\dot{q}^{*2})$ – нелинейная составляющая сопротивления поезда; $O(\Delta\dot{q}^{*2}), O(\Delta q^{*2})$

– бесконечно малые более высокого порядка, чем, соответственно, $\Delta\dot{q}$ и Δq . В таком случае $u = -M^{-1} \left(F_{\text{тяги}}^* (q^* + \Delta q, \dot{q}^* + \Delta\dot{q}) - F_{\text{тяги}}^* (q^*, \dot{q}) \right)$.

Вариант реализации (2.404) не единственен, например, по аналогии с [24] для R^1 и R^2 для разных областей фазового пространства можно использовать различные управления. Предлагается следующее решение:

$$-M^{-1} \left(F_{\text{тяги}}^* (q^* + \Delta q, \dot{q}^* + \Delta\dot{q}) - F_{\text{тяги}}^* (q^*, \dot{q}) \right) = -\lambda^{-1} \left(\frac{L|\Delta\dot{q}|\Delta\dot{q}}{|\Delta q| + \varepsilon_j(\Delta\dot{q})} + 2\Delta q \right). \quad (2.411)$$

Отсюда с учетом ограничений получим интеллектуальный закон управления:

$$U^j = -\text{sat} \left(\frac{L|\Delta\dot{q}|\Delta\dot{q}}{|\Delta q| + \varepsilon_j(\Delta\dot{q})} + 2\Delta q \right). \quad (2.412)$$

Неопределенность выбора параметра ε_j в соответствии с одной из n_{PS} ПрС/С формализуется $n_{PS} - 1$ входными лингвистическими переменными. Тогда параметр рассчитывается так:

$$\varepsilon_j(\Delta\dot{q}) = \sum_{j=1}^{n_{PS}} (\beta_j m_j(\Delta\dot{q})), \quad (2.413)$$

где β_j – выходные значения, определенные для области, формализуемой функциями принадлежности $m_j(\Delta\dot{q})$ соответственно; $\sum_{j=1}^{n_{PS}} m_j(\Delta\dot{q}) = 1$. В

рассматриваемом случае лингвистическая переменная – это «отклонение текущей скорости от постоянной заданной» с терм-множеством $T_1 = \{\text{"мало"}, \text{"много"}\}$. Для определенности положим

$$m_1(\Delta\dot{q}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \Delta\dot{q} < p_1, \\ \frac{p_2 - \Delta\dot{q}}{p_2 - p_1}, & p_1 \leq \Delta\dot{q} \leq p_2, \\ 0, & p_2 < \Delta\dot{q}, \end{cases} \quad (2.414)$$

$$p_1 = \text{const} > 0, \quad p_2 = \text{const} > 0, \quad m_2(\Delta\dot{q}) = 1 - m_1(\Delta\dot{q}).$$

Оценка эффективности (2.412) проводилась на основе математического моделирования. Синтезированный интеллектуальный закон управления

сравнивался с учитывающим ограничения уровня и скорости изменения сигнала управления ПИД-регулятором. Соответствующий фазовый портрет изображен на рисунке 2.48, где сплошными линиями изображены фазовые траектории интеллектуального закона управления для различных начальных условий, пунктирной линией нарисованы фазовые траектории учитывающего ограничения уровня и скорости изменения сигнала управления ПИД-регулятора для различных начальных условий, символами «×» обозначены координаты $(\Delta\dot{q}(t_0), \Delta q(t_0))$ четырех наборов начальных данных, символом «°» обозначено терминальное состояние.

Результаты расчетов показали, что синтезированный закон управления (2.412) в сравнении с учитывающим ограничения уровня и скорости изменения сигнала управления ПИД-регулятором обеспечивает относительный выигрыш по квадратичному критерию (2.259) (при $n=1$) и показателю (2.401). Так, в первом квадранте выигрыш соответственно 46,6% и 46,4%, во втором квадранте 2,9% и 3,6%, в третьем квадранте 0,6% и 2,9%, в четвертом квадранте 49,3% и 49,2%. Для повышения эффективности синтезированного интеллектуального управления во втором и третьем квадрантах фазовой плоскости необходимо увеличивать число лингвистических переменных, что приведет к усложнению расчета параметра $\varepsilon_j(\Delta\dot{q})$.

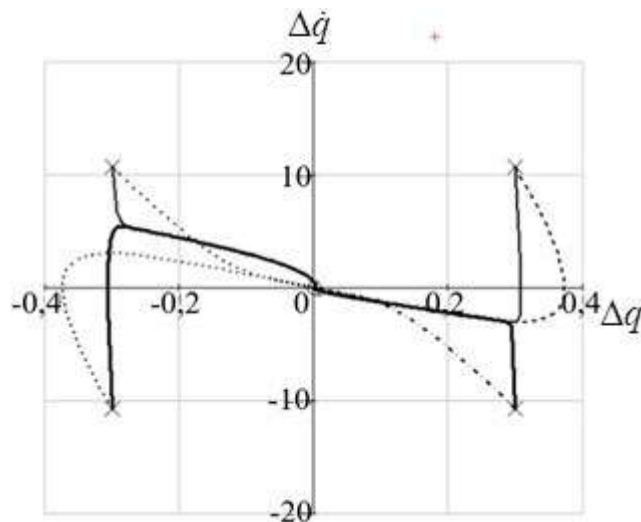


Рисунок 2.48 – Фазовый портрет

2.12 СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ, НА КОТОРЫЕ ПОЛУЧЕНЫ ПАТЕНТЫ

На основе описанных выше результатов предложены технические решения [177, 179, 181, 183, 185, 190], которые относятся к сложным техническим системам (устройствам) с обратной связью, применяемым в системах управления. С позиций системного анализа они представляют собой иерархическую, многоуровневую структуру, где каждый уровень выполняет специфические функции, а их взаимодействие обеспечивает достижение глобальной цели – управление динамическим объектом, динамика протекающих процессов которого удовлетворяет уравнениям Лагранжа второго рода. Их обобщенная структура в совокупности с обратными связями и объектом управления имеет вид, представленный на рисунке 2.49.

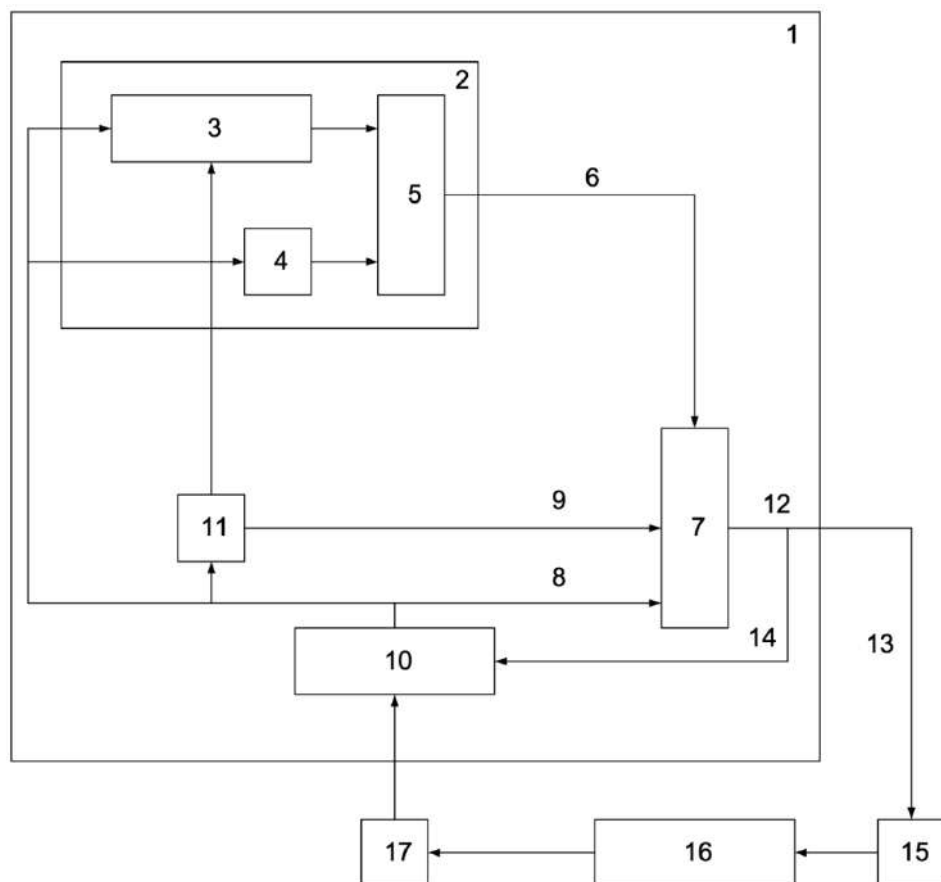


Рисунок 2.49 – Обобщенная структура предложенных устройств управления

На рисунке 2.49 обозначено: система управления 1, содержащая подсистему формирования синтезирующей функции 2, включающую подсистемы формирования числителя 3, знаменателя 4 и формирования информационного сигнала 5, выходной информационный сигнал 6 которой поступает в подсистему формирования сигнала управления 7, куда еще поступают информационные сигналы 8, 9, соответственно, с подсистемы свободных движений динамического объекта 10 и подсистемы формирования функции, зависящей от способа задания целевого функционала 11; выходной сигнал управления 12 системы формирования сигнала управления 7 по каналу обратной связи 13 поступает на вход исполнительного устройства регулирования 15, которое воздействует на объект регулирования 16, входные данные о состоянии которого поступают из измерительной системы 17 на второй вход подсистемы свободных движений динамического объекта 10, которая является входом системы управления 1, при этом выходной сигнал управления 12 системы формирования сигнала управления 7 по каналу обратной связи 14 поступает на вход подсистемы свободных движений динамического объекта 10, выходной сигнал которой содержит информацию о переменных состояния системы и поступает на вход подсистем формирования числителя 3, знаменателя 4, которые в свою очередь соединены с подсистемой формирования информационного сигнала 5, на вход подсистемы формирования функции, зависящей от способа задания целевого функционала 11.

Ключевые особенности представленного на рисунке 2.49 обобщенного технического решения (устройства) с точки зрения системного анализа состоят в:

а) адаптивности к наблюдаемой динамике, которая реализуется за счёт корректировки модели;

б) многокритериальности, поскольку такие технические решения одновременно учитывают динамику объекта и целевую функцию («универсальности» по В.И. Матюхину);

в) реализации принципа гибкости системного анализа за счет синтезирующей функции.

2.13 ВЫВОДЫ

2.13.1 Любая интеллектуальная система должна иметь в своем составе следующие основные блоки: база правил, база данных, механизмы самообучения и накопления новых знаний о мире. База правил может строиться по результатам исследований оптимизационных задач, адекватных рассматриваемым ПрС/С.

2.13.2 Решение поставленной проблемы (1.11), (1.18) – (1.20), (1.24) – (1.26) в части интеллектуального управления в рамках разработки теоретических основ, методов и алгоритмов интеллектуализации решения прикладных задач управления транспортными системами, процессами и транспортными средствами может быть сведено к проблеме построения обратных связей для формирования базы правил при ограничениях, следующих из вариационных принципов.

2.13.3 Предложены постановки задач синтеза для динамических систем, динамика протекающих процессов в которых удовлетворяет принципу Даламбера-Лагранжа, математическим моделям в форме уравнений Аппеля или Лагранжа второго рода.

2.13.4 Решение оптимизационных задач лагранжевых систем с использованием интеграла действия как ограничения приводит к изопериметрической задаче отыскания условий минимума расширенного функционала: (1.26), (2.148), (2.102).

2.13.5 Получено условие для асинхронной вариации (2.96) для динамических систем, удовлетворяющих принципу Даламбера-Лагранжа, определяющее краевые задачи синтеза управлений для динамических систем, удовлетворяющих принципам Гаусса – (2.199) и Гамильтона-Остроградского – (2.167) – (2.170).

2.13.6 Разрешение полученной двухточечной краевой задачи лагранжевых систем возможно не единственным способом, что порождает множество решений, для отдельных из них удастся установить связь с известными результатами теории оптимального управления и аналитической механики ((2.215); (2.304); (2.311)). При этом решение оптимизационных задач лагранжевых систем с «использованием

интеграла действия как ограничения приводит к изопериметрической задаче отыскания условий минимума расширенного интеграла действия. Результат анализа асинхронной (полной) вариации соответствующего функционала» (2.154) [57] аналогично использованию метода Охоцимского-Понтрягина и формализма Дубовицкого-Милютина – краевые задачи, отличающиеся терминальными условиями. Разрешение двухточечной краевой задачи возможно «не единственным способом, что порождает множество решений».

2.13.7 Применение стесняющего двухточечную краевую задачу лагранжевых систем условия максимума функции обобщенной мощности (2.173) для синтеза законов управления дает возможность искать приближенное решение оптимизационной задачи без необходимости решения краевой задачи большой размерности. Как показано, это позволяет получить квазиоптимальные обратные связи, которые отличаются универсальностью (по Матюхину В.И. [353]) и простотой (например, (2.307)).

2.13.8 Предложены методы построения поверхности переключения как синтезирующей функции на основе фазовых траекторий и гипотезы о стационарности Гамильтониана для решения задач управления.

2.13.9 Метод фазовых траекторий обеспечивает построение поверхности переключения с учетом следующего из краевой задачи условия энергетического баланса на концах траектории, что отличает его от ранее известных.

2.13.10 Метод структурного синтеза квазиоптимальных систем на основе гипотезы о стационарности Гамильтониана на гиперповерхности переключения отличается от известных за счет использования в фазовом пространстве гиперповерхности переключения управления, форма которой следует из условия постоянства обобщенного кинетического потенциала в данный момент времени.

2.13.11 Предложены методы синтеза управлений лагранжевыми и аппелевыми системами с использованием энергии ускорений и интеграла действия.

2.13.12 Метод синтеза параметрических управлений транспортных средств отличается от известных способом построения обратных связей из-за использования в его основе условия максимума функции обобщенной мощности.

2.13.13 Метод синтеза терминальных управлений с использованием энергии ускорений Апделя базируется на процедуре декомпозиции Черноусько Ф.Л. и отличается от известных способом построения обратных связей за счет учета ограничений на динамику протекающих процессов, которые вытекают из принципа Гаусса.

2.13.14 Метод квазиоптимального синтеза многорежимных систем синхронизации в условиях регулярных возмущений отличается от известных способом построения обратных связей за счет использования инвариантов двухточечной краевой задачи лагранжевых систем и стесняющих ее условий. В его основе процедура построения системы продукционных правил (вида «если выполняется условие, то делай»).

2.13.15 Если неопределенность относительно областей фазового пространства каждой из рассматриваемых ПрС/С отсутствует, то задача синтеза интеллектуальных управлений может быть сформулирована как задача оптимального комбинированного управления [106].

2.13.16 Синтезировано множество квазиоптимальных управлений на основе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче, которое обеспечивает построение базы правил интеллектуальной системы. В результате синтезированы нечеткие законы управления. Математическое моделирование подтвердило их конструктивность по совокупности показателей эффективности, которые введены в главе 1.

При этом, например, оценка эффективности синтезированного управления квадрокоптера (2.308) в программном комплексе «GAZEBO» позволяет утверждать о целесообразности применения полученных решений при групповом применении ЛА, поскольку в таком случае время выполнения полетного задания снижается в сравнении с ПИД-законом регулирования. Соответствующее требование отмечается во введении. Прикладная значимость полученного научного результата подтверждается актом внедрения (приложение А).

2.13.17 Разработанные методы синтеза управлений характеризуются следующими общими положительными качествами: они обеспечивают

сравнительно небольшой объем вычислительных затрат, возможность их применения к задачам широкого класса для электромеханических динамических систем (описываемых уравнениями Лагранжа второго рода), возможность синтезировать управления по текущим значениям фазовых координат траектории. Это, например, определяет прикладную значимость полученных научных результатов, которая подтверждается мнением авторов публикации [211] из швейцарского журнала «*Frontiers in Neuroscience*» (*Q2*) о том, что «сочетание растущих объемов внедрения в автомобилях современных и энергозатратных интеллектуальных алгоритмов ... создаёт серьёзные проблемы при эксплуатации автоматизированных транспортных средств». Соответственно, для ЛА это проявляется еще более ярко (см., например, подраздел 1.3.1).

2.13.18 Построение базы правил для нечеткой *TS*-модели системы типа *MISO* при условии, что динамика протекающих процессов удовлетворяет принципу Гамильтона-Остроградского или Гаусса, требует разработки методов построения синтезирующей функции как этапа решения оптимизационной задачи – структурного синтеза, – которая адекватна рассматриваемой ПрС/С. В отдельных случаях удастся установить связь полученных решений с известными результатами теории оптимального управления и аналитической механики [53].

2.13.19 Синтезированные законы управления обеспечивают построение базы правил нечетких алгоритмов управления. Их эффективность во многом обусловлена тем, что процедура применения близка к мыслительным процедурам построения ситуационных концепций, применяемых выполняющим функции управления оператором.

2.13.20 Сформулированная во введении и поставленная в 1 главе научная проблема решена в части разработки методов синтеза ИТИУРЭС на множестве решений оптимизационных задач управления лагранжевых систем.

2.13.21 Синтезированные алгоритмы управления представлены в форме математической нотации, что отражено последовательностью соответствующих математических соотношений.

2.13.22 В соответствии с принципом связности системного анализа полученные результаты могут быть положены в основу решения задач оценки в части построения динамических математических моделей наблюдаемых процессов, а на их основе алгоритмов динамической и «грубой» оценки, а также измерительных процедур и фильтров. Это также обеспечит реализацию принципа вариативности системного подхода.

2.13.23 Системный анализ указывает на следующие перспективные направления дальнейших исследований: распространение методов на системы с высокой степенью неопределённости, интеграция с технологиями машинного обучения для автоматизации построения базы правил, масштабирование решений на групповые системы (например, рои БПЛА), учет дополнительных ограничений (энергетических, временных, ресурсных) в задачах синтеза.

2.13.24 С точки зрения системного анализа исследование направлено на создание целостной методологии, включающей формализацию задач синтеза законов управлений и разработку методов, обеспечивающих комплексное решение задачи интеллектуализации транспортных систем – от теоретической формализации до практической реализации. В частности, проведена верификация на модели перевернутого маятника, которая в системном анализе выступает как «эталонная модель» и является «базой для моделирования сложных реальных систем» таких как балансирующие роботы (*Segway*, двуногие роботы), системы управления спутников, краны и подъемники, системы управления ракет и БПЛА [350 – 352]. Проведена верификация полученных результатов с использованием разработанного программно-алгоритмического обеспечения на базе операционной системы реального времени «*iNav*» экспериментального образца полетного контроллера «Заря» на реальном БПЛА (см. приложение А). Полученные результаты имеют междисциплинарный характер, объединяя теорию оптимального управления, аналитическую механику, методы искусственного интеллекта.

3 СИНТЕЗ И ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ТРАНСПОРТНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ РЕДУКЦИИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ К ЗАДАЧАМ УПРАВЛЕНИЯ ЛАГРАНЖЕВЫМИ СИСТЕМАМИ

В третьей главе рассмотрена задача синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов ИТИУРЭС как стохастической задачи оценки. Осуществлена ее редукция к детерминированным задачам типа оптимального управления лагранжевыми динамическими системами, регуляризация задачи оценки и ее декомпозиция на задачи обоснованного выбора структур математических моделей наблюдаемых процессов, оценки и адаптации синтезированных алгоритмов оценки.

Построены динамические математические модели, в том числе одна *TS* типа *MISO*, которая по классификации некоторых авторов может быть отнесена к *2D* математическим моделям. Показано, что при ограничениях на объем вычислительных затрат они могут стать конструктивной основой синтеза алгоритмов «грубой оценки». Это демонстрируется на основе математического моделирования задач оценки параметров измерительных процессов на примерах обработки радиолокационной информации и результатов измерений датчиков полетных контроллеров. Приведение построенных динамических моделей к традиционной форме позволяет использовать инвариантное погружение, результат которого – фильтры.

Адаптация полученных решений оптимизационных задач к неопределенностям на основе теории регуляризации и нечеткой логики приводит к интеллектуальным алгоритмам и фильтрам.

3.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ КАК СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ

Одна из общих задач интеллектуальных измерительных систем, входящих в состав ИТИУРЭС, а также интеллектуальных датчиков – автоматическая коррекция погрешности как результата воздействия внешних факторов (ГОСТ Р 8.673–2009 [18]). Качество ее решения определяет эффективность функционирования современных информационно-управляющих систем в целом, условия функционирования которых характеризуются высокой степенью неопределенности, в частности, относительно динамики наблюдаемых процессов. В результате возникает задача интеллектуализации измерительной системы на основе разработки адаптивных алгоритмов оценки параметров измерительных процессов [378], которые традиционно представляются стохастическими математическими моделями.

Одна из форм описания стохастических процессов – уравнение Ито:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)dt + \mathbf{G}(\mathbf{x}, t)d\boldsymbol{\omega}(t), \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (3.1)$$

где $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^r$ – случайный вектор состояния; $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^r$ – задаваемое начальное значение случайного вектора состояния; $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ – r -мерная непрерывная вектор-функция соответствующих векторных аргументов и времени t на промежутке $[t_0, t_1] \subset \mathbb{R}$; t_0 – момент времени начала наблюдений; t_1 – момент времени окончания наблюдений; $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^k$ – неизвестный детерминированный вектор возмущений, определяющий нестационарность протекающих процессов; $\mathbf{G}(\mathbf{x}, t)$ – матричная функция размера $r \times l$; $\boldsymbol{\omega}(t)$ – l -мерный винеровский процесс с известными локальными характеристиками

$$M[d\boldsymbol{\omega}(t)] = \mathbf{0}, M[d\boldsymbol{\omega}(t)d\boldsymbol{\omega}^T(t - \tau^*)] = \mathbf{R}_w(t)\min(t, \tau^*); \quad (3.2)$$

$\mathbf{R}_w(t)$ – неотрицательно-определенная ковариационная матрица размера $l \times l$; $\tau^* \in \mathbb{R}$, временной сдвиг $t - \tau^*$ рассматривается на промежутке $[t_0, t_1] \subset \mathbb{R}$; $r \in \mathbb{N}_0$, $k \in \mathbb{N}_0$, $l \in \mathbb{N}_0$; $\mathbb{N}_0$ – символ, который здесь и далее обозначает множество целых неотрицательных чисел; $p(\mathbf{x}(t_0))$ – плотность вероятности, которая известна и является нормальной с математическим ожиданием $\bar{\mathbf{x}}(t_0)$ и ковариационной матрицей Ψ_{x_0} размерностью $r \times r$; $\mathbb{R}$ – символ, который здесь и далее обозначает гильбертово пространство соответствующей размерности [379]. Вся информация о состоянии заложена в вектор-функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$, структура которой нередко подлежит уточнению или нахождению вследствие действия неизвестных детерминированных возмущений. Из (3.1) из определения винеровского процесса [325] следует широко распространенное представление динамики в задачах оценки в форме стохастического дифференциального векторного уравнения первого порядка

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, t) \mathbf{w}(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (3.3)$$

где $\mathbf{x}_0$ – вектор, который выбран так, что вектор-функция нормального белого шума состояния $\mathbf{w}(t)$ для $t \in (t_0, t_1]$ имеет следующие локальные характеристики

$$\mathbf{M}[\mathbf{w}(t)] = \mathbf{0}, \quad \mathbf{M}[\mathbf{w}(t) \mathbf{w}^T(t - \tau^*)] = \frac{1}{2} \mathbf{R}_w \delta(t - \tau^*), \quad (3.4)$$

$\delta(\cdot)$ – векторная дельта-функция; точкой обозначена соответствующая производная первого порядка по времени.

Уравнение наблюдения имеет вид

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) + \xi(t), \quad (3.5)$$

где $\mathbf{y}(\mathbf{x}, t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор-функция наблюдений; $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) \in \mathbb{R}^n$ – непрерывная вместе с частными производными вектор-функция; $\xi(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор белого гауссовского шума с известными локальными характеристиками

$$\mathbf{M}[\xi(t)] = \mathbf{0}, \quad \mathbf{M}[\xi(t) \xi^T(t - \tau^*)] = \frac{1}{2} \mathbf{R}_\xi \delta(\tau^*); \quad (3.6)$$

$\mathbf{0}$ – нулевой вектор размерности n ; $\mathbf{R}_\xi$ – положительно-определенная матрица односторонней спектральной плотности шума наблюдения размерностью $n \times n$; $n \in \mathbb{N}_0$.

Случайные процессы $\mathbf{w}(t)$ и $\xi(t)$ статистически независимые.

Задача синтеза алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов информационно-управляющих систем ставится как задача нахождения решения несингулярной оценки $\hat{\mathbf{x}}$ неизвестного стохастического вектора состояния $\mathbf{x}$ для заданной вектор-функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ из условия максимума функции правдоподобия

$$\mathbf{p}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \mathbf{C}_0 \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{h}(\mathbf{x}, t))^T \mathbf{R}_\xi^{-1}(\mathbf{y}(t) - \mathbf{h}(\mathbf{x}, t))\right) \rightarrow \max_{\mathbf{x}}, \quad (3.7)$$

где $\mathbf{p}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ – условная плотность вероятности множества наблюдений при фиксированном векторе состояния $\mathbf{x}$; $\mathbf{C}_0$ – нормирующая константа.

Для разрешения поставленной задачи посредством использования известных методов статистического синтеза, прежде всего, необходимо определить структуру вектор-функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$, т.е. построить математическую модель протекающих процессов, учитывая при этом, что современные технические приложения не ограничиваются задачами оценки состояния линейных марковских стохастических систем. Потому исследования академика В. С. Пугачева, «продемонстрировавшие богатую перспективу идеи фиксировать нелинейную структуру фильтра, оптимизируя ее по небольшому набору простых параметров» [380], послужили толчком к появлению и развитию теории условно-оптимальной фильтрации. Способы выбора структур таких субоптимальных фильтров впервые обоснованы в работах профессора А. Р. Панкова. В таком случае одна из основных сложностей порождается неоднозначностью выбора структуры субоптимального фильтра «исходя из специфических свойств конкретной системы наблюдения или из рекомендаций общего характера» [380]. Это приводит к множеству вариантов уравнений оценки, для каждого из которых требуется решать задачу определения оптимальных значений коэффициентов базовой прогнозирующей функции. Если в

рамках этого подхода ограничиться прогнозирующей функцией линейного фильтра Пугачева, то в условиях поставленной задачи (3.3), (3.5), (3.7) при гауссовских шумах состояния и наблюдения уравнения условно-оптимального фильтра совпадут с уравнениями фильтра Калмана [381].

В основу структуры калмановских фильтров традиционно ложатся стохастические математические модели протекающих процессов [381, 382]. По сложившейся практике для перехода из непрерывного в дискретное время применяют аппарат формирующих фильтров, что также позволяет получить уравнения прогнозных оценок, которые используются, в том числе, для адаптации фильтров к нестационарным возмущениям. Поэтому в исследовании задача обоснованного выбора структуры вектор-функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ рассматривается как ключевой этап синтеза интеллектуального алгоритма оценки [383]. Для ее адаптации к динамике протекающих процессов предполагается, что состояние каждого объекта задается множеством изменяющихся настраиваемых параметров (настроек): $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}(\mathbf{z}))$, где $\mathbf{z}$ – вектор параметров; $\dim \mathbf{z} = m$. «Совокупность его значений называют стратегией настройки параметров, которая должна обеспечить задаваемую функционалом цель функционирования объекта. В теории статистического синтеза настройки чаще всего связываются с параметрами формирующего фильтра. Для их идентификации нередко расширяется пространство состояний и решается задача оценки» [83]. Однако на практике, например, в задаче цифровой обработки результатов радиолокационных измерений параметров движения маневрирующих ЛА, нет возможности накопить необходимую статистику. Выход из такой ситуации может базироваться на нечеткой логике. Однако этому с позиции системного анализа должна предшествовать процедура редукции.

3.2 РЕДУКЦИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ К ДЕТЕРМИНИРОВАННЫМ ЗАДАЧАМ ТИПА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Гибкость в выборе структуры вектор-функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ в отличие от известных из [380 – 382] результатов предлагается обеспечивать на основе решения задачи поиска экстремума неотрицательного функционала $J[\mathbf{x}]$, который характеризует ошибку оценивания. Поскольку $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{u}, t)$, т.е. состояние непрерывно зависит от неизвестных детерминированных возмущений, то

$$J[\mathbf{x}] = J[\mathbf{u}]. \quad (3.8)$$

Следовательно, для построения математической модели протекающих процессов необходимо решать некорректную задачу типа оптимального управления:

$$\tilde{\mathbf{u}}(t) = \arg \min_{\mathbf{u} \in U} J[\mathbf{u}], \quad (3.9)$$

где U – множество допустимых функций.

Класс функций U , в котором разыскивается доставляющий экстремум функционалу $J[\mathbf{x}] = J[\mathbf{u}]$ детерминированный вектор возмущений $\mathbf{u}$, определяется введением метрики гильбертова пространства. Ее выбор подчиним «специфическим свойствам» [379] удовлетворяющей лагранжеву формализму динамической системы. Для этого рассмотрим заданный на многообразии абсолютно непрерывных функций лагранжиан $L = T - \Pi$, который определяет вспомогательную математическую модель протекающих процессов через условие стационарности элементарного приращения интеграла действия

$$\delta' S[\mathbf{q}, U] = \delta' \int_{t_0}^{t_1} (L + A) dt = 0, \quad (3.10)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{x})$ – вектор состояния вспомогательной динамической системы (вектор обобщенных координат), $\dim \mathbf{q} = n$. Отсюда почти всюду на (t_0, t_1)

существуют конечные интегрируемые по Лебегу вторые производные состояния $\ddot{q}_k \in L[(t_0, t_1)]$ [384] и математическая модель лагранжевой системы в случае стационарных связей в развернутой форме представляется обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка [385]

$$\sum_{k=1}^n a_{ks}(\mathbf{q}) \ddot{q}_k = - \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n [k, m; s] \dot{q}_k \dot{q}_m + U_s + \tilde{Q}_s - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s}, \quad (3.11)$$

$$s = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, n}, \quad m = \overline{1, n}, \quad q_k(t_0) = q_k^0, \quad \dot{q}_k(t_0) = \dot{q}_k^0,$$

где $[k, m; s]$ – символы Кристоффеля первого рода; U_s – управляющие обобщенные силы; $\tilde{Q}_s$ – внешние обобщенные силы; $\frac{\partial \Pi}{\partial q_s}$ – обобщенные потенциальные силы; $q_k^0, \dot{q}_k^0$ – заданные начальные значения s -й обобщенной координаты и обобщенной скорости соответственно, лежащие в некоторой области Ξ в $2n$ -мерном фазовом пространстве; $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \Xi$; двумя точками обозначена соответствующая производная второго порядка по времени.

Отнесем к управляющим обобщенным силам обобщенные потенциальные силы и рассматриваемые как дополнительные обобщенные силы слагаемые

$$- \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n [k, m; s] q_k \dot{q}_m \quad [9].$$

Принято, что относительно входящих в (3.11) обобщенных сил и коэффициентов можно указать лишь области их изменения. Далее рассматривается класс уравнений Лагранжа второго рода, в котором управляющие обобщенные силы на конечном замкнутом интервале времени $[t_0, t_1] \subset \mathbb{R}$ принимают значения в ограниченной замкнутой выпуклой области суммируемых функций

$$\mathbf{U}(t) \in \bar{G}; \quad (3.12)$$

внешние обобщенные силы $\tilde{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ удовлетворяют условию [281]

$$\bar{D}_\varepsilon \subset \bar{G}, \quad \varepsilon = \text{const}, \quad \infty > \varepsilon > 0, \quad (3.13)$$

где $\bar{D}_\varepsilon$ – замкнутая ε -окрестность множества D , в котором могут принимать

значения вектор-функции $(-1)\tilde{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$, т.е. $(-1)\tilde{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \subset D$; для кинетической энергии справедливо

$$\psi_0 \sum_{s=1}^n \dot{q}_s^2 \leq T \leq \psi_1 \sum_{s=1}^n \dot{q}_s^2, \quad \psi_j = \text{const}, \quad \infty > \psi_j > 0, \quad j = \overline{0,1}; \quad (3.14)$$

неизвестные коэффициенты $a_{ks}(\mathbf{q})$ удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} \|\mathbf{A}_* \mathbf{q}\| &\geq \mu_* \|\mathbf{q}\|, \quad \|\mathbf{q}\| > 0, \quad \mu_* \in \mathbb{R}, \\ \|(\mathbf{A} - \mathbf{A}_*) \mathbf{q}\| &\leq \mu_* \|\mathbf{q}\|, \quad \mu_{**} \in \mathbb{R}, \quad 0 < \mu_{**} < \mu_*, \end{aligned} \quad (3.15)$$

где $\mathbf{A}_*$ – матрица постоянных коэффициентов с элементами $\bar{a}_{ks}(\mathbf{q})$.

Из выражения (3.13) следует, что «потребный ресурс управляющих воздействий должен обеспечивать возможность компенсации обобщенных сил» $\tilde{\mathbf{Q}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ [289]. В совокупности с (3.14) это означает, что рассматривается класс управляемых динамических систем, таким образом, управляющие обобщенные силы для любых двух заданных точек расширенного координатного пространства (1.26) переводят динамическую систему (3.11) из начального состояния $(\mathbf{q}(t_0), \dot{\mathbf{q}}(t_0))$ в конечное состояние $(\mathbf{q}(t_1), \dot{\mathbf{q}}(t_1))$.

Характер экстремума интеграла действия $S[\mathbf{q}, \mathbf{U}]$ таков, что когда истинный путь динамической системы (3.11) не проходит через кинетический фокус и поэтому выполняется условие Якоби, то на решениях уравнения Лагранжа второго рода достигается экстремум интеграла действия

$$S[\mathbf{q}, \mathbf{U}] \rightarrow \min_{\mathbf{q} \in AC^n[t_0, t_1]} \quad (3.16)$$

и существует единственное решение соответствующей экстремальной задачи с краевыми условиями (1.26) [56].

Выбирая достаточно малый промежуток времени $t_1 - t_0$, сужая тем самым область Ξ в соответствии с (3.15) и (3.16), можно обеспечить минимум интеграла действия, а также добиться, чтобы действительные значения матрицы коэффициентов инерции $a_{ks}(\mathbf{q})$ не отличались от коэффициентов $\bar{a}_{ks}(\mathbf{q})$ в пределах

заданной точности при достаточно малом числе μ_* [353].

В соответствии с [82] умножение (3.11) на $\mathbf{A}_* \mathbf{A}^{-1}$ и замены $\tilde{\mathbf{x}}_s = [\mathbf{A}\mathbf{q}]_s$ преобразуют нелинейную математическую модель к следующему виду

$$\ddot{\tilde{\mathbf{x}}}_s = \mathbf{U}_s + \tilde{\mathbf{Q}}_s = \mathbf{Q}_s, \quad \tilde{\mathbf{x}}_s(t_0) = [\mathbf{A}_* \mathbf{q}^0]_s, \quad \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_s(t_0) = [\mathbf{A}_* \dot{\mathbf{q}}^0]_s, \quad (3.17)$$

откуда, расширяя пространство состояний, получим вспомогательную математическую модель (3.11) в форме векторного дифференциального уравнения первого порядка

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad (3.18)$$

где $\mathbf{x} = [x_1, \dot{x}_1, \dots, x_n, \dot{x}_n]^T$, $\mathbf{u} = [0, U_1, \dots, 0, U_n]^T$. Таким образом, принимается [11], что процесс изменения состояния исследуемого объекта – следствие действия совокупности ограниченных неизвестных сил различной природы, является квазидетерминированным и удовлетворяет общему уравнению динамики, а в фазовом пространстве обобщенных координат и скоростей его можно представить как результат действия обобщенных сил $\mathbf{U}$ и $\tilde{\mathbf{Q}}$, который описывается математической моделью динамической системы в форме уравнения Лагранжа второго рода.

В силу изложенного класс функций $\mathbf{U}$, в котором разыскивается доставляющий экстремум функционалу $J[\mathbf{x}] = J[\mathbf{u}]$ детерминированный вектор возмущений $\mathbf{u}$, задан следующим образом:

$$\mathbf{u} \in \mathbf{U} \subseteq L_2^n[t_0, t_1], \quad \mathbf{U} = \bar{\mathbf{G}} \cap \bar{\mathbf{D}}_\varepsilon. \quad (3.19)$$

Полагая, что точность математической модели протекающих процессов можно повысить за счет учета влияния стохастических сил из (3.18) приходим к математической модели вида (1.21), которую в отличие от (3.3) для удобства запишем в следующей форме:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t), \quad (3.20)$$

где $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{G}(\mathbf{x}, t)\mathbf{w}(t)$. При этом необходимо отметить, что если матричная функция $\mathbf{G}$ не зависит от $\mathbf{x}$ или входной белый шум используется вместо шума с

малым интервалом корреляции, то методы обычного и стохастического исчисления приводят к практически одинаковым результатам [325].

Если $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{H}\mathbf{x}$, где $\mathbf{H}$ – матрица проекции пространства состояний на пространство наблюдений размерности $n \times r$, то уравнение наблюдения (3.5) принимает частный вид

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{x}} + \xi. \quad (3.21)$$

Решение задачи обоснованного выбора структуры вектор-функции $\mathbf{f}$ требует установления структуры вектора возмущений, которая ищется в классе функций интегрируемых со своим квадратом (3.19) и областью определения Ξ из условия минимума функционала [386]

$$J[\hat{\mathbf{u}}] = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \left(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{u}}, t) \right)^T \mathbf{R}_\xi^{-1} \left(\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{x}}(\hat{\mathbf{u}}, t) \right) dt. \quad (3.22)$$

3.3 РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ЛАГРАНЖЕВЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ НЕВЯЗКИ

Для задачи минимизации $J[\mathbf{u}]$ на выпуклом замкнутом и непустом по построению множестве U в качестве слабого стабилизатора $\Omega[\mathbf{u}]$ можно взять интеграл действия. В самом деле, лагранжиан L по условию такая достаточно гладкая, положительная, выпуклая по производным функция, что функционал $S[\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}] \geq 0$ при $\mathbf{u} \in U$ и достигает нижней грани на множестве $U_* = \{\mathbf{u} : \mathbf{u} \in U, S[\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}] = \inf S[\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}]\}$, $U_* \neq \emptyset$. Ограниченное замкнутое выпуклое множество $U_{**} = \{\mathbf{u} : \mathbf{u} \in U, S[\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}] \leq C\}$, $C \geq 0$, слабо компактно в метрике рефлексивного банахова пространства $L_2^n[t_0, t_1]$ [387].

В силу статистической природы протекающих процессов и принятых допущений соответствующая результирующей обобщенных сил траектория координатного пространства характеризуется ошибкой. В то же время при

регулярном статистическом эксперименте одно из приближений к нижней границе дисперсии ошибки оценки дает неравенство Рао-Крамера. Поэтому для регуляризации выбран метод невязки, в соответствии с которым рассматривается множество [387]

$$\bar{\Theta}_k = \left\{ \mathbf{u} : \mathbf{u} \in U \subseteq L_2^n[t_0, t_1], J[\mathbf{u}] \leq \inf_{\mathbf{u} \in U \subseteq L_2^n[t_0, t_1]} (J[\mathbf{u}] + \chi_k), k=1, 2, \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} \chi_k = 0 \right\} \quad (3.23)$$

и ищется точка $\mathbf{u}_k \in \bar{\Theta}_k$, удовлетворяющая условиям

$$\inf_{\mathbf{u}_k \in \bar{\Theta}_k} \Omega[\mathbf{u}] = \tilde{\Omega}_k \leq \Omega[\mathbf{u}] \leq \tilde{\Omega}_k + \theta_k, \lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k = 0. \quad (3.24)$$

Таким образом, имеем последовательность изопериметрических задач, поскольку минимизируется стабилизатор $\Omega[\mathbf{u}]$ на множестве точек, в которых функционал $J[\mathbf{u}]$ принимает достаточно малые значения e_k^2 , близкие к своей нижней грани $\inf_{\mathbf{u} \in \bar{\Theta}} J[\mathbf{u}]$.

Положим, что k фиксировано. Ставится задача найти среди всех соответствующих обобщенным силам $\mathbf{u}$ траекторий $\tilde{\mathbf{X}}$, удовлетворяющих условиям (3.13), на которых функционал (3.22) характеризуется взвешенным квадратом ошибки $e_k^2 = \inf_{\mathbf{u} \in \bar{\Theta}} J[\mathbf{u}] + \chi_k$, те, которые обеспечивают минимум сглаживающего функционала [387, 388]:

$$I[\hat{\mathbf{u}}] = \Omega[\hat{\mathbf{u}}] + \lambda J[\hat{\mathbf{u}}]. \quad (3.25)$$

Решение изопериметрической задачи (3.17) – (3.22), (3.16) позволяет установить структуру соответствующей математической модели с точностью, которая определяется выбором e_k^2 .

3.4 ДЕКОМПОЗИЦИЯ ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ЛАГРАНЖЕВЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ПОЭТАПНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Принимается, что структура вектор-функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ в модели (3.3) априори неизвестна или изменяется во времени из-за влияния внешних возмущений $\mathbf{u}$. Тогда задача синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов ИУС состоит в построении вектор-функции $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{u}}, t)$ с последующим нахождением соответствующего ей вектора оценок состояния $\hat{\mathbf{x}} \in R^{2n}$ из условия минимума функционала вида (3.7). Полученная таким образом оценка соответствует оценке критерия метода наименьших квадратов в случае гауссовского распределения вероятности.

Наряду с вероятностными ограничениями и требованиями к системе оценивания предъявляются детерминированные требования и ограничения, конкретизируемые в соответствии со спецификой решаемой задачи.

Декомпозиция задачи синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов ИУС (3.3), (3.5), (3.7) проводится на основе гипотезы о малости случайных воздействий: $\boldsymbol{\omega}(t) \equiv \mathbf{0}$ [10]. Тогда вместо (3.3) рассматривается математическая модель (3.18). При этом соответствующая вектор-функция уже не будет случайным процессом.

Гипотеза о малости возмущений не влияет на форму уравнения (3.5), которое представляется аддитивной сверткой наблюдаемых обобщенных координат и гауссовских шумов измерений.

Поскольку $\boldsymbol{\omega}(t) \equiv \mathbf{0}$, наблюдения зашумлены белым гауссовским шумом, то задача поиска оценок состояния из условия максимума апостериорной плотности вероятностей (3.7) эквивалентна поставленной в разделе 3.2 задаче, которая на основе редукции, как показано в разделе 3.3, приводится к изопериметрической задаче. Ее решение определяет структуру вектор-функции $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{u}}, t)$.

Задача следующего этапа синтеза измерительной процедуры состоит в

нахождении оценки $\hat{\mathbf{x}}(t)$ из условия минимума апостериорной плотности вероятности $p(\mathbf{x}|\mathbf{y})$, когда момент времени t увеличивается, $t \in [t_0, t_1]$.

Адаптация построенных таким образом алгоритмов оценки составляет суть третьего этапа синтеза. В частном случае интеллектуализация алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов ИУС может обеспечиваться решением оптимизационной задачи второго этапа, как, например, при использовании метода регуляризации А.Н. Тихонова. Полученное решение будет интеллектуально в смысле итеративной логики.

3.5 РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ: ОБОСНОВАННЫЙ ВЫБОР СТРУКТУР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НАБЛЮДАЕМЫХ ПРОЦЕССОВ

3.5.1 СИНТЕЗ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

3.5.1.1 Структура алгоритмов оценки «определяется математическими моделями протекающих процессов. Например, при сопровождении маневрирующего объекта традиционно ускорение цели представляется случайным процессом без учета инерционных свойств объекта наблюдений. Анализ реальных траекторных данных [389] показывает, что полиномиальные модели как основа синтеза систем сопровождения в этом случае имеют предел своих возможностей, поскольку используются в основном для плоского движения и могут быть неадекватными для более сложных движений цели [323]. Указанный факт обусловлен тем, что полиномиальное представление не отражает истинного закона движения цели, а лишь с определенной точностью, зависящей от выбора степени используемого полинома» [10], аппроксимирует этот закон на ограниченном участке наблюдения [390].

3.5.1.2 Рассмотрим пример. Пусть РЛС находится в начале декартовой системы координат $OXYZ$. Плоскость $O'X'Y'$ параллельна плоскости OXY , как представлено на рисунке 3.1. Прямая AC – траектория радиолокационной цели. Перпендикуляр к прямой линии $A'C'$ (пересечение плоскостей ACO , $O'X'Y'$) опишем следующим выражением:

$$L_n = h \cos(\alpha - \alpha_n) / \operatorname{tg} \beta, \quad (3.26)$$

где $h = |OO'|$ – расстояние между параллельными плоскостями OXY и $O'X'Y'$; L_n , α_n – длина и азимут перпендикуляра, проведённого из точки O' к прямой линии $A'C'$ соответственно; α , β – азимут и угол места точек прямой AC соответственно.

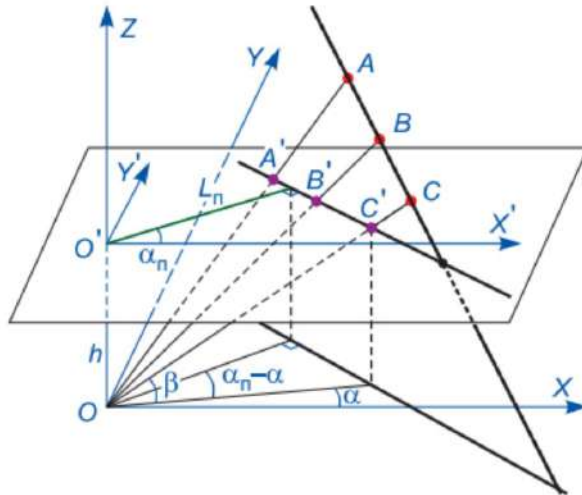


Рисунок 3.1 – Модель измерительного процесса угла места

Предположим, что в точке A сделано первое измерение азимута и угла места (α_1, β_1) , в точке B – второе измерение азимута и угла места (α_2, β_2) . Тогда после преобразований имеем следующую математическую модель измерительного процесса [33]:

$$a(\operatorname{tg} \Delta \beta)^3 + b(\operatorname{tg} \Delta \beta)^2 + c \operatorname{tg} \Delta \beta - d = 0, \quad (3.27)$$

где a, b, c, d – параметры, заданные через тригонометрические функции; $\Delta \beta$ – систематическая погрешность измерения угла места.

Использование (3.27) для обработки результатов измерений требует анализа

его решений. Так, например, реализация алгоритма компенсации систематических погрешностей радиолокационных измерений по дальности связана с уравнением третьей степени, имеющим три корня. Если дискриминант такого уравнения отрицательный, то уравнение имеет один действительный и два комплексно-сопряжённых корня. Действительный корень рассчитывается по формуле Кардано [391]. На основе математического моделирования рассчитана область значений, где дискриминант отрицателен – ниже сплошной линии на рисунке 3.2.

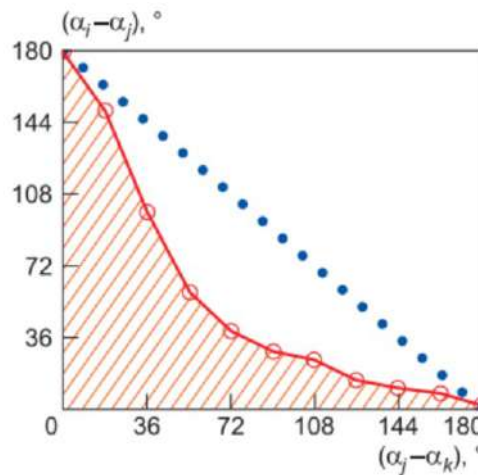


Рисунок 3.2 – Область значений с отрицательным дискриминантом

Если дискриминант равен нулю, то уравнение (3.27) имеет два различных действительных корня. В таком случае для определения корней можно предложить следующий способ.

После дифференцирования найдём корни квадратного уравнения

$$3a(\operatorname{tg}\Delta\beta)^2 + 2b\operatorname{tg}\Delta\beta + c = 0, \quad (3.28)$$

определим координаты точек минимума и максимума кубической параболы (3.27).

Если значение трёхчлена в одной из этих точек равно нулю, то уравнение имеет два действительных корня, т. е. дискриминант равен нулю. Если оба значения трёхчлена в точках экстремума одного знака, то дискриминант отрицателен.

При положительном дискриминанте значения трёхчлена в точках минимума

$$\begin{cases} a_1 (\operatorname{tg}\Delta\beta)^3 + b_1 (\operatorname{tg}\Delta\beta)^2 + c_1 \operatorname{tg}\Delta\beta - d_1 = 0, \\ a_2 (\operatorname{tg}\Delta\beta)^3 + b_2 (\operatorname{tg}\Delta\beta)^2 + c_2 \operatorname{tg}\Delta\beta - d_2 = 0, \\ \dots\dots\dots \\ a_n (\operatorname{tg}\Delta\beta)^3 + b_n (\operatorname{tg}\Delta\beta)^2 + c_n \operatorname{tg}\Delta\beta - d_n = 0. \end{cases} \quad (3.29)$$

Таким образом, непосредственное применение подобных кинематических математических моделей для синтеза фильтров, например, инвариантным погружением, не представляется возможным. Альтернатива в этом случае состоит в применении динамических математических моделей.

3.5.1.3 Построенная математическая модель (3.27) адекватна при прямолинейном движении цели [33]. В противном случае возникают динамические ошибки, существенно возрастающие в случае сложных маневров цели. Более того,

рост маневренных возможностей современных целей, по мнению разработчиков систем сопровождения, требует увеличения степени полиномиальных моделей. Это в свою очередь приводит к усложнению разрабатываемых систем сопровождения и, с учетом необходимости выбора совокупности гипотез о типах маневра и адаптации на их основе алгоритмов сопровождения с использованием сложной логики работы, не позволяет довести этот подход до практической реализации. В такой ситуации более предпочтительными оказываются динамические модели, которые могут быть построены на основе условия максимума функции обобщенной мощности.

3.5.1.4 Принцип взаимности утверждает [392], что семейство экстремалей задачи синтеза структуры возмущения из условия минимума стабилизатора $\Omega[\mathbf{u}]$ при фиксированном значении (3.22) одно и то же с изопериметрической задачей отыскания экстремума интеграла $J[\mathbf{u}]$ при условии сохранения своего значения функционалом $\Omega[\mathbf{u}]$, которое отлично от его минимума. Поэтому из предыдущей главы 2 следуют следующие n математических моделей [103]

$$\ddot{\hat{x}}_s = \lambda^{-1} \left[\mu_s \left(\hat{\mathbf{x}}, \dot{\hat{\mathbf{x}}} \right) \dot{\hat{x}}_s - R_{\xi ss}^{-1} \left(y_s - \hat{x}_s \right) \right], s = \overline{1, n}. \quad (3.30)$$

По существу полученное выражение реализует метод декомпозиции по целевому функционалу [98]. В таком случае движение должно быть задано, а по этому движению структура динамической математической модели определяется решением обратной задачи динамики.

3.5.2 ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ЗАДАЧ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ МАНЕВРИРУЮЩИХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

3.5.2.1 Пусть наблюдения при измерении наклонной дальности R_d , угла дрейфа Θ , угла подъема φ определяются следующим образом:

$$R_d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \xi_1 = \tilde{x}_1 + \xi_1, \cos \Theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \xi_2 = \tilde{x}_2 + \xi_2, \\ \cos \phi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \xi_3 = \tilde{x}_3 + \xi_3, \quad (3.31)$$

где x, y, z – декартовы координаты.

В соответствии с (3.21) $\mathbf{y} = [R_d, \Theta, \phi]^T$.

Уравнения движения целесообразно получить в криволинейных координатах. В этом случае исключаются дополнительные нелинейные преобразования шумов ξ_s , $s = \overline{1, 3}$, входящих в (3.31).

Кинетическая энергия цели единичной массы в обобщенных координатах в случае голономных связей представляется квадратичной формой обобщенных скоростей

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^3 g_{sk} \dot{\tilde{x}}_s \dot{\tilde{x}}_k, \quad (3.32)$$

где g_{sk} – ковариантные компоненты фундаментального тензора $\hat{g}$ [334].

Подставив (3.32) в интеграл действия получим

$$R = \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^3 g_{sk} \dot{\tilde{x}}_s \dot{\tilde{x}}_k + A \right) dt, \quad (3.33)$$

где $\delta' A = \sum_{s=1}^3 Q'_s \delta \tilde{x}_s$ – элементарная работа неизвестных внешних сил Q'_s .

Поэтому уравнения Лагранжа второго рода (3.11) принимают вид

$$\sum_{m=1}^3 \left[g_{mk} \left(\ddot{\tilde{x}}_m + \sum_{s,k=1}^3 \Gamma_{sk}^m \dot{\tilde{x}}_s \dot{\tilde{x}}_k \right) \right] = Q'_k, \quad m = \overline{1, 3}. \quad (3.34)$$

Для упрощения математических выражений произведем эквивалентное преобразование интеграла действия. Разрешим уравнения Лагранжа второго рода (3.34) относительно старших производных, а центробежные силы инерции вида $\Gamma_{sk}^m \dot{\tilde{x}}_s \dot{\tilde{x}}_k$ отнесем к искомым силам, получим

$$\ddot{\tilde{x}}_m = \sum_{k=1}^3 g^{mk} Q'_k - \sum_{s,k=1}^3 \Gamma_{sk}^m \dot{\tilde{x}}_s \dot{\tilde{x}}_k = Q_m, \quad (3.35)$$

где g^{mk} – контравариантные компоненты метрического тензора $\hat{g}$; Q_m – искомые силы. Поэтому интеграл действия представим в виде

$$R = \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{1}{2} \sum_{m=1}^3 \dot{\tilde{x}}_m^2 + A \right) dt, \quad (3.36)$$

где $\delta' A = \sum_{s=1}^3 U \delta \tilde{x}_s$ – элементарная работа искомых сил.

В соответствии с (3.22) качество оценивания определяется функционалом

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \left[R_{\xi 11}^{-1} (R_d - \hat{\tilde{x}}_1) + R_{\xi 22}^{-1} (\cos \Theta - \hat{\tilde{x}}_2) + R_{\xi 33}^{-1} (\cos \phi - \hat{\tilde{x}}_3)^2 \right] dt. \quad (3.37)$$

Неизвестную правую часть (3.35) определим исходя из (3.30) на основе метода фазовых траектории в соответствии с (2.217), учитывая, что $p_s = \frac{\partial T}{\partial \hat{\tilde{x}}_s}$ и

$T = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^3 \dot{\tilde{x}}_s^2$. В силу (2.221) модификация метода фазовых траекторий приводит к

следующему выражению для синтезирующей функции

$$\mu_s = -\lambda \left| \frac{d\dot{\tilde{x}}_s}{d\hat{\tilde{x}}_s} \right| = -\lambda \left| \frac{\dot{\tilde{x}}_s}{L_s \hat{\tilde{x}}_s} \right|, \quad L_s = \frac{b_s}{a_s}, \quad (3.38)$$

и уравнения динамической математической модели принимают окончательный вид [9]

$$\ddot{\tilde{x}}_s = \lambda^{-1} |U_s| \text{sign} \left| -\lambda \frac{\left| \dot{\tilde{x}}_s \right| \dot{\tilde{x}}_s}{\left| L_s \hat{\tilde{x}}_s \right|} - R_{\xi ss}^{-1} (y_s - \hat{\tilde{x}}_s) \right|, \quad (3.39)$$

где искомые обобщенные силы выбираются из класса кусочно-постоянных функций [329].

Структура уравнений (3.39) не зависит от выбора системы координат.

3.5.2.2 Полученные выше математические модели построены при использовании обратной связи в виде решения обратной задачи динамики и построении поверхности изменения знака обобщенной силы или, как ее часто называют, гиперповерхности переключения в фазовом пространстве, которая определяется функцией, названной синтезирующей [64]. При этом для оцениваемой координаты линия переключения получена на основе традиционных в теории управления подходов [329, 359], которые требуют построения кривой, ведущей в устойчивый фокус фазового пространства. Это обеспечивает устойчивость оценки параметров движения и гарантирует сходимость алгоритмов сопровождения в пределах требуемой точности. Представленная выше динамическая математическая модель [64] обеспечивает устойчивость и удовлетворительную точность, но характеризуется относительно низкой степенью адаптации к оцениваемой траектории.

Одним из резервов дальнейшего повышения эффективности алгоритмов оценки при решении задач сопровождения ЛА может служить адаптация алгоритма к текущей траектории в рамках разрабатываемого подхода при помощи метода построения синтезирующей функции, основанного на использовании гипотезы о выполнении условий стационарности Гамильтониана на гиперповерхности переключения и траектории истинного движения [56].

Применим гипотезу о стационарности функции Гамильтона на гиперповерхности переключения

$$H = \lambda(T + A) + F = \text{const} \quad (3.40)$$

для построения математической модели вида (3.30). Поскольку на поверхности переключения работа не выполняется: $A = 0$, то условия, которые определяют линию переключения и вид синтезирующей функции в соответствии с вытекающим из (3.36) уравнением Лагранжа второго рода, принимают вид

$$Q_0 = \lambda^{-1} \left[\mu_s \dot{\hat{x}}_s + \frac{\partial F}{\partial \hat{x}_s} \right] = 0, \quad H_0 = \lambda T + F = \text{const}. \quad (3.41)$$

Внешние обобщенные силы – функции обобщенных координат q_s и импульсов p_s .

По теореме Якоби – Пуассона для сопряженных Q_0 и H_0 необходимо выполнить условие

$$[Q_0, H_0] = \frac{\partial H_0}{\partial \tilde{x}_s} \frac{\partial Q_0}{\partial p_s} - \frac{\partial H_0}{\partial p_s} \frac{\partial Q_0}{\partial \tilde{x}_s} = 0. \quad (3.42)$$

Тогда с учетом (2.17) выражение (3.42) принимает вид

$$\mu_s \frac{\partial F}{\partial \hat{\tilde{x}}_s} - \lambda \hat{\tilde{x}}_s \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{\tilde{x}}_s^2} = 0. \quad (3.43)$$

Принимая во внимание целевой функционал и знак синтезирующей функции [64], получаем

$$\lambda \left| \hat{\tilde{x}}_s \right| \dot{\hat{\tilde{x}}}_s = \left(y_s - \hat{\tilde{x}}_s \right) R_{\xi_{ss}}^{-1} \left| y_s - \hat{\tilde{x}}_s \right|, \quad (3.44)$$

откуда

$$\dot{\hat{\tilde{x}}}_s = \sqrt{\lambda^{-1} R_{\xi_{ss}}^{-1}} \left[y_s - \hat{\tilde{x}}_s \right] \quad (3.45)$$

или

$$\sqrt{\lambda R_{\xi_{ss}}} \dot{\hat{\tilde{x}}}_s + \hat{\tilde{x}}_s - y_s = 0. \quad (3.46)$$

Таким образом, на линии переключения величина скорости ограничена кинематическими неголономными связями. Согласно принципу освобождаемости, при искажении таких связей появляется необходимость введения сил реакции связей [56]

$$R_s = l_s \varepsilon_s, \quad (3.47)$$

где $l_s = \sqrt{\lambda R_{\xi_{ss}}}$; ε_s – множители Лагранжа или множители неголономных связей.

Элементарная работа сил реакции связей на виртуальных перемещениях равна

$$\delta' E = \sum_{s=1}^n R_s \delta \hat{\tilde{x}}_s. \quad (3.48)$$

Виртуальные перемещения на линии переключения совпадают с истинными [56], поэтому $\delta' E = dE$ и учет этих сил осуществляется путем включения их в интеграл действия. Тогда расширенный функционал принимает вид

$$J' = \int_{t_0}^{t_1} [F + E + \lambda [T + A]] dt = \int_{t_0}^{t_1} H'(\hat{\tilde{\mathbf{x}}}, \mathbf{p}) dt, \quad (3.49)$$

откуда условия стационарности Гамильтониана изменяются:

$$H'_0 = \lambda[T + A] + F + E = \text{const.} \quad (3.50)$$

Соответственно,

$$\frac{\partial H'_0}{\partial \hat{\tilde{x}}_s} = \frac{\partial F}{\partial \hat{\tilde{x}}_s} + l_s \varepsilon_s, \quad \frac{\partial H'_0}{\partial p_s} = \lambda \dot{\tilde{x}}_s. \quad (3.51)$$

Тогда

$$\mu_s \left[\frac{\partial F}{\partial \hat{\tilde{x}}_s} + l_s \varepsilon_s \right] - \lambda \dot{\tilde{x}}_s \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{\tilde{x}}_s^2} = 0, \quad (3.52)$$

и для синтезирующей функции окончательно имеем

$$\mu_s = - \frac{\lambda \left| \dot{\tilde{x}}_s \right|}{\left[y_s - \hat{\tilde{x}}_s \right] + \sqrt{\lambda R_{\xi_{ss}}^{-1} \varepsilon_s}}. \quad (3.53)$$

Для цели единичной массы в обобщенных координатах в случае голономных связей уравнения математической модели принимают вид [10]:

$$\ddot{\tilde{x}}_s = \lambda^{-1} \left[- \frac{\lambda \left| \dot{\tilde{x}}_s \right| \dot{\tilde{x}}_s}{\left[y_s - \hat{\tilde{x}}_s \right] + \sqrt{\lambda R_{\xi_{ss}}^{-1} \varepsilon_s}} + R_{\xi_{ss}}^{-1} \left[y_s - \hat{\tilde{x}}_s \right] \right]. \quad (3.54)$$

Таким образом, на основе метода построения синтезирующей функции с использованием гипотезы о стационарности Гамильтониана гиперповерхности переключения (подразделе 2.7.2) получена динамическая математическая модель (3.54).

3.5.2.3 Для следующего из (3.36) уравнения Лагранжа второго рода Гамильтониан может быть представлен в форме с явно выделенным Лагранжианом $L = \lambda T - F$:

$$H = \lambda(T + A) + F = 2F + \lambda A + (\lambda T - F) = 2\lambda T + \lambda A + (-\lambda T + F). \quad (3.55)$$

Из анализа структуры фазового пространства в точках стыка гиперболического параболоида и эллипсоида [72] должно выполняться условие для Лагранжиана

$$L_0 = \lambda T - F = 0. \quad (3.56)$$

Пусть обобщенная сила определена во втором квадранте фазовой плоскости. Тогда в точках, где $Q_s = Q_0 = 0$ выполняется равенство

$$p_s \dot{q}_s - \lambda V_s^2 = 0. \quad (3.57)$$

Тогда уравнение обобщенной силы в фазовой плоскости представляется выражением [36]

$$Q_s = \lambda^{-1} \left[-\frac{p_s}{\sqrt{\lambda^{-1}}} - V_s \right], s = \overline{1, n}. \quad (3.58)$$

Квазидетерминированная математическая модель (3.30) в соответствии с (3.58) приводится к квазилинейной форме

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\hat{x}}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial \hat{x}_s} + \sqrt{\lambda^{-1}} p_s + \lambda^{-1} V_s = 0, s = \overline{1, n}. \quad (3.59)$$

Эти уравнения определяют структуру уравнений динамической оценки параметров, к которым можно прийти при менее обременительных ограничениях, как показано ниже.

3.5.3 НЕЧЕТКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ

3.5.3.1 В условиях неопределенности маневренных возможностей целей при наличии вычислительных ресурсов конструктивные результаты решения задач оценки могут быть получены на основе многомодельного подхода [218] и нечеткой логики. Для этого математические модели целесообразно строить в криволинейных координатах, которые определяются вектором наблюдений. Тогда исключаются дополнительные нелинейные преобразования вектора случайных воздействий на канал наблюдения.

Исследуется случай, когда наблюдения проводятся в полярной системе координат:

$$\mathbf{y}(t) = [\tilde{x}_1 \quad \tilde{x}_2]^T + [\xi_1 \quad \xi_2]^T. \quad (3.60)$$

Соответствующая модель кинетической энергией для цели единичной массы имеет вид [56, 334]:

$$T = \frac{1}{2} \left(\dot{\hat{x}}_1^2 + \hat{x}_1^2 \dot{\hat{x}}_2^2 \right), \quad (3.61)$$

тогда уравнения Лагранжа второго рода в полярной системе координат с точностью до структуры обобщенных сил записываются следующим образом:

$$\ddot{\hat{x}}_1 = \dot{\hat{x}}_1 \dot{\hat{x}}_2^2 + U_1, \quad \ddot{\hat{x}}_2 = -\frac{2\dot{\hat{x}}_1 \dot{\hat{x}}_2}{\hat{x}_1} + \frac{1}{\hat{x}_1^2} U_2. \quad (3.62)$$

Использование условия максимума функции обобщенной мощности позволяет получить «2D уравнение движения» [393]

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{x}}_1 &= \dot{\hat{x}}_1 \dot{\hat{x}}_2^2 + \lambda^{-1} \left[- \left| \frac{d\dot{\hat{x}}_1}{d\hat{x}_1} \right| \hat{x}_1 - R_{\xi 11}^{-1} (y_1 - \hat{x}_1) \right] = \hat{Q}_{11}, \\ \ddot{\hat{x}}_2 &= -\frac{2\dot{\hat{x}}_1 \dot{\hat{x}}_2}{\hat{x}_1} + \frac{\lambda^{-1}}{\hat{x}_1^2} \left[- \left| \frac{d(\hat{x}_1^2)}{d\hat{x}_2} \right| \dot{\hat{x}}_2 + \frac{d\hat{x}_2}{d\hat{x}_2} \hat{x}_1^2 \right] \dot{\hat{x}}_2 - R_{\xi 22}^{-1} (y_2 - \hat{x}_2) = \hat{Q}_{12}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

В условиях небольшой интенсивности маневра, характеризующейся постоянной времени $\alpha \leq \frac{1}{60} \text{ с}^{-1}$ [394], целесообразно использовать более простую модель кинетической энергии

$$T = \frac{1}{2} (\dot{\hat{x}}_1^2 + \dot{\hat{x}}_2^2), \quad (3.64)$$

которая в соответствии с [36] и (3.59) приводит к следующим квазилинейным уравнениям движения:

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{x}}_1 &= -\sqrt{\lambda^{-1}} \dot{\hat{x}}_1 - \lambda^{-1} R_{\xi 11}^{-1} (y_1 - \hat{x}_1) = \hat{Q}_{21}, \\ \ddot{\hat{x}}_2 &= -\sqrt{\lambda^{-1}} \dot{\hat{x}}_2 - \lambda^{-1} R_{\xi 22}^{-1} (y_2 - \hat{x}_2) = \hat{Q}_{22}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

3.5.3.2 Сравнительный анализ (3.63) и (3.65) проведен на основе математического моделирования движения цели по траекториям с различными интенсивностями маневров и постоянными времени маневров. Принято, что расстояние до лоатора 18,3 км, скорость цели 300 м с^{-1} , максимальная перегрузка $4 g$ [248]; СКО наблюдений 140 м и $4 \cdot 10^{-3}$ рад.

Неопределенность относительно координат точек фазового пространства, где происходит смена структур динамической системы, описывается входной

лингвистической переменной – «режим движения» с заданным терм-множеством с S -функцией принадлежности [334]. TS -модель системы типа $MISO$ с базой правил задается следующим выражением:

$$\begin{aligned} R^1 : \text{если } y \text{ есть } A_1, \text{ то } \left(\ddot{\tilde{x}}_1 = \hat{Q}_{11} \text{ и } \ddot{\tilde{x}}_2 = \hat{Q}_{12} \right), \\ R^2 : \text{если } y \text{ есть } A_2, \text{ то } \left(\ddot{\tilde{x}}_1 = \hat{Q}_{21} \text{ и } \ddot{\tilde{x}}_2 = \hat{Q}_{22} \right), \end{aligned} \quad (3.66)$$

где A_1, A_2 – нечеткие множества, соответствующие движению маневрирующей и неманеврирующей цели.

Результаты математического моделирования сведены в таблицу 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты математического моделирования

Интенсивности маневра $\sigma_{\tilde{x}_1}^2$, $\text{м}^2/\text{с}^4$, и $\sigma_{\tilde{x}_2}^2$, $\text{рад}^2/\text{с}^4$; постоянная маневра α с^{-1}	Расчеты с использованием (3.63): усредненная дисперсия, м^2	Расчеты с использованием (3.63): усредненная дисперсия, рад^2	Расчеты с использованием (3.65): усредненная дисперсия, м^2	Расчеты с использованием (3.65): усредненная дисперсия, рад^2
$\sigma_{\tilde{x}_1}^2 = 460 \text{ м}^2/\text{с}^4$, $\sigma_{\tilde{x}_2}^2 = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ рад}^2/\text{с}^4$, $\alpha = 0,1$ (цель класса «самолет», медленный разворот [394])	11025,3	$0,24 \cdot 10^{-6}$	11019,0	$0,23 \cdot 10^{-6}$
$\sigma_{\tilde{x}_1}^2 = 460 \text{ м}^2/\text{с}^4$, $\sigma_{\tilde{x}_2}^2 = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ рад}^2/\text{с}^4$, $\alpha = 0,5$ (цель класса «самолет», противострельбовый маневр [394])	12524,7	$0,26 \cdot 10^{-6}$	14156,1	$0,28 \cdot 10^{-6}$
$\sigma_{\tilde{x}_1}^2 = 460 \text{ м}^2/\text{с}^4$, $\sigma_{\tilde{x}_2}^2 = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ рад}^2/\text{с}^4$, $\alpha = 1$ (цель класса «самолет», маневр из-за атмосферной турбулентности [394])	13157,2	$0,32 \cdot 10^{-6}$	15741,0	$0,35 \cdot 10^{-6}$

Построенная с использованием нечеткой логики многорежимная динамическая математическая модель движения основана на $2D$ динамических моделях, синтезированных с использованием условия максимума функции обобщенной мощности. Результаты математического моделирования показывают, что ее применение обеспечивает выигрыш по показателю точности оценки параметров движения при интенсивном маневрировании цели в среднем от 8% в зависимости от типа маневра. Разработанная TS -модель системы типа $MISO$ с базой правил определяет многомодельный алгоритм интеллектуальной динамической оценки параметров движения.

3.5.4 АДАПТИВНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

3.5.4.1 Исходя из (3.32) – (3.35), вместо рассмотрения достаточно сложной математической модели (3.11) при решении задач оценки с использованием функции обобщенной мощности можно ограничиться рассмотрением более простых математических моделей вида (3.17). Тогда в (3.5) будем записывать $\mathbf{h} = \dot{\tilde{\mathbf{x}}}$. Иными словами, в соответствии с (3.35) формальное отнесение части энергии к работе управляющих обобщенных сил для случая главных (нормальных) координат позволяет ввести простейшую симметрическую положительно-определенную квадратичную форму от обобщенных скоростей, которая трактуется как кинетическая энергия системы, которую в векторно-матричном виде можно записать следующим образом:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T \mathbf{A} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}, \quad (3.67)$$

где $\mathbf{A}(\tilde{\mathbf{x}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матрица квадратичной формы с элементами a_{ss} , $s = \overline{1, n}$.

Разложение $\mathbf{A}(\tilde{\mathbf{x}})$ в ряд Тейлора при условии (3.15) позволяет воспользоваться одним из возможных подходов к решению задач построения моделей управляемых систем без привлечения линейного приближения –

принципом декомпозиции [89, 98]. Суть этого принципа состоит в том, чтобы с помощью допустимого управления полностью устранить динамическое взаимовлияние между элементами, вывести систему на движение в режиме декомпозиции [78] и выбрать устраняющее взаимовлияние управление таким образом, чтобы лагранжева система двигалась в соответствии с целью управления, обеспечивая заданное значение функционала, характеризующего качество процесса оценки состояния. Это значит, что нелинейная многосвязная динамическая система высокого порядка через конечный интервал времени начинает двигаться в силу простейшей системы. Этот факт можно использовать при построении модели исследуемой системы с учетом выбора квазиоптимальной обратной связи [89].

Тогда работа обобщенных сил $A=0$, что соответствует приближенному (прогнозному) движению в режиме декомпозиции [89, 98, 99, 395]. В режиме декомпозиции [281] движение системы задается совокупностью не связанных между собой линейных дифференциальных уравнений Лагранжа и систему можно представить как объединение невзаимодействующих подсистем [78], что с учетом выражения для кинетической энергии позволяет записать аналогичные (3.46) кинематические соотношения, которые выполняются на траектории движения предлагаемой модели

$$\left| \dot{\hat{x}}_s \right| = \sqrt{\lambda^{-1} a_{ss}^{-1} R_{\xi ss}^{-1}} \left| y_s - \hat{x}_s \right|, s = \overline{1, n}. \quad (3.68)$$

Получим систему уравнений движения

$$\ddot{\hat{x}}_s = -\sqrt{\lambda^{-1} a_{ss}^{-1} R_{\xi ss}^{-1}} \dot{\hat{x}}_s + \lambda^{-1} a_{ss}^{-1} R_{\xi ss}^{-1} (y_s - \hat{x}_s), s = \overline{1, n}. \quad (3.69)$$

Положив

$$\lambda_s = \lambda^{-1} a_{ss}^{-1} R_{\xi ss}^{-1}, s = \overline{1, n}, \quad (3.70)$$

запишем уравнение модели, аппроксимирующее реальное движение в режиме декомпозиции по целевому функционалу, в компактной форме

$$\ddot{\hat{x}}_s = -\sqrt{\lambda_s} \dot{\hat{x}}_s - \lambda_s (y_s - \hat{x}_s), s = \overline{1, n}. \quad (3.71)$$

При (3.67), $n=1$ выражение (3.59) совпадает с (3.71).

Полученная модель требует адаптации [396] по параметру λ_s и может быть использована для построения адаптивного фильтра оценки состояния калмановской структуры.

После проведения адаптации получим случайный процесс $\Delta_s = y_s - \hat{q}_s$, такой, что $\text{cov}\{\Delta_s(t), \Delta_s(\tau)\} \neq 0$ для $\tau \neq t$.

В качестве процесса Δ_s традиционно используется модель марковского типа, тогда

$$\dot{\Delta}_s = \alpha_s \Delta_s + \eta_s, \quad s = \overline{1, n}, \quad (3.72)$$

где α_s – параметры; w_s – белый шум со следующими локальными характеристиками: $\text{cov}\{\eta_s(t), \eta_s(\tau)\} = \psi_s(t) \delta(t - \tau)$, $\text{cov}\{\eta_s(t), \Delta_s(\tau)\} = 0$.

Имеем следующую адаптивную модель состояния системы, которая используется для синтеза алгоритмов оценки [94]:

$$\begin{cases} \ddot{\hat{x}}_s = -\sqrt{\lambda_s} \dot{\hat{x}}_s + \lambda_s \Delta_s, \\ \dot{\Delta}_s = \alpha_s \Delta_s + \eta_s, \end{cases} \quad s = \overline{1, n}. \quad (3.73)$$

Результаты применения построенной математической модели в задачах оценки можно найти в [8].

3.5.4.2 Из (3.44) следует кинематическая связь, которая с учетом введенных ранее обозначений принимает следующий вид:

$$\dot{\hat{x}}_s = \pm \sqrt{\gamma_s^{-1}} V_s, \quad (3.74)$$

где значение γ_s в общем случае устанавливается в соответствии с уравнением

$$\sum_{s=1}^n a_{sk}(q) \dot{\hat{x}}_s \dot{\hat{x}}_k - \frac{\lambda^{-1}}{\gamma_s^{-1}} \hat{x}_s^2 = 0. \quad (3.75)$$

Характеристический определитель

$$\left| a_{sk} - \delta_s^k \Lambda_s \right|_{k=1}^n = 0, \quad s = \overline{1, n}, \quad (3.76)$$

где δ_s^k – символ Кронекера.

Устанавливается связь между множителями Λ_s, λ и корнями характеристического определителя

$$\Lambda_s = \frac{\lambda^{-1}}{\gamma_s^{-1}}, s = \overline{1, n}. \quad (3.77)$$

Таким образом, закон обратной связи преобразуется к виду [397]

$$\hat{Q}_s = \Lambda_s \left(-\sqrt{\gamma_s^{-1}} \dot{\hat{x}}_s - \gamma_s^{-1} V_s \right), \quad (3.78)$$

уравнение движения в Лагранжевых переменных

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\hat{x}}_s} - \frac{\partial T}{\partial \hat{x}_s} &= \hat{Q}_s, \\ \Lambda_s \ddot{\hat{x}}_s + \sum_{s,k=1}^n \left[\frac{\partial \Lambda_s}{\partial \hat{x}_k} \dot{\hat{x}}_k \dot{\hat{x}}_s - \frac{1}{2} \frac{\partial \Lambda_k}{\partial \hat{x}_s} \dot{\hat{x}}_s \dot{\hat{x}}_k \right] &= \Lambda_s \left(-\sqrt{\gamma_s^{-1}} \dot{\hat{x}}_s - \gamma_s^{-1} V_s \right), \end{aligned} \quad (3.79)$$

в гамильтоновых переменных

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}_s}{dt} &= \frac{p_s}{\Lambda_s}, \quad \frac{d\hat{p}_s}{dt} = \frac{\partial E}{\partial \hat{x}_s} + \hat{Q}_s; \\ \frac{dp_s}{dt} &= \frac{1}{2} \sum \frac{\partial \Lambda_k}{\partial \hat{x}_s} \frac{p_k}{\Lambda_k^2} + \left(-\sqrt{\gamma_s^{-1}} p_s - \gamma_s^{-1} p_s - \gamma_s^{-1} \Lambda_s V_s \right), \end{aligned} \quad (3.80)$$

где $T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \Lambda_k \dot{q}_k^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \frac{p_k^2}{\Lambda_k}$ – кинетическая энергия; $p_s = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} = \Lambda_s \dot{\hat{x}}_s$ – обобщенный импульс; $\dot{\hat{x}}_s = \frac{p_s}{\Lambda_s}$ – обобщенная скорость.

Пусть кинетическая энергия объекта с двумя степенями свободы

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^2 p_s \dot{\hat{x}}_s = \frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^2 a_{sk} \dot{\hat{x}}_s \dot{\hat{x}}_k = \frac{1}{2} \frac{p_k^2}{\Lambda_k}. \quad (3.81)$$

Характеристический определитель

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \Lambda_1 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \Lambda_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (3.82)$$

Устанавливается связь между множителями Λ_s, λ и корнями характеристического определителя

$$\Lambda_s = \frac{\lambda^{-1}}{\eta_s^{-1}}, s = \overline{1, n}. \quad (3.83)$$

Уравнения движения в гамильтоновых переменных [397]

$$H = \lambda \left[T + \sum_{s=1}^2 \int_{\hat{x}_0}^{\hat{x}} \hat{Q}_s d\hat{x}_s \right] + F \frac{dq_s}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_s} = \dot{\hat{x}}_s = \frac{p_s}{\Lambda_s},$$

$$\frac{d\hat{x}_s}{dt} = \frac{\partial T}{\partial \hat{x}_s} + Q_s = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \frac{\partial \Lambda_k}{\partial \hat{x}_s} \frac{p_k}{\Lambda_k^2} + \left(-\sqrt{\gamma_s^{-1}} p_s - \gamma_s^{-1} \Lambda_s V_s \right).$$

Для объекта с одной степенью свободы [397]

$$T = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m},$$

имеем

$$\ddot{\hat{x}} = -\sqrt{\gamma^{-1}} \dot{\hat{x}} - \gamma^{-1} V$$

– в лагранжевой форме, и

$$\dot{\hat{x}} = \frac{p}{m}, \quad \frac{dp}{dt} = -\sqrt{\gamma^{-1}} p - \gamma^{-1} m V$$

– в гамильтоновой форме.

Построенные математические модели также, как и (3.71), требуют адаптации по параметру. Они могут использоваться для синтеза алгоритмов динамической оценки.

3.6 МЕТОД ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ПОСТРОЕНИЕМ ОПОРНОЙ ТРАЕКТОРИИ

3.6.1 АНАЛИЗ ПРАГМАТИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ

Для решения задачи оценки параметров движения управляемых ЛА в [64] предложено условие максимума функции обобщенной мощности, которое позволяет получить решение обратной задачи динамики в замкнутой форме с точностью до синтезирующей функции. При этом использован подход, в соответствии с которым принято, что под действием неизвестной силы динамическая система перемещается по траектории, где заданный функционал

достигает экстремума. В математическом отношении содержание поставленной некорректной задачи составляет синтез обратной связи для задачи оценки параметров движения воздушных объектов.

Синтезированный алгоритм оценки параметров движения маневрирующего ЛА выгодно отличается в смысле точности, объема вычислительных затрат и устойчивости от получивших распространение процедур калмановского типа [64, 72, 252, 254, 372, 398]. Это позволяет применять его для сопровождения в реальном масштабе времени скоростных и высокоманевренных воздушных объектов [252, 254].

Решение такой экстремальной задачи на основе классических приемов связано с известными трудностями [72]. Использование других методов современной теории оптимального управления [74, 78, 82, 334, 348] также пока не приводит к получению практически значимых результатов синтеза алгоритмов сопровождения.

В общем случае использование произвольной системы координат приводит к громоздким и неустойчивым фильтрам за счет усложнения уравнений движения, записанных в этих обобщенных координатах, или преобразований шумов при переходе к ортогональным координатам. Следовательно, уравнения оценки целесообразно получить в тех же координатах, что и уравнения наблюдений, как это сделано в [64]. Кроме того, применение условия максимума функции обобщенной мощности позволяет осуществить декомпозицию исходной системы на подсистемы, количество которых равно числу степеней свободы [334]. Поэтому актуальность разработки методов оценки параметров движения управляемых ЛА с использованием указанного подхода не вызывает сомнений.

3.6.2 СИНТЕЗ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ

Проведенные исследования показали, что увеличить точность и устойчивость процедуры оценивания на основе применения условия максимума

функции обобщенной мощности при сравнительно небольшом объеме вычислительных затрат можно за счет рассмотрения неизвестных сил, подлежащих определению, как смеси возмущающих и управляющих воздействий [64, 82]. Пусть в таком случае математическая модель движения ЛА имеет вид:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{1}{2}\rho v^2 \left(u_1 \frac{\dot{x}}{v} - u_2 \frac{\dot{y}}{v_n} - u_3 \frac{\dot{x}}{v_n} \frac{\dot{z}}{v} \right) = Q_1, \\ \ddot{y} &= \frac{1}{2}\rho v^2 \left(-u_1 \frac{\dot{y}}{v} + u_2 \frac{\dot{x}}{v_n} - u_3 \frac{\dot{y}}{v_n} \frac{\dot{z}}{v} \right) = Q_2, \\ \ddot{z} &= \frac{1}{2}\rho v^2 \left(-u_1 \frac{\dot{z}}{v} + u_3 \frac{v_n}{v} \right) - g = Q_3,\end{aligned}\tag{3.88}$$

где u_1, u_2, u_3 – приведенные аэродинамические коэффициенты (управления); ρ – плотность воздуха; v, v_n – скорость центра масс и планерная скорость; g – ускорение свободного падения. Уравнение состояния (3.88) – частная форма записи уравнения Лагранжа второго рода (3.17).

РЛС измеряются наклонная дальность и направляющие косинусы согласно (3.31) [64, 252].

Целевой функционал принимает аналогичный (3.37) вид.

Требуется найти решение обратной задачи динамики: определить вектор равнодействующих обобщенных сил $\mathbf{Q}$, приводящих к изменению состояния динамической системы (3.88), как функцию обобщенных координат и обобщенных скоростей, а также соответствующую ему траекторию, обеспечивающие минимум заданного целевого функционала.

Наблюдаемое изменение состояния воздушного объекта происходит не только в результате действия неизвестных регулярных детерминированных сил, а также вследствие случайных неоднородностей атмосферы, влияния ветров и т.д. Поскольку естественно полагать, что импульс управляющих обобщенных сил гораздо больше количества движения, передаваемого ЛА возмущающими обобщенными силами, то для решения поставленной задачи можно воспользоваться предложенным Черноусько Ф.Л. приемом [82]. В соответствии с ним для построения опорной траектории необходимо пренебречь возмущающими

обобщенными силами, которые определяются на следующем этапе алгоритма. Тогда опорная траектория q_s определяется выражением

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = U_s, \quad s = \overline{1, n}, \quad (3.89)$$

$$U_s = S \left\{ \mathbf{U}(t); \mathbf{U}(t) \in L_2^n[t_0, t_1]; |U_s(t)| \leq M \neq \infty \right\}.$$

Оценка погрешности, обусловленная применением такого упрощенного подхода, получается на основе следующего уравнения Лагранжа второго рода в вариациях [116]:

$$\begin{aligned} Q_s - U_s &= \frac{\partial Q_s}{\partial \tilde{x}_s} \delta q_s + \frac{\partial Q_s}{\partial \tilde{\dot{x}}_s} \delta \dot{q}_s + o = \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (T(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\dot{\mathbf{x}}}) - T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial (T(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\dot{\mathbf{x}}}) - T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))}{\partial q_s} = \tilde{Q}_s, \quad \delta q_s = \tilde{x}_s - q_s, \end{aligned} \quad (3.90)$$

где o – члены более высокого порядка малости; $\tilde{Q}_s \in S_2 = S_2 \{ \tilde{\mathbf{Q}}(t); \tilde{\mathbf{Q}}(t) \in L_2^n[t_0, t_1] \setminus S \}$ – возмущающие обобщенные силы. Тогда для решения задачи оценки достаточно найти общий вид обратной связи соответствующей равнодействующей силе $\mathbf{Q}$.

Уравнения динамической оценки [19] параметров опорной траектории имеют следующий вид [116]:

$$\ddot{\hat{q}}_s = \hat{U}_s = \lambda^{-1} |U_s| \text{sign} \left[\mu_s \dot{\hat{q}}_s - R_{\xi_{ss}}^{-1} \Delta_s \right]. \quad (3.91)$$

На основании изложенного выше [64, 72] и в соответствии с (2.221) правая часть (3.91) может быть представлена следующим выражением:

$$\hat{U}_s = \lambda^{-1} |U_s| \text{sign} \left[\frac{-\lambda |\dot{\hat{q}}_s| \dot{\hat{q}}_s}{|L_s \hat{q}_s|} - R_{\xi_{ss}}^{-1} \Delta_s \right], \quad s = \overline{1, n}. \quad (3.92)$$

Из (3.90) вытекает: погрешность оценки равнодействующей силы стремится к нулю при $\delta q_s \rightarrow 0$. Значит, возмущающие обобщенные силы должны доставлять минимум следующему целевому функционалу [116]:

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \left[\beta_1 (\hat{q}_1 - \hat{x}_1)^2 + \beta_2 (\hat{q}_2 - \hat{x}_2)^2 + \beta_3 (\hat{q}_3 - \hat{x}_3)^2 \right] dt, \quad \beta_s = \text{const}. \quad (3.93)$$

Тогда результирующая оценка определяется с точностью до синтезирующей функции из следующего уравнения динамической оценки:

$$\ddot{\hat{x}}_s = \hat{U}_s + \lambda^{-1} \left[\mu_s (\delta q_s, \delta \dot{q}_s) (\dot{\hat{q}}_s - \dot{\hat{x}}_s) - \beta_s (\hat{q}_s - \hat{x}_s) \right]. \quad (3.94)$$

Синтезирующая функция, входящая в (3.94), строится с использованием приема, который базируется на приведении уравнения Лагранжа второго рода к интегралу энергии [72, 120], что в соответствии с (2.204) позволяет получить следующее выражение [116]:

$$\ddot{\hat{x}}_s = \hat{U}_s - \lambda^{-1} R_{\xi ss}^{-1} \left[\frac{0,5 a_{sk} \left| \left(\dot{\hat{q}}_s - \dot{\hat{x}}_s \right)^2 \left(\hat{q}_s - \hat{x}_s \right) \right|}{\left| Q_s \left(\hat{q}_s - \hat{x}_s \right) + C_s \right|} \text{sign} \left(\dot{\hat{q}}_s - \dot{\hat{x}}_s \right) + \left(\hat{q}_s - \hat{x}_s \right) \right]. \quad (3.95)$$

Последовательное уточнение оценок параметров движения с использованием унифицированной вычислительной процедуры основывается на построении траектории, соответствующей управляющим и возмущающим обобщенным силам, которые найдены с использованием условия максимума функции обобщенной мощности [116].

3.6.3 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Оценка эффективности предлагаемого метода проведена на примере решения задачи оценки параметров движения ЛА для различных значений интенсивности маневра и СКО шумов наблюдений на основе сравнения с ФК и фильтром сопровождения на базе [64]. При проведении математического моделирования использовались параметры из [9] за исключением значений шумов наблюдений, которые задавались следующими интервалами значений СКО $\sigma_1 = [0 \text{ м}; 200 \text{ м}]$, $\sigma_2 = [0 \text{ рад}; 0,018 \text{ рад}]$, $\sigma_3 = [0 \text{ рад}; 0,018 \text{ рад}]$.

Итоги математического моделирования в виде усредненных по 20 прогонам для каждого значения СКО шума наблюдений и траектории с различными

значениями интенсивностей маневра, значений СКО оценок наклонной дальности и направляющих косинусов представлены интерполированными кривыми на рисунках 3.3 – 3.5, на которых цифрами обозначено: 1 – ошибка алгоритма предлагаемого метода; 2 – ошибка алгоритма динамической оценки (3.92); 3 – ошибка алгоритма динамической оценки (3.95); 4 – ошибка ФК.

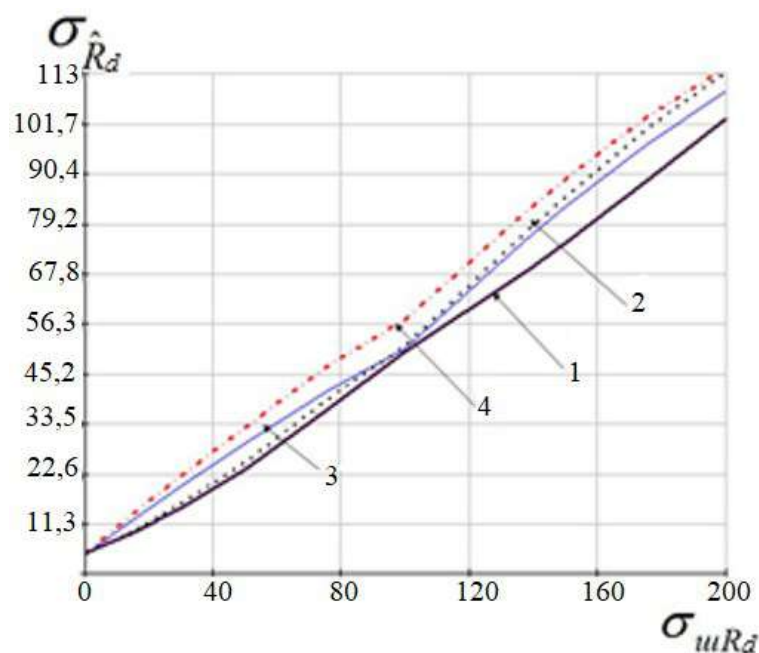


Рисунок 3.3 – Зависимость СКО оценки от СКО шума измерений R_d

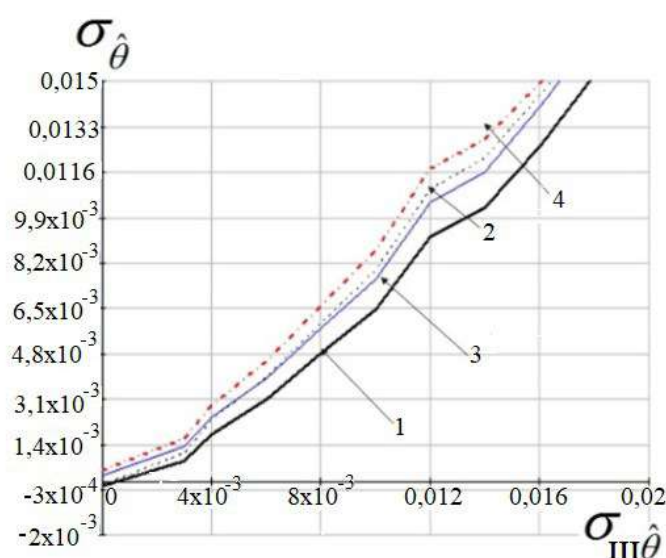


Рисунок 3.4 – Зависимость СКО оценки от СКО шума измерений $\cos \theta$

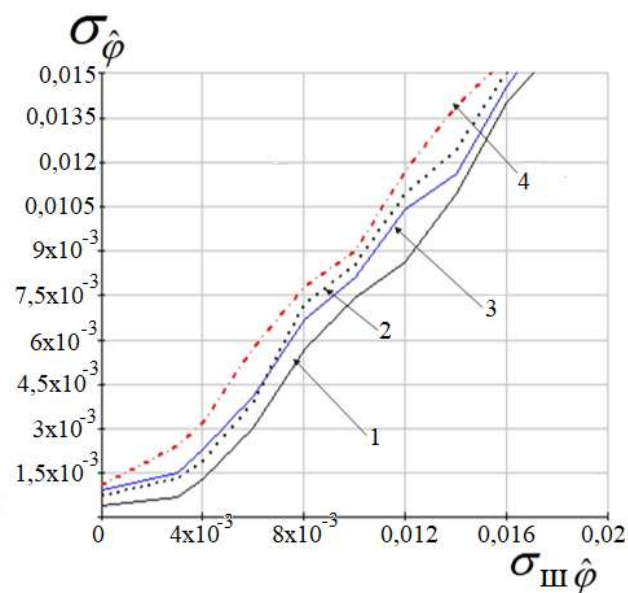


Рисунок 3.5 – Зависимость СКО оценки от СКО шума измерений $\cos \phi$

Результаты математического моделирования позволяют говорить о высокой эффективности рассматриваемого метода оценки параметров текущего состояния управляемого ЛА в сравнении с классическими приемами цифровой обработки измерительной информации [252, 254, 398], а также полученными в [64] на базе условия максимума функции обобщенной мощности. Под эффективностью понимается точность и устойчивость полученных вычислительных процедур при небольшом объеме требуемых вычислительных затрат.

Последовательное уточнение оценок параметров движения с использованием унифицированной вычислительной процедуры основывается на построении траектории, соответствующей управляющим и возмущающим обобщенным силам, которые найдены с использованием условия максимума функции обобщенной мощности.

3.7 АНАЛИЗ И СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ «ГРУБОЙ ОЦЕНКИ» ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

3.7.1 ОБОБЩЕННАЯ СТРУКТУРА УРАВНЕНИЙ «ГРУБОЙ ОЦЕНКИ»

3.7.1.1 Пусть, как и ранее заданы уравнения состояния, наблюдения и целевой функционал. Требуется найти оценки обобщенных координат, когда момент времени, в который желательно получить оценку, соответствует точке $t_1 \in [t_0, t_1]$ и t_1 увеличивается [399].

Из (3.30) вытекает обобщенная форма записи алгоритмов динамической оценки [19]:

$$\ddot{\tilde{x}}_s = \tilde{f}_s(\hat{\tilde{x}}, \dot{\hat{\tilde{x}}}) + \lambda^{-1} R_{\xi ss}^{-1} \frac{\partial h_s}{\partial \hat{\tilde{x}}_s} \Delta_s, \quad \tilde{f}_s(\hat{\tilde{x}}, \dot{\hat{\tilde{x}}}) = \lambda^{-1} \mu_s(\hat{\tilde{x}}, \dot{\hat{\tilde{x}}}). \quad (3.96)$$

Их непосредственное использование для решения задачи нелинейной фильтрации не представляется возможным. В соответствии с [399] для этого требуется

применение формальной процедуры расширения пространства состояний, которая для $n=1$ позволяет получить из (3.96) уравнения оценки в форме векторного дифференциального уравнения первого порядка [11]

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t), \quad \hat{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}^0, \quad (3.97)$$

где $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}$, $\hat{x}_1 = \hat{x}$, $\hat{x}_2 = \dot{\hat{x}}$, $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \lambda^{-1}\mu(\hat{x}_1, \hat{x}_2) \end{bmatrix}$ – вектор-функция системы;

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda^{-1}R_{\xi_{ss}}^{-1} \frac{\partial h}{\partial \hat{q}} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w}(t) \text{ – вектор-функция централизованного случайного}$$

процесса.

В случае, когда $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}$, формальные векторно-матричные преобразования вместо (3.97) позволяют получить структуру уравнений «грубой оценки», которая имеет следующий вид [10]:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}} + \lambda^{-1}\mathbf{R}_{\xi}^{-1}\mathbf{H}^*[\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}], \quad t_0 = 0, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}^0, \quad (3.98)$$

где $\hat{\mathbf{x}}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{H}^*$ и $\mathbf{F}$ целесообразно раскрывать для конкретного случая. Например,

$$\text{для } n=1 \quad \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \mu(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \mathbf{z}) \end{bmatrix}.$$

Результаты (3.97) и (3.98) иллюстрируют принцип вариативности системного анализа.

3.7.2 АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ «ГРУБОЙ ОЦЕНКИ»

НА ПРИМЕРАХ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

3.7.2.1 Рассмотрим вариант алгоритма «грубой оценки» на основе (3.59). Положим, что кинетическая энергия задана выражением (3.67) и $n=1$. Уравнение наблюдения представлено выражением вида (3.5), где $\mathbf{h} = \mathbf{H}\mathbf{x}$. Тогда уравнения алгоритма «грубой оценки» могут быть приведены к виду (3.98), где

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{\lambda^{-1}} \end{bmatrix}. \quad (3.99)$$

Оценим эффективность такого алгоритма «грубой оценки» на основе математического моделирования. Для этого рассмотрим случай, когда состояние изменяется по следующему закону:

$$x_1 = \begin{cases} 0 \leq t \leq 5, \\ 5 \leq t \leq 10. \end{cases}$$

При проведении математического моделирования назначены исходные данные в безразмерных единицах: время наблюдения $t_1 = 10$; интервал дискретизации $\Delta T = 0,01$, шум наблюдений характеризуется среднеквадратическим отклонением $\sigma = 0,5$ и МОЖ $M = 0$, множитель Лагранжа $\lambda^{-1} = 1$. Результаты математического моделирования представлены на рисунках 3.6 и 3.7.

На рисунке 3.6 представлены оценки, полученные на основе синтезированного алгоритма с использованием динамической математической модели (3.59), адаптивная скользящая оценка Кауфмана (КАМА) [400], оценки α – β фильтра (на рис. 3.7 – АВ фильтр) [401]. Параметры функционирования каждого алгоритма подобраны таким образом, что в стационарном режиме подавление шума в среднем одинаково. Это подтверждается расчетом функционала (3.22) для синтезированного алгоритма, КАМА, α – β фильтра.

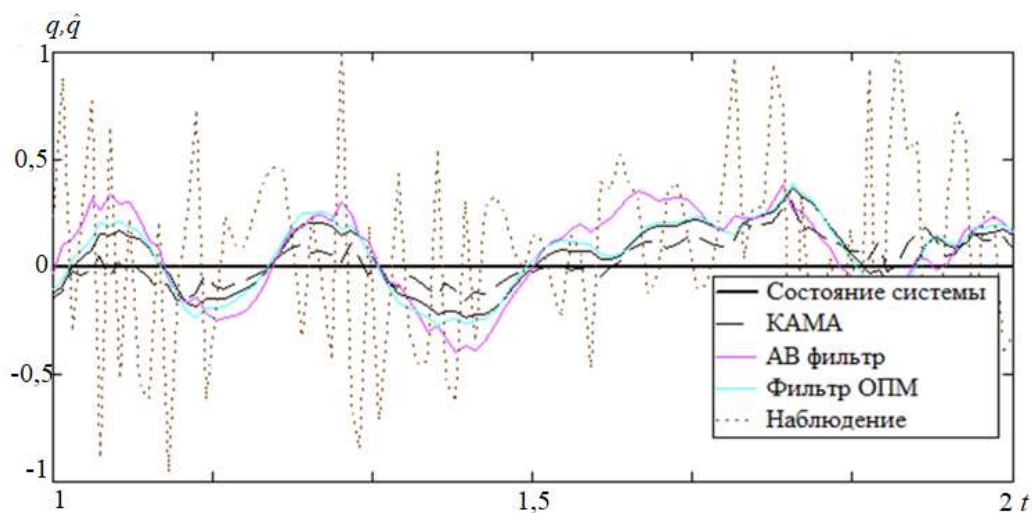


Рисунок 3.6 – Оценки состояния в стационарном режиме

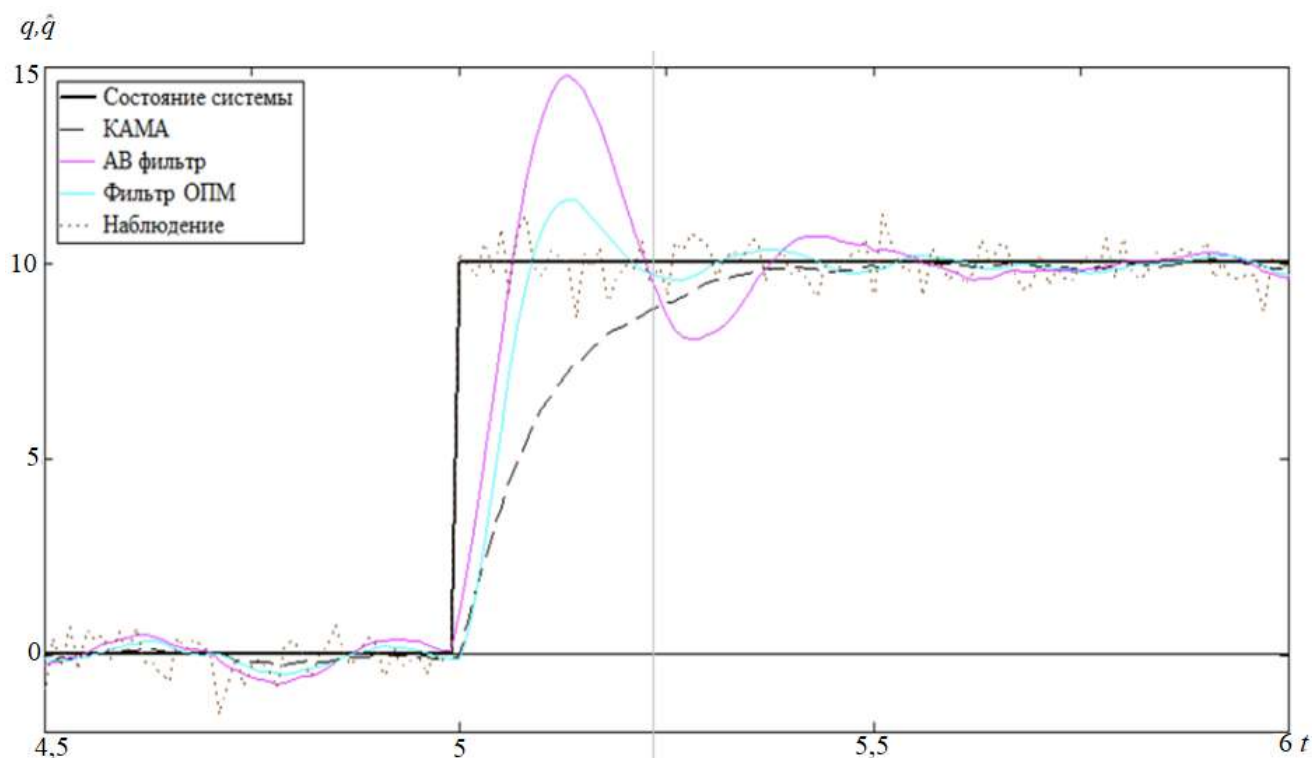


Рисунок 3.7 – Оценки состояния в переходном режиме

На рисунке 3.7 представлены реакции фильтров динамической оценки на ступенчатое воздействие в условиях помех. Анализ эффективности фильтров основан на результатах расчета функционала (3.22) по 20 реализациям: $J = 4,53$ для разработанного алгоритма, $J = 6,16$ для КАМА, $J = 4,79$ для α - β фильтра.

Синтезированный алгоритм «грубой оценки», полученный на основе квазидетерминированной модели (3.59), позволяет повысить точность оценивания состояния динамических систем в переходном режиме функционирования в среднем на 6% по сравнению с α - β фильтром и на 26% по сравнению с КАМА.

3.7.2.2 Рассматривается задача сопровождения маневрирующего ЛА. Проводится сравнение с классическим решением Зингера [248], которое основано на расширении пространства состояний модели движения за счет включения ускорения. Для каждой из наблюдаемых координат уравнение движения цели представлено известным векторно-матричным дифференциальным уравнением

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w}, \quad (3.100)$$

где $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ – расширенный вектор состояния, x_1, x_2, x_3 –

соответственно наблюдаемая координата, скорость и ускорение; $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix}$ –

переходная матрица системы; $\mathbf{G} = [0 \ 0 \ 1]^T$ – вектор интенсивности возбуждающей функции w с дисперсией $2\alpha\sigma_M^2$; σ_M^2 – дисперсия ускорения, α – постоянная маневра.

Уравнение наблюдения, как и прежде, представлено выражением вида (3.5), где $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{H}\mathbf{x}$; $\mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0]$. Известные уравнения оценки имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{P}\mathbf{H}^T R_\xi^{-1} [y - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}], \quad t_0 = 0, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}^0 \\ \dot{\mathbf{P}} &= \mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{F}\mathbf{P} + 2\alpha\sigma_M^2 \mathbf{G}\mathbf{G}^T - \mathbf{P}\mathbf{H}^T R_\xi^{-1} \mathbf{H}\mathbf{P}, \quad \mathbf{P}(0) = \mathbf{P}^0. \end{aligned} \quad (3.101)$$

Приведение уравнения (3.54) к обобщенной форме (3.98) позволяет получить [9]:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}} + \lambda^{-1} R_\xi^{-1} \mathbf{H}^* [y - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}], \quad t_0 = 0, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}^0, \quad (3.102)$$

где

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = [1 \ 0], \quad \mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{|\hat{x}_2|}{|y - \hat{x}_1| + \sqrt{\lambda R_\xi^{-1} \varepsilon}} \end{bmatrix}. \quad (3.103)$$

Анализ полученных уравнений свидетельствует о снижении размерности (3.102) по сравнению с фильтром Калмана (3.101) [248]. Подсчет элементарных операций показывает, что применение (3.102) требует более чем на 10% меньше вычислительных затрат в классе операций сложения, вычитания, умножения, деления.

Исходные данные математического моделирования: скорость ЛА изменяется от 300 м с^{-1} до 540 м с^{-1} при максимальном ускорении 4.5 g ; $t_0 = 0 \text{ с}$, время наблюдения $T = 12 \text{ с}$; среднеквадратические отклонения ошибок наблюдения по дальности и азимуту приняты равными соответственно $\sigma_1 = 250 \text{ м}$, $\sigma_2 = 0,00147 \text{ рад}$. Интенсивность маневра по дальности составляет $\sigma_{q_1}^2 = 583 \text{ м}^2 \text{ с}^{-4}$,

по азимуту $\sigma_{q_2}^2 = 2,6 \cdot 10^{-6} \text{ с}^4$. Постоянная маневра $\alpha = 0,1 \text{ с}^{-1}$, что соответствует предположению о противострельбовом маневре [248]. Маневр осуществляется на интервале времени 6–8 с.

На рисунках 3.8 и 3.9 представлены усредненные по нескольким реализациям результаты оценок алгоритмов (3.101), (3.102). Ошибки оценивания по азимуту $\Delta\varphi$ и дальности ΔR_d для алгоритма (3.102) обозначены сплошной кривой, а для фильтра Калмана (3.101) – пунктирной.

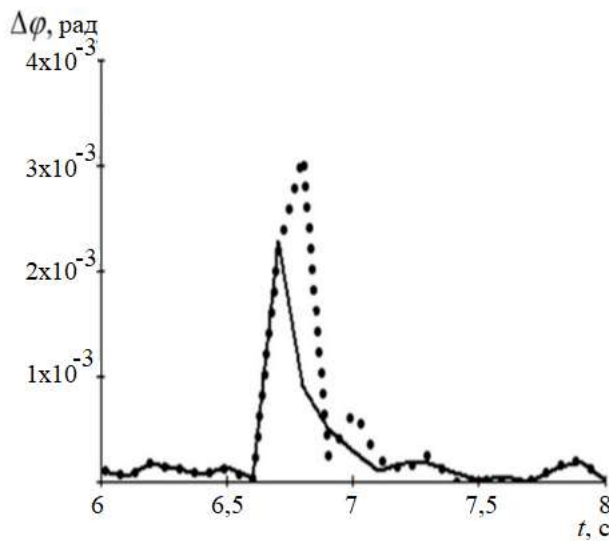


Рисунок 3.8 – Ошибки оценивания азимута

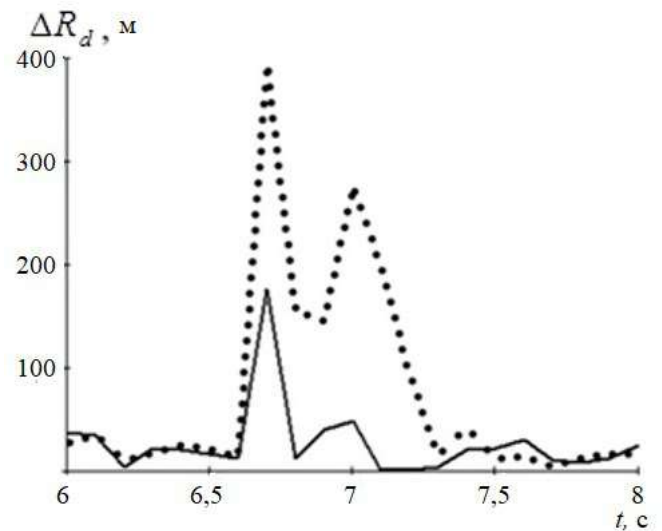


Рисунок 3.9 – Ошибки оценивания дальности

Из результатов математического моделирования следует, что на участке маневрирования фильтр Калмана уступает по точности (3.102) в среднем на 32% по азимуту и на 63% по дальности. Анализ приведенных выше результатов позволяет утверждать, что даже при наблюдении высокоманевренной цели обзорным радиолокатором аэродромным оценки параметров движения ЛА после цифровой обработки радиолокационной информации с использованием предлагаемых алгоритмов удовлетворяют требованиям приказа Министерства транспорта Российской Федерации № 178 от 22 мая 2024 г. (см. введение) в отличие от традиционных решений.

3.7.2.3 Применение (3.39) для синтеза алгоритмов «грубой оценки» вектора состояния приводит к структуре уравнений оценки, которая определяется выражением (3.98), но отличается от него за счет ограничений, что позволяет при $n=3$ получить следующее векторно-матричное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = |\mathbf{U}| \text{sign}[\mathbf{F}\hat{\mathbf{x}} + \lambda^{-1} \mathbf{R}_{\xi}^{-1} \mathbf{H}^* [\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}]], \quad t_0 = 0, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}^0, \quad (3.104)$$

где

$$|\mathbf{U}| = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda^{-1} |U_1| \\ 1 \\ \lambda^{-1} |U_2| \\ 1 \\ \lambda^{-1} |U_3| \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{|\hat{x}_2| \hat{x}_2}{|L_1 \hat{x}_1|} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{|\hat{x}_4| \hat{x}_4}{|L_2 \hat{x}_3|} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{|\hat{x}_6| \hat{x}_6}{|L_3 \hat{x}_5|} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.105)$$

Оценка эффективности (3.104), (3.105) (фильтра сопровождения) проведена на основе решения задачи сопровождения маневрирующего ЛА. При моделировании опорной траектории были приняты уравнения движения маневрирующего ЛА (3.88). Исходные данные [9]: $x_1=R_d$, $x_2=\varphi$, $x_3=\theta$; время наблюдения $T=7,75$ с, выборки осуществлялись каждые $\Delta t=0,01$ с. Начальные условия: координаты и плотность воздуха: $x_0=10253$ м, $y_0=8893$ м, $z_0=12275$ м, $\rho_0=1,25$ кг м⁻³; скорость: $v_{x0}=300$ м с⁻¹, $v_{y0}=300$ м с⁻¹, $v_{z0}=300$ м с⁻¹; начальные значения для оценок фильтра: $\hat{x}_1=10050$ м, $\hat{x}_2=-580$ м с⁻¹, $\hat{x}_3=0,1$ рад, $\hat{x}_4=0,012$ рад с⁻¹, $\hat{x}_5=-0,58$ рад, $\hat{x}_6=-0,02$ рад с⁻¹; множитель Лагранжа $\lambda=350$, константы R_{x11}^{-1} , R_{x22}^{-1} , R_{x33}^{-1} имеют значения $R_{x11}^{-1}=0,1$, $R_{x22}^{-1}=0,2$, $R_{x33}^{-1}=0,1$; СКО: $\sigma_1=187$ м, $\sigma_2=9,163 \cdot 10^{-3}$ рад, $\sigma_3=9,163 \cdot 10^{-3}$ рад. Траектория: начиная с $t=0$ с до момента времени $t=2$ с, управляющие усилия: $U_1=0,7 \cdot 10^{-3}$ м² кг⁻¹, $U_2=0,09 \cdot 10^{-4}$ м² кг⁻¹, $U_3=-1,3 \cdot 10^{-5}$ м² кг⁻¹; с $t=2$ с до $t=7,75$ цель начинает осуществлять маневр,

характеризуемый интенсивностью $\sigma_m=460 \text{ м}^2 \text{ с}^4$, что соответствует управляющим усилиям: $U_2=1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \text{ кг}^{-1}$, $U_3=2,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \text{ кг}^{-1}$, а U_1 не меняется.

Результаты математического моделирования оценки параметров траектории представлены на рисунках 3.10 – 3.12, где цифрами обозначено: 1 – оценки соответствующих величин, 2 – действительные значения соответствующих величин, 3 – величина в случае отсутствия маневра. СКО оценок нового фильтра в среднем составили: по дальности 104,5 м, а по углам 0,005 рад и 0,0052 рад. Для фильтра Калмана, построенного на основе модели, учитывающей статистические характеристики маневра [248], СКО оценок имеют значения для дальности 115 м и 0,0055 рад для углов.

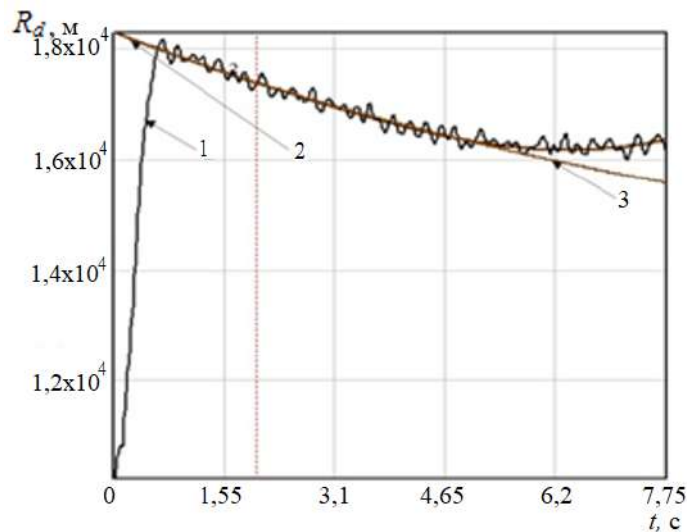


Рисунок 3.10 – Оценки дальности и действительная дальность

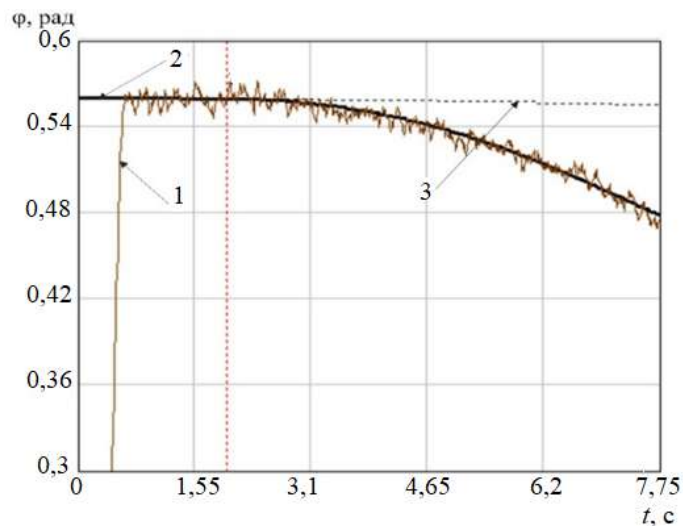


Рисунок 3.11 – Оценки угла дрейфа и действительный угол дрейфа

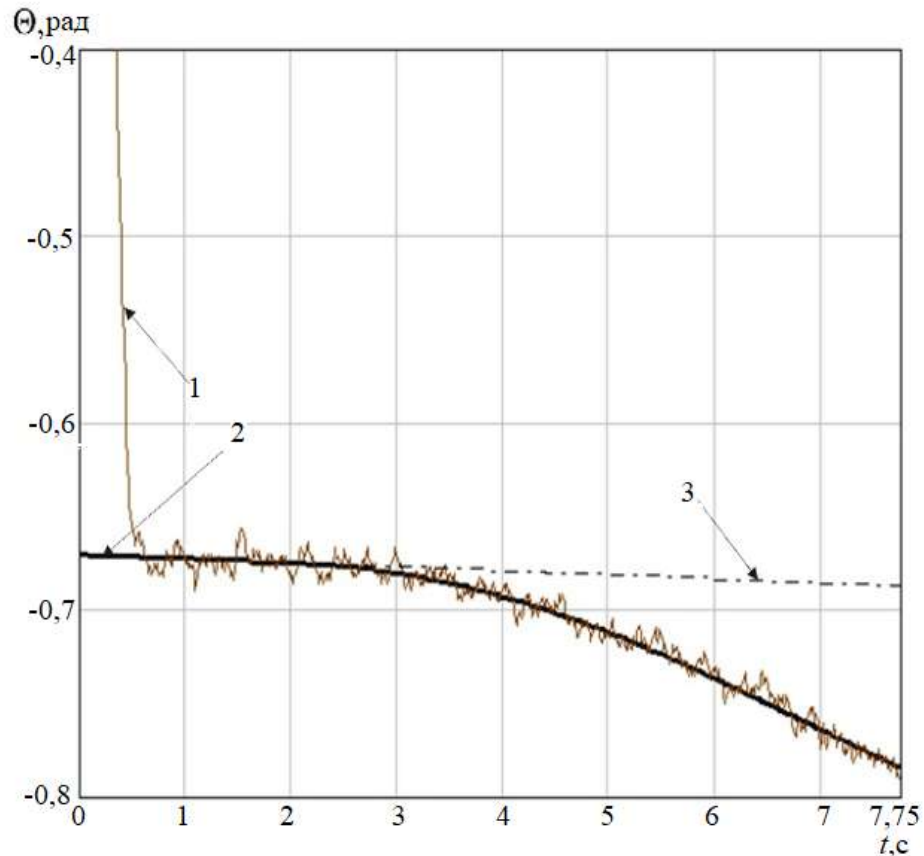


Рисунок 3.12 – Оценки угла подъема и действительный угол подъема

Новый алгоритм «грубой оценки» (фильтр сопровождения), полученный на основе условия максимума функции обобщенной мощности, приводит к системе из 6 дифференциальных уравнений, что говорит о снижении вычислительной сложности задачи оценивания в сравнении с ФК [248, 253], для которого требуется решить систему из 28 дифференциальных уравнений. Сравнение точности оценок параметров траектории по результатам математического моделирования позволяет сделать заключение о высокой эффективности полученного решения. Выигрыш в сравнении с расширенным фильтром Калмана в среднем составляет 9,1% по дальности и 9,0% по углам.

Поскольку принята оптимизационная постановка задачи [77], то необходимости в использовании гипотезы движения маневрирующего ЛА кроме предположения о кусочно-постоянных управлениях нет. Это является существенным преимуществом предлагаемого алгоритма перед традиционными [76, 248, 252, 253].

3.7.3 СИНТЕЗ АДАПТИВНЫХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

3.7.3.1 Большой интерес к БПЛА, наблюдаемый в последние пять лет, обусловлен возможностью их применения при решении различного круга задач, к которым обычно относят задачи наблюдения и контроля, телекоммуникационные задачи и др. [402 – 407]. Одной из разновидностей БПЛА являются привязные дроны (ПБПЛА).

«В соответствии с классификацией из [402] к ПБПЛА относятся БПЛА, у которых в качестве крыльев выступают роторы (от четырех до восьми), энергия подается на борт с помощью гибкого кабеля-троса питания. Данное обстоятельство снимает ограничение на время нахождения аппарата в воздухе, а также исключает необходимость загрузки в память бортового вычислителя электронной карты местности. Длина кабеля-троса регулируется в пределах от 50 м до 300 м в зависимости от устанавливаемой полезной нагрузки [403]. Размеры аппарата не превышают 500 мм, а вес – 25 кг. Полезная нагрузка зависит от длины кабеля-троса. При наиболее часто применяемой длине 100 м полезная нагрузка не должна превышать 5 кг.

ПБПЛА может функционировать в двух режимах: вертикального взлета и посадки, а также перемещения в горизонтальной плоскости. В обоих режимах ПБПЛА при перемещении в пространстве разматывает трос в пределах своей длины. В силу малого веса и конструктивных размеров аппарат под порывами ветра может осуществлять эволюции в пространстве, часть из которых является недопустимыми с точки зрения аэродинамики роторной конструкции [404]. Причиной их неустойчивости является отсутствие восстанавливающего момента по отклонению относительно центра масс и малое демпфирование этого движения [408 – 410]. Неустойчивость ПБПЛА делает необходимым ведение постоянного управления процессом стабилизации положения аппарата в пространстве с

помощью задания специальных режимов вращения роторов [404, 409, 410]. Указанную функцию осуществляет бортовая система управления на основе специально вводимых алгоритмов определения местоположения ПБПЛА по данным устанавливаемых на борту систем [409, 410].

Вследствие особенностей компоновки ПБПЛА, его малых массогабаритных размеров, а также удовлетворения требования минимизации стоимости бортовые системы выполняются в виде «OEM»-модулей типовой комплектации. В состав стандартной навигационной платы БПЛА входит канал связи с Глобальной навигационной спутниковой системой (ГНСС) и соответствующее программное обеспечение для определения местоположения аппарата [410]. Однако международный опыт эксплуатации БПЛА показал, что указанный канал может быть использован для воздействия спуфинг-атак [411, 412], в результате которых осуществляется незапланированное изменение траектории движения аппарата. Для исключения этой возможности современные БПЛА осуществляют определение своего местоположения без использования навигационной информации от ГНСС, т.е. в автономном режиме. При этом процесс определения местоположения объекта включает два этапа. На первом этапе положения объекта определяется на основе информации, поступающей с датчиков бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС, *strapdown inertial navigation system, SINS*) поступают данные об углах крена (*roll*), тангажа (*pitch*) и рыскания (*yaw*). На втором этапе осуществляется уточнение местоположения (*self-localization*) объекта, поскольку точность получаемых от БИНС данных по дальности существенно падает по мере нахождения аппарата в воздухе [413], и для точного определения местоположения аппарата без использования ГНСС требуется избыточность данных.

Уточнение местоположения осуществляется на основе данных датчиков системы «технического зрения» [402]. В современных БПЛА с вертикальным взлетом и посадкой, но не привязных, наиболее широко применяются два типа датчиков: оптико-электронные (*OE*) и инфракрасные (*IR*) [405]. В данной сдвоенной системе инфракрасные датчики используются для организации посадки

дрона в ночное время и включаются на высоте 4 м от поверхности Земли. Для указанной комплектации датчиков разработано большое число алгоритмов определения местоположения БПЛА [73, 409, 413 – 419].

В то же время при больших (порядка 100-300 м) высотах и необходимости обеспечения стабилизации положения дрона система датчиков *OE/IR* является принципиально неприемлемой, что существенно снижает возможности аппарата по времени нахождения в воздухе. В связи с этим можно использовать в качестве дополнительного источника информации данные о положении реперной точки, которые можно получить с антенны радиорадара, входящего в состав традиционной платы навигации, например, «*OEM*»-модуля *IWR1642 Single-Chip*. Построение радара по технологии *MIMO* [176], а также требуемая небольшая зона обзора, позволяет обеспечить его функционирование в пределах подаваемой на борт ПБПЛА мощности по кабелю [420]. Дополнительным преимуществом такой замены является упрощение процесса обработки данных в бортовом вычислителе, поскольку данные с радара поступают уже в бинарном виде. Указанный факт становится актуальным в силу требований низкой стоимости и малых массогабаритных размеров, предъявляемых в целом к ПБПЛА.

Выбор и разработка алгоритма обработки поступающей с бортовых датчиков информации при обеспечении требуемой надежности оценки местоположения аппарата должны сопровождаться оценкой влияния точностных характеристик датчиков на величину погрешности получаемых результатов. Это позволяет собрать конструкцию аппарата, удовлетворяющего критерию «цена-качество» [10].

3.7.3.2 В [6] показано, что наибольшие погрешности (до 3 м) наблюдаются для данных, формируемых БИНС. Формируемые радиорадаром данные могут вызвать погрешности порядка 1,2 м. Следовательно, при выборе БИНС необходимо использовать датчики с меньшей величиной погрешностей измерений или использовать алгоритмы, обеспечивающие повышение точности, которая связана с уровнем интеллектуализации алгоритмов обработки информации. Их основой являются математические модели, которые являются следствием законов

движения, представленных в форме дифференциальных уравнений или вариационных принципов. Закон движения устанавливает зависимость состояния объекта от управляющего воздействия. При случайном воздействии для решения задачи оценки параметров траектории движения традиционно используются методы статистического синтеза [421]. Среди решений, полученных на их основе, наиболее распространены алгоритмы калмановской структуры [421, 422]. Характерными недостатками являются относительно высокая вычислительная сложность и слабая зависимость коэффициентов обратной связи от наблюдений в установившемся режиме [401, 423, 424]. В результате получили распространение квазиоптимальные алгоритмы оценивания [401, 421]. При этом ошибка выбора класса модели динамики объекта может приводить к неприемлемо высоким ошибкам оценивания. Это является одной из причин развития методов адаптивной динамической фильтрации [400, 424].

В случае, когда вектор состояния полагается квазидетерминированным, задача оценивания ставится как задача синтеза оптимального управления. Один из эффективных подходов к решению такой экстремальной задачи основывается на использовании условия о максимуме функции обобщенной мощности [107, 349, 378, 425 – 430], что приводит к получению общей структуры математической модели управляемой динамической системы с адаптацией к наблюдаемой динамике [378, 426, 427].

Результаты простого комплексирования данных измерений при оценке параметров углового положения без учета кинематических связей и адаптации модели динамики приводят к существенным – в среднем 5^0 – 6^0 и в отдельные моменты до 10^0 – 12^0 ошибкам на выходе фильтров в режиме высоких скоростей изменения углового положения.

Рассмотрим вариант применения алгоритма «грубой оценки» (3.98), (3.99) на примере обработки измерительной информации датчиков ориентации – акселерометра и гироскопа. Это позволяет повысить точность оценки параметров углового положения. Результаты математического моделирования представлены на рисунках 3.13 – 3.15.

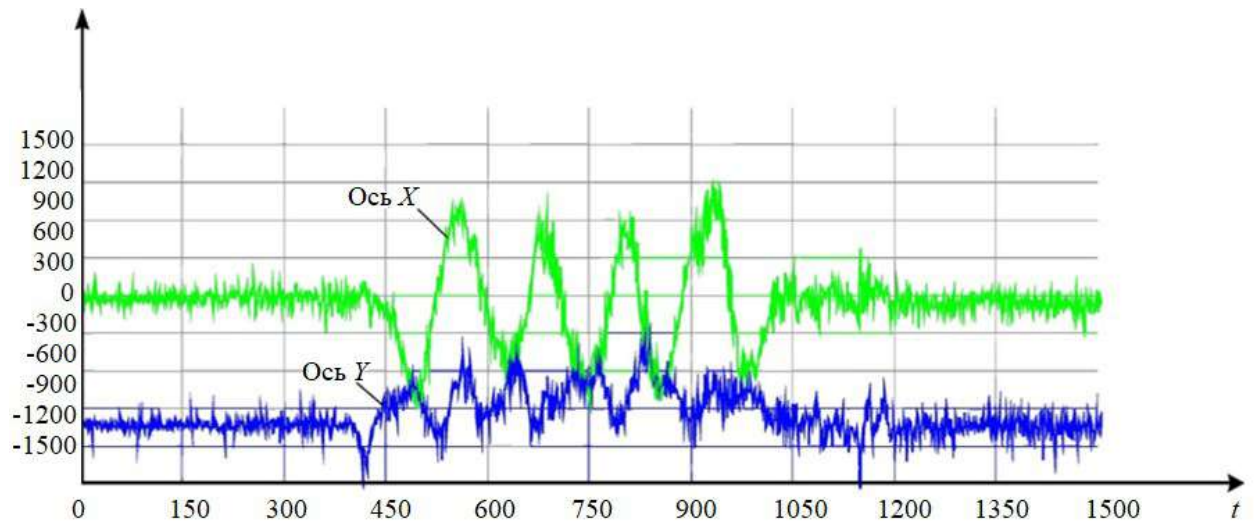


Рисунок 3.13 – Исходные данные акселерометра

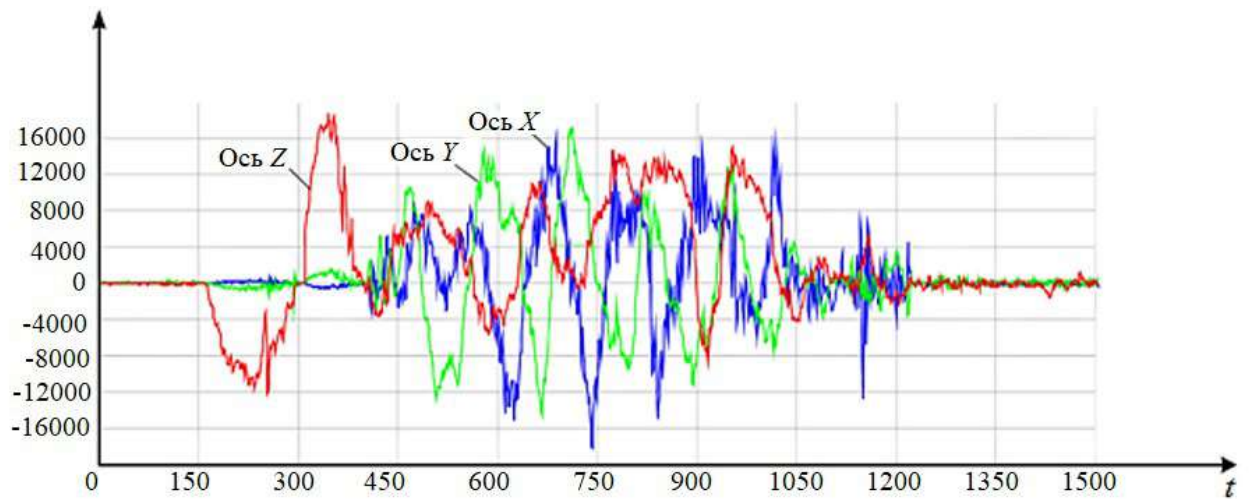


Рисунок 3.14 – Исходные данные гироскопа

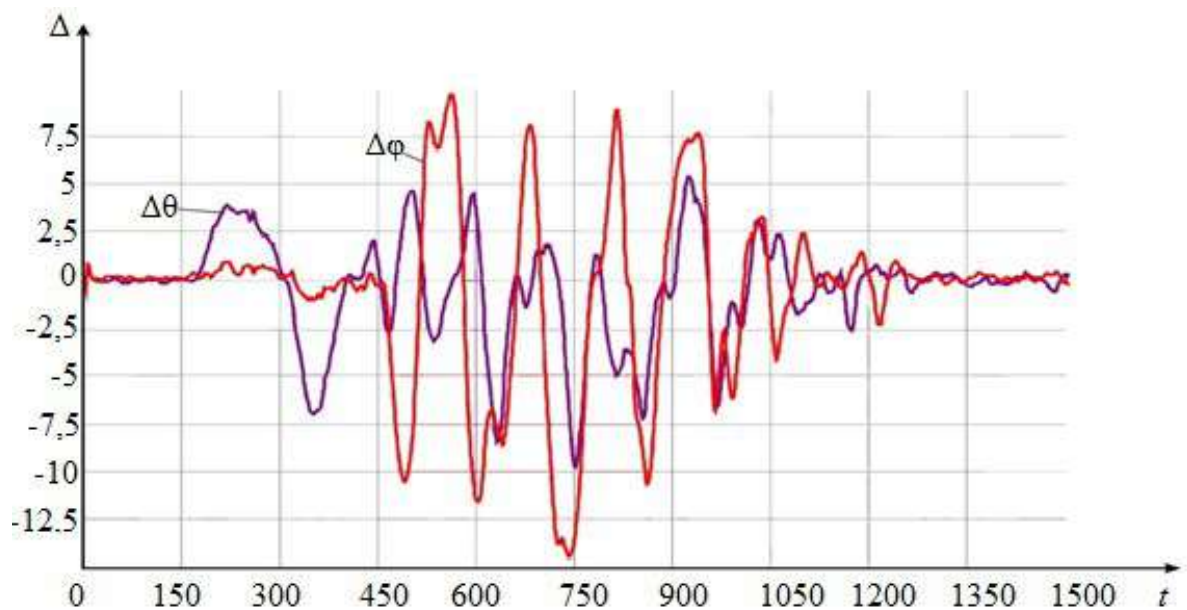


Рисунок 3.15 – Оценки абсолютных ошибок углового положения

3.8 МЕТОД СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

3.8.1 ОБЩИЙ ВИД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Неотъемлемая часть современных СИ – ПО, которое вносит вклад в результирующую погрешность измерений. В связи с этим повышается важность задачи исследования точностных характеристик программного обеспечения при использовании конкретной методики выполнения измерений в рамках процедуры аттестации программного обеспечения [431, 432]. Один из источников погрешности программного обеспечения СИ – алгоритмы обработки измерительной информации, характеризующиеся различной точностью и степенью корректности оценки погрешности [431], а также вычислительной сложностью, которая является значимым критерием для современных измерительных систем.

«Задачи обработки измерительной информации и оценки погрешностей объединяются методами теории математической метрологии [244, 432 – 434]. Ее фундаментальной основой являются различные разделы знаний – теория информации, функциональный анализ, теория случайных функций, теория связи, автоматическое управление, прикладная теория сигналов. При практической реализации требуется адаптировать полученные результаты к условиям измерительных экспериментов для оценки искажений, вносимых измерительными преобразованиями [326, 431, 432, 435 – 437].

При измерениях быстроизменяющихся физических величин основной интерес, как правило, представляет динамическая составляющая систематической погрешности, обусловленная инерционными свойствами преобразования (преобразователя) – алгоритма обработки данных при измерениях [432, 435]. Анализ результатов таких преобразований в общем случае нетривиален, поскольку

связан с решением некорректной обратной измерительной задачи [49, 125, 326, 432].

Исследование алгоритмов обработки измерительной информации с целью определения их характеристик на унифицированных моделях исходных данных называют исследовательской или общей аттестацией алгоритмов. Актуальной является задача создания методов обработки измерительной информации для повышения эффективности исследовательской аттестации алгоритмов [431, 435]. Один из возможных подходов к достижению этой цели состоит в построении эталонных пар данных. Для этого необходимо решать некорректные обратные задачи и затрачивать достаточно большие вычислительные ресурсы [7 – 9]. В работах [49, 120, 125] представлен подход на основе условия максимума функции обобщенной мощности, который позволяет получить эффективное с точки зрения объёма вычислительных затрат приближённое решение обратной измерительной задачи, зависящее от формы синтезирующей функции. Развитие полученных в этих работах результатов требует исследования методов построения синтезирующей функции, вариантов синтеза конструктивных вычислительных алгоритмов и рекомендаций по применению результатов в процедурах общей аттестации алгоритмов обработки данных.

В измерительных системах неизбежно присутствуют элементы, которые вносят амплитудно-фазовые искажения. Эти искажения могут быть обусловлены как частотно-избирательными свойствами элементов измерительной цепи, так и входящими в программное обеспечение алгоритмами усреднения, сглаживания, фильтрации и т. д. [435, 438]. Общий вид математической модели инерционных измерительных преобразований может быть представлен уравнением Фредгольма первого рода [432]:

$$\tilde{x}(t) = \int_0^t U(t') h(U, t, t') dt', \quad (3.106)$$

где $\tilde{x}$ – результат преобразования входного воздействия U ; $h(U, t, t')$ – нелинейная импульсная переходная характеристика; t – время, t' – переменная

интегрирования.

Основой решения задачи оценки искажений, вносимых преобразованием (3.106), которые, собственно, и определяют динамическую погрешность, является обратная измерительная задача [120, 125] поиска оценки входного воздействия $U \in X$ по результату преобразования $\hat{x} \in R$ из условия минимума целевого функционала [326]:

$$J = R_{\xi}^{-1} \int_0^t \left[\tilde{x}(\tau) - \int_0^{\tau} h(t', t'') \hat{U}(t') dt' \right]^2 d\tau = R_{\xi}^{-1} \int_0^t \left[\tilde{x}(\tau) - \hat{x}(\tau) \right]^2 d\tau = \int_0^t F(\tilde{x}, \hat{x}(\hat{U})) d\tau, \quad (3.107)$$

где $h(t', t'')$ – линейная импульсная переходная характеристика.

Множество допустимых оценок входных воздействий определяется как

$$X = \{U \mid |U| \leq K, K = \text{const}\}, \quad (3.108)$$

где K – диапазон изменения входного воздействия.

Требуется синтезировать алгоритм оценки динамической погрешности инерционных измерительных преобразований (3.106) по критерию минимума погрешности измерений (3.107).

При построении алгоритмов цифровых измерительных преобразований с целью определения причинного воздействия (входного воздействия или измеряемого сигнала), по результатам которого можно судить о динамической погрешности, необходимо найти регуляризированные приближённые решения обратной задачи (3.106) – (3.108). Эти решения можно получить разными способами [326].

В классической теории решения обратных задач существуют три подхода. Первый подход связан с дискретизацией исходного уравнения путем замены интеграла интегральной суммой по некоторой квадратурной формуле. В результате получают вырожденную или плохо обусловленную систему линейных алгебраических уравнений. Её приближённое решение должно быть устойчиво к малым изменениям вектора правой части. Решают задачу, например, методом

регуляризации. В рамках вариационного подхода берут дискретный аналог стабилизатора и образуют аналог сглаживающего функционала. Затем осуществляют переход к уравнению Эйлера в виде регуляризованной системы линейных алгебраических уравнений. Решения этой системы (с соответственно подобранными значениями параметра регуляризации) и будут приближёнными решениями обратной задачи.

Второй подход подразумевает дискретизацию сглаживающего функционала и минимизацию функции многих переменных с последующим определением параметра регуляризации.

Третий подход – дискретизация краевой задачи для уравнения Эйлера и решение получающейся при этом системы линейных алгебраических уравнений.

Эти способы не эквивалентны друг другу [326]. Каждый из подходов достаточно хорошо исследован, а препятствием к их широкому внедрению в метрологическую практику служат значительный объём вычислительных затрат и сложность построения последовательных приближений для регуляризованных решений [119, 326].

Однако в большинстве случаев, которые традиционно рассматриваются в метрологической практике, линейную переходную характеристику $h(t', t'')$ приближённо можно найти в виде решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка [50]

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\tilde{x}} + a\dot{\tilde{x}} + b\tilde{x} &= U; \\ \tilde{x}(0) &= \tilde{x}_0; \\ \dot{\tilde{x}}(0) &= \dot{\tilde{x}}_0, \end{aligned} \right\} \quad (3.109)$$

где a, b – коэффициенты, физический смысл которых зависит от конкретной измерительной задачи.

Таким образом, обратная измерительная задача построения решения интегрального уравнения (3.106) в приближении моделей, используемых в метрологической практике [49, 119, 125, 432], эквивалентна обратной задаче поиска $\hat{U}$ по критерию минимума (3.107) с учётом условия (3.108) и уравнения

(3.109) [10, 49, 326]. Решение обратной измерительной задачи (3.107) – (3.109) можно получить из (2.173) на основе следующего выражения [10, 49, 120, 125, 326]:

$$\max_{|U| \leq K} \left[\lambda U + \frac{\partial F}{\partial \tilde{x}} \right] \dot{q} = \max_{|U| \leq K} \Phi(U, \tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \lambda). \quad (3.110)$$

Из (3.110) с точностью до синтезирующей функции $\mu(\hat{q}, \dot{\hat{q}})$ имеем [10, 49, 120, 125, 326]:

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}(\hat{\tilde{x}}, \dot{\hat{\tilde{x}}}) &= \lambda^{-1} \left[\mu(\hat{\tilde{x}}, \dot{\hat{\tilde{x}}}) \dot{\hat{\tilde{x}}} - R_{\xi}^{-1} [\tilde{x} - \hat{\tilde{x}}] \right]; \\ \ddot{\hat{\tilde{x}}} + a\dot{\hat{\tilde{x}}} + b\hat{\tilde{x}} &= \hat{U}. \end{aligned} \right\} \quad (3.111)$$

Семейство математических моделей (3.111), используемых для построения обратных измерительных преобразований, обусловлено структурой синтезирующей функции и применяемым методом конечно-разностной аппроксимации, которые определяют конкретный алгоритм решения поставленной обратной измерительной задачи» [50].

3.8.2 ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

3.8.2.1 Рассмотрим случай измерения температуры. Математическая модель устройства преобразования измерительной информации представляется разрешенным относительно старшей производной дифференциальным уравнением Лагранжа второго рода [439]

$$\ddot{\hat{\tilde{x}}} + a\dot{\hat{\tilde{x}}} + b\hat{\tilde{x}} = U, \quad a = \lambda_t \left(\frac{S_s}{c_s} + \frac{S_o}{c_o} \right) + \alpha_0 \frac{S_o}{c_o}, \quad b = \lambda_t \frac{S_s}{c_s} \alpha_0 \frac{S_o}{c_o}, \quad (3.112)$$

где $\hat{\tilde{x}}$ – выходной измерительный сигнал, например, напряжение; U – измеряемая температура; λ_t – коэффициент теплопроводности промежутка между чувствительным элементом и оболочкой; S_o, S_s – площади поверхностей оболочки

и чувствительного элемента; c_o, c_s – полные теплоемкости оболочки и чувствительного элемента; α_0 – коэффициент конвекционного обмена оболочки со средой.

Пусть в рассматриваемом случае имеют место прецизионные измерения и уравнение наблюдения имеет вид

$$y(t) = \hat{x}(t). \quad (3.113)$$

Требуется найти такие оценки $\hat{U}(t)$, что

$$J = 0,5 \int_{t_0}^{t_k} [\tilde{x}(t) - \hat{x}(t, \hat{U})]^2 dt \rightarrow \min. \quad (3.114)$$

Решим задачу на основе условия максимума функции обобщенной мощности. С учетом (3.30), выбора синтезирующей функции, выражения, аналогичного кинетической энергии [56]

$$T = 0,5 a \dot{\tilde{x}}^2, \quad (3.115)$$

где a – некоторый неотрицательный коэффициент, характеризующий инерционные свойства динамической системы (3.112), имеем

$$\ddot{\tilde{x}} + a\dot{\tilde{x}} + b\tilde{x} = -\lambda^{-1} \left[\frac{a\dot{\tilde{x}}^2 \left| (\tilde{x} - \hat{x}) \right|}{2 \left| U \hat{x} + C \right|} \text{sign} \dot{\tilde{x}} + (\tilde{x} - \hat{x}) \right] = \hat{Y}. \quad (3.116)$$

Это уравнение динамической оценки $U(t)$ по результатам измерений $y(t)$.

При решении задач коррекции динамической погрешности широкое применение находит квазиоптимальная обратная связь [440]

$$\ddot{\tilde{x}} + b\dot{\tilde{x}} + c\tilde{x} = k_p (\hat{x} - \tilde{x}) + k_o (\dot{\hat{x}} - \dot{\tilde{x}}) + k_u \int_{t_0}^{t_1} (\hat{x} - \tilde{x}) dt, \quad (3.117)$$

где k_p – коэффициент передачи; k_o – постоянная дифференцирования; k_u – постоянная интегрирования. Она, например, реализуется в современных серийных измерительных преобразователях [330].

Оценим эффективность применения условия максимума функции обобщенной мощности (3.116) путем сравнения с результатами оценивания по (3.117). При проведении математического моделирования было принято:

- динамические параметры математической модели устройства преобразования измерительной информации (3.112) $a = 2$, $b = 25$;

- на вход СИ подается тестовый сигнал – единичная ступенчатая функция

$$U(t) = 1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0,5, \\ 1, & t \geq 0,5; \end{cases} \quad (3.118)$$

- численное моделирование проводилось для следующих начальных условий и параметров: $\hat{x}(0) = 0$, $\dot{\hat{x}}(0) = 0$, $\lambda^{-1} = 6,399 \cdot 10^4$, $0,5a = 0,600$, $|U| = 1,000$, $C = 0,500$, $k_p = -1,002$, $k_o = 4,500 \cdot 10^{-5}$, $k_u = 0,030$. Все величины взяты в безразмерных единицах. Результаты математического моделирования [120] показаны на рисунке 3.16.

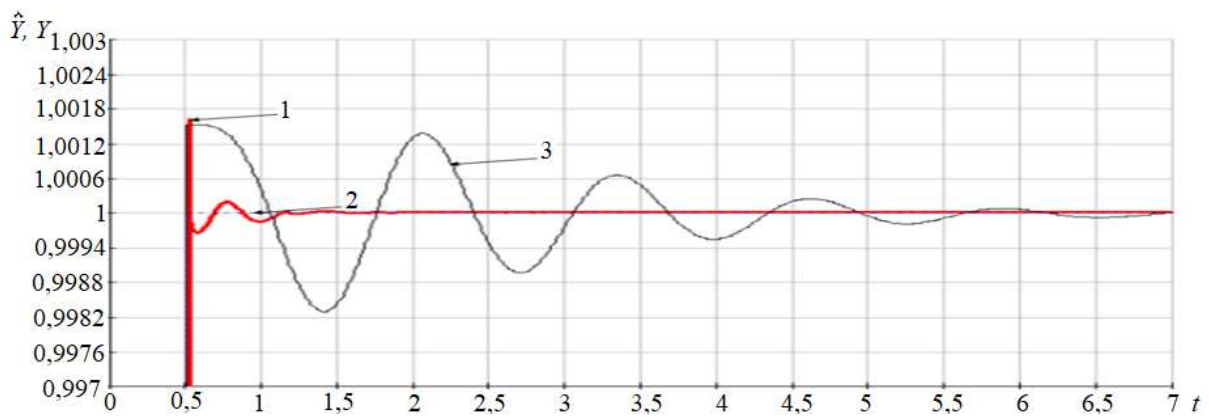


Рисунок 3.16 – Оценки входного измерительного сигнала

На рисунке 3.16 цифрами обозначено: 1 – оценка входного измерительного сигнала $\hat{U}(t)$, полученная на основе условия максимума функции обобщенной мощности (3.116); 2 – входной измерительный сигнал $U(t) = Y$ (3.118); 3 – оценка входного измерительного сигнала $\hat{U}(t) = \hat{Y}$, полученная на основе квазиоптимальной обратной связи (3.117). Для оценки погрешности измерения (3.114) получено: $J = 1,187 \cdot 10^{-4}$ – для предложенного метода (3.116), $J = 1,517 \cdot 10^{-4}$ – для квазиоптимального (3.117). Как видно, классический способ коррекции динамической погрешности на основе обратной связи (3.117) уступает по точности (3.116).

3.8.3 ОБОБЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ И АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Поиск структуры синтезирующей функции $\mu(\hat{\tilde{x}}, \dot{\tilde{x}})$ связан с необходимостью определения для неё условий, которые связывают значения результата преобразования и скорости его изменения. Так, скобки Пуассона позволяют найти связь между динамическими величинами способом, который не зависит от системы координат. В рамках гипотезы о стационарности функции Гамильтона структура в соответствии с (2.239) синтезирующей функции будет следующей [10]:

$$\mu(\hat{\tilde{x}}, \dot{\tilde{x}}) = -\left| \dot{\tilde{x}} \right| / \left| R_{\xi}^{-1} [\tilde{x} - \hat{\tilde{x}}] + \sqrt{\lambda R_{\xi}^{-1}} \varepsilon \right|, \quad (3.119)$$

где ε – постоянный множитель.

С учётом структуры (3.119) математическая модель измерительного преобразования примет вид

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}(\hat{\tilde{x}}, \dot{\tilde{x}}) &= \lambda^{-1} \left[-\frac{\left| \dot{\tilde{x}} \right| \dot{\tilde{x}}}{\left| R_{\xi}^{-1} [\tilde{x} - \hat{\tilde{x}}] + \sqrt{\lambda R_{\xi}^{-1}} \varepsilon \right|} - R_{\xi}^{-1} [\tilde{x} - \hat{\tilde{x}}] \right]; \\ \ddot{\tilde{x}} + a\dot{\tilde{x}} + b\tilde{x} &= \hat{U}. \end{aligned} \right\} \quad (3.120)$$

Конечно-разностная аппроксимация выражений (3.120) позволяет получить структуру алгоритмов обработки данных на основе условия максимума функции обобщенной мощности:

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}(k) &= -R_{\xi}^{-1} \lambda^{-1} (\tilde{x}(k-1) - \hat{\tilde{x}}(k-1)) - \lambda^{-1} \mu(\hat{\tilde{x}}, k-1, k-2); \\ \hat{\tilde{x}}(k) &= \alpha \hat{\tilde{x}}(k-1) - \beta \hat{\tilde{x}}(k-2) - R_{\xi}^{-1} \lambda^{-1} \Delta T^2 \hat{\tilde{x}}(k-1) - \\ &\quad - \lambda^{-1} \Delta T^2 \mu(\hat{\tilde{x}}, k-1, k-2), \end{aligned} \right\} \quad (3.121)$$

где $k=t/\Delta T$ – текущий момент времени; ΔT – интервал дискретизации; параметры

$\alpha = 2 - \Delta T a - \Delta T^2 (b - R_\xi^{-1} \lambda^{-1})$, $\beta = 1 - \Delta T a$; $\mu(\hat{x}, k-1, k-2)$ – дискретная форма синтезирующей функции. С учётом структуры (3.119) получим [50]

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}(k) &= -R_\xi^{-1} \lambda^{-1} (\tilde{x}(k-1) - \hat{x}(k-1)) - \\ &\quad - \frac{[\hat{x}(k-1) - \hat{x}(k-2)]^2 \operatorname{sign}(\hat{x}(k-1) - \hat{x}(k-2))}{\lambda \Delta T^2 |\tilde{x}(k-1) - \hat{x}(k-1)| + \varepsilon \sqrt{\lambda R_\xi^{-1}}}; \\ \hat{x}(k) &= \alpha \hat{x}(k-1) - \beta \hat{x}(k-2) - R_\xi^{-1} \lambda^{-1} \Delta T^2 \hat{x}(k-1) - \\ &\quad - \frac{\lambda^{-1} [\hat{x}(k-1) - \hat{x}(k-2)]^2 \operatorname{sign}(\hat{x}(k-1) - \hat{x}(k-2))}{|\tilde{x}(k-1) - \hat{x}(k-1)| + \varepsilon \sqrt{\lambda R_\xi^{-1}}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.122)$$

При решении обратной измерительной задачи можно строить эталонные пары данных: входное воздействие–результат преобразования. Идентификация параметров преобразования для сигнала конкретного вида позволяет получить алгоритм его восстановления с учетом искажений, вносимых ПО.

3.8.4 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

ПО современных СИ и измерительных систем содержит измерительные процедуры обработки результатов измерений, которые в общем случае описываются зависимостью [441]:

$$\hat{x}(k) = \alpha_1 U(k) + \alpha_2 U(k-1) + \alpha_3 U(k-2) + \dots + \alpha_m U(k-m), \quad (3.123)$$

где α_i – параметры; $i = \overline{1, m}$, m – число измерений.

Зависимость (3.123) соответствует дискретному измерительному преобразованию, которое следует из обобщённой математической модели в форме уравнения Фредгольма первого рода (3.106).

При разработке ПО, как правило, используют более простые по сравнению с (3.123) варианты обработки данных на основе скользящего среднего, экспоненциального сглаживания, алгоритмов с адаптацией и т. д. [212, 441, 442]. Например, рекуррентная форма записи алгоритма экспоненциального сглаживания имеет вид

$$\hat{x}(k) = \alpha U(k) + \beta \hat{x}(k-1), \quad (3.124)$$

где α – параметр сглаживания, $0 \leq \alpha \leq 1$; параметр $\beta = 1 - \alpha$. Вес оценок изменяется по степенному закону, что позволяет учесть инерционные свойства протекающих процессов за счёт выбора параметра сглаживания [212, 442].

Экспериментальная оценка динамической погрешности алгоритма экспоненциального сглаживания получена при математическом моделировании с использованием типового ступенчатого воздействия. Это моделирует калибровку предлагаемого алгоритма и исследовательскую аттестацию программных модулей сглаживания данных. В ходе эксперимента реализован процесс идентификации параметров модели (3.122). Полученные переходные характеристики [50] представлены на рисунке 3.17, где U , $\hat{U}$ – входное воздействие и его оценка соответственно; $\hat{x}$ – результат преобразования входного сигнала программным модулем экспоненциального сглаживания с параметром сглаживания $\alpha = 0,1$ [212, 442].

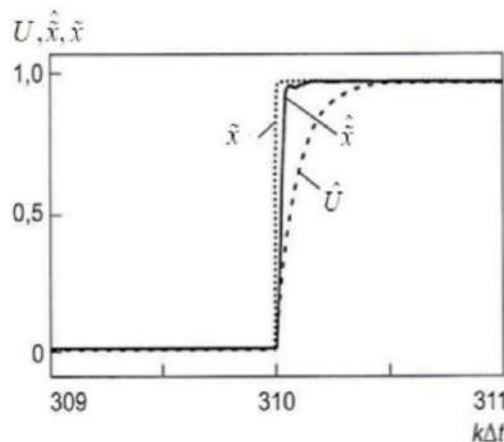


Рисунок 3.17 – Оценка $\hat{U}$ входного воздействия U и оценка $\hat{x}$ результата преобразования входного сигнала $\tilde{x}$ программным модулем экспоненциального сглаживания с параметром сглаживания $\alpha = 0,1$

Корректность оценок динамической погрешности определяется положенным в основу процедуры синтеза целевым функционалом, характеризующим невязку измерений. Степень корректности полученных оценок в относительных единицах определяется разностью погрешностей измерения (отклонений от идеальной формы ступенчатого воздействия), рассчитанных в смысле критерия (3.107), для алгоритмов (3.124) и (3.123). Установлено, что новый алгоритм обеспечивает уменьшение погрешности измерения в сравнении с алгоритмом экспоненциального сглаживания по критерию (3.107) примерно на 30%.

На рисунке 3.18 показан результат q искажения входного воздействия, внесённого ПО, в задачах измерения импульсного напряжения, а также оценка $\hat{U}$ входного воздействия [175], полученная с использованием алгоритма (3.122). Предлагаемая вычислительная схема может быть отнесена к алгоритму «грубой» оценки в дискретном времени, который отличается оперативностью и характеризуется объемом вычислительных затрат, пропорциональным общему числу дискретных отсчётов сигнала n . Для сравнения, прямые градиентные методы решения некорректных обратных измерительных задач, а также решение систем плохо обусловленных линейных алгебраических уравнений или дискретизация краевой задачи для уравнения Эйлера характеризуются объемом вычислительных затрат, по меньшей мере пропорциональным n^2 . Это позволяет избежать трудностей вычислительного характера, которые проявляются при большой размерности дискретного аналога интегрального уравнения.

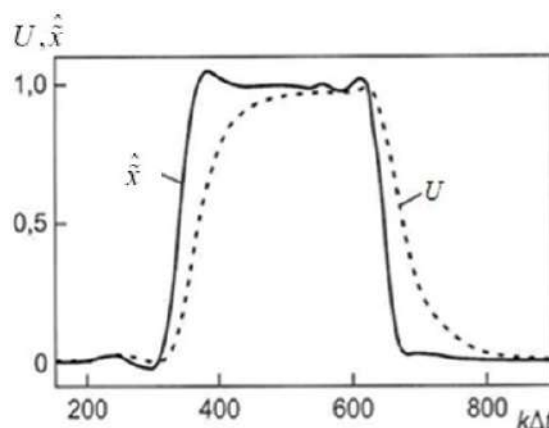


Рисунок 3.18 – Результат искажения импульса и оценка входного воздействия

Разработанная модель обратного измерительного преобразования служит основой для построения вычислительных алгоритмов обработки данных и характеризуется нелинейной структурой. Результаты математического моделирования подтверждают возможность использования полученного решения обратной измерительной задачи при общей аттестации ПО для оценки динамических погрешностей алгоритмов обработки данных.

3.9 ВТОРАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ ЗАДАЧА: СИНТЕЗ ФИЛЬТРОВ В НЕПРЕРЫВНОМ И ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАЗИДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ

3.9.1 ИНВАРИАНТНОЕ ПОГРУЖЕНИЕ В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ

В результате решения первой оптимизационной задачи установлена структура вектор-функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$, т.е. теперь справедливо принять, что вся информация о действующих на систему причинных факторах заложена в вектор-функции $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t)$. На ее основе синтезированы адаптивные алгоритмы «грубой оценки» вектора состояния. Тогда задача фильтрации сводится к получению оценки $\hat{\mathbf{x}}(s)$ процесса (3.3), когда момент времени s , в который желательно получить оценку, соответствует точке t интервала наблюдения $[0, t]$ и t увеличивается, из условия минимума расширенного целевого функционала [399, 421]

$$J_2 = J + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{w}^T(t) \mathbf{R}_w^{-1} \mathbf{w}(t) dt. \quad (3.125)$$

Согласно [77] оценка $\hat{\mathbf{x}}(s)$, соответствующая минимуму функционала (3.125), удовлетворяет ДТКЗ

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(s) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(s), s) - \mathbf{G} \mathbf{R}_w \mathbf{G}^T \mathbf{w}(s), \quad (3.126)$$

$$\dot{\mathbf{w}}(s) = \mathbf{R}_\xi^{-1} [\mathbf{y}(s) - \hat{\mathbf{x}}(s)] - \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{w}(s), \quad (3.127)$$

при граничных условиях [77,443]

$$\mathbf{w}(t) = 0, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}^0 + \mathbf{P}^0 \mathbf{w}(0), \quad (3.128)$$

где $\mathbf{P}^0$ – заданная матрица; $\mathbf{x}^0$ – начальное значение оценки.

Требуется найти $\hat{\mathbf{x}}$ как функцию t при увеличении интервала наблюдения. Подобного рода задачи с успехом решаются разработанным Р. Беллманом методом «инвариантного погружения» [77]. Следуя ему, рассмотрим ДТКЗ с ненулевым граничным условием

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{c}, \quad (3.129)$$

где $\mathbf{c}$ – постоянная. Тогда получим

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) + \mathbf{P} \mathbf{R}_\xi^{-1} [\mathbf{y} - \hat{\mathbf{x}}], \quad \dot{\mathbf{P}} = \frac{\partial \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{P} + \mathbf{P} \frac{\partial \mathbf{f}^T(\hat{\mathbf{x}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{x}}} - \mathbf{P} \mathbf{R}_\xi^{-1} \mathbf{P} + \mathbf{G} \mathbf{R}_w \mathbf{G}^T \quad (3.130)$$

с начальными условиями:

$$\mathbf{P}(0) = \mathbf{P}^0, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}^0. \quad (3.131)$$

Таким образом, уравнения фильтра характеризуются новой структурой переходной матрицы системы $\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t)$, полученной из условия максимума функции обобщенной мощности.

3.9.2 СИНТЕЗ ФИЛЬТРА СОПРОВОЖДЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕГО ЭФФЕКТИВНОСТИ

3.9.2.1 Применение метода инвариантного погружения к рассмотренной ДТКЗ при $n=1$ в совокупности с (3.38) позволяет получить [110]

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) + \mathbf{P} \frac{\partial \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{R}_\xi^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}, t)], \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{x}^0, \quad \hat{\mathbf{x}} = [x_1 \quad x_2]^T, \\ \dot{\mathbf{P}} &= \mathbf{P} \frac{\partial \mathbf{f}^T(\hat{\mathbf{x}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{x}}} + \frac{\partial \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{P} + \mathbf{G} \mathbf{R}_w \mathbf{G}^T - \\ &\quad - \mathbf{P} \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \left[\frac{\partial \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}, t)}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{R}_\xi^{-1} [\mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}, t)] \right] \mathbf{P}, \quad \mathbf{P}(0) = \mathbf{P}^0, \end{aligned} \quad (3.132)$$

отличающегося структурой функции, определяющей динамику наблюдаемого процесса

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ -\lambda |\hat{x}_2| \hat{x}_2 \\ L |\hat{x}_1| \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{|\hat{x}_2| \hat{x}_2 \text{sign}(\hat{x}_1)}{\lambda L |\hat{x}_1|^2} & \frac{-\text{sign}(\hat{x}_2) \hat{x}_2 - |\hat{x}_2|}{\lambda L |\hat{x}_1|} \end{bmatrix}. \quad (3.133)$$

Сравниваются результаты решения, полученные на основе приведенных выше выражений и традиционной для практики обработки радиолокационной информации модели с гипотезой, что нормальное движение осуществляется с постоянной скоростью, а маневр является следствием возмущения нормальной траектории [248, 323, 421]. Тогда уравнение движения имеет вид [248]

$$\dot{\mathbf{x}}' = \mathbf{F}' \mathbf{x}' + \mathbf{G}' x_3, \quad (3.134)$$

где $\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, x_3 – ускорение.

Способность наблюдаемой динамической системы к нарушению стационарного характера течения процесса определяется ускорением с корреляционной функцией [248]:

$$r(\tau) = \sigma_M^2 \exp(-\alpha |\tau|), \quad (3.135)$$

где σ_M^2 – дисперсия ускорения; α – величина, обратная времени протекания нестационарного процесса. Применение метода Винера-Колмогорова с учетом корреляционной функции (3.135), позволяет выразить ускорение через белый шум математической моделью вида (3.72) [248, 323], которая с учетом принятых обозначений записывается так:

$$\dot{x}_3 = -\alpha x_3 + \eta, \quad (3.136)$$

где η – возбуждающая функция белого шума с дисперсией $2\alpha\sigma_M^2$.

Расширение пространства состояний приводит к известной модели (3.101) [248, 323]. Уравнение наблюдения представлено выражением вида (3.5), где $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{H}\mathbf{x}$, где $\mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0]$. Уравнения фильтра для модели (3.101) имеют вид (3.101) [248, 421], где начальные значения $\hat{\mathbf{x}}^0$ и $\mathbf{P}^0$ определяются в соответствии с [248].

3.9.2.2 Методом статистического моделирования выполнен анализ функционирования разработанного фильтра при сопровождении маневрирующей цели, двигающейся по различным траекториям. В одном пространственном измерении рассматривались четыре варианта движения цели, при котором изменялось ее ускорение. Было принято, что измерялась наклонная дальность. По точности оценок разработанный фильтр сравнивался с классическим линейным ФК [77], а также с фильтром Калмана с моделью, полученной Зингером из предположения, что ускорение и маневр цели коррелированы во времени [248]. За показатель точности была выбрана СКО оценки координаты цели. Рассмотрены четыре варианта траекторий цели. Исходные данные для статистического моделирования представлены в таблице 3.2, где α – величина, обратная постоянной времени маневра.

Таблица 3.2 – Исходные данные для статистического моделирования

		Траектория 1	Траектория 2	Траектория 3	Траектория 4
Начальные значения	координата, м	300000	304100	4000	40000
	скорость, м/с	2,4	- 320	100	220
	ускорение, м с ⁻²	0	0	0	0
Параметры модели Зингера	α , с ⁻¹	0,1	0,1	0,1	0,1
	дисперсия ускорения цели, м ² с ⁻⁴	2400	2160	400	260
СКО шума измерения, м		2000	2000	100	150
Интервал дискретизации, с		5	5	1	1
Количество прогонов при статистическом моделировании		100	100	100	100

Графики изменения координаты, ее скорости и ускорения для нескольких траекторий представлены на рисунках 3.19–3.20. Там же графически представлены результаты статистического моделирования в виде среднеквадратических ошибок оценивания координаты цели сравниваемых фильтров, где цифрой 1 указаны данные, полученные в результате работы разработанного фильтра, цифрой 2 –

фильтра Зингера, 3 – ФК. На рисунках 3.19–3.20 начало маневрирования (изменение скорости и ускорения) обозначено m_{beg} , а окончание – m_{end} .

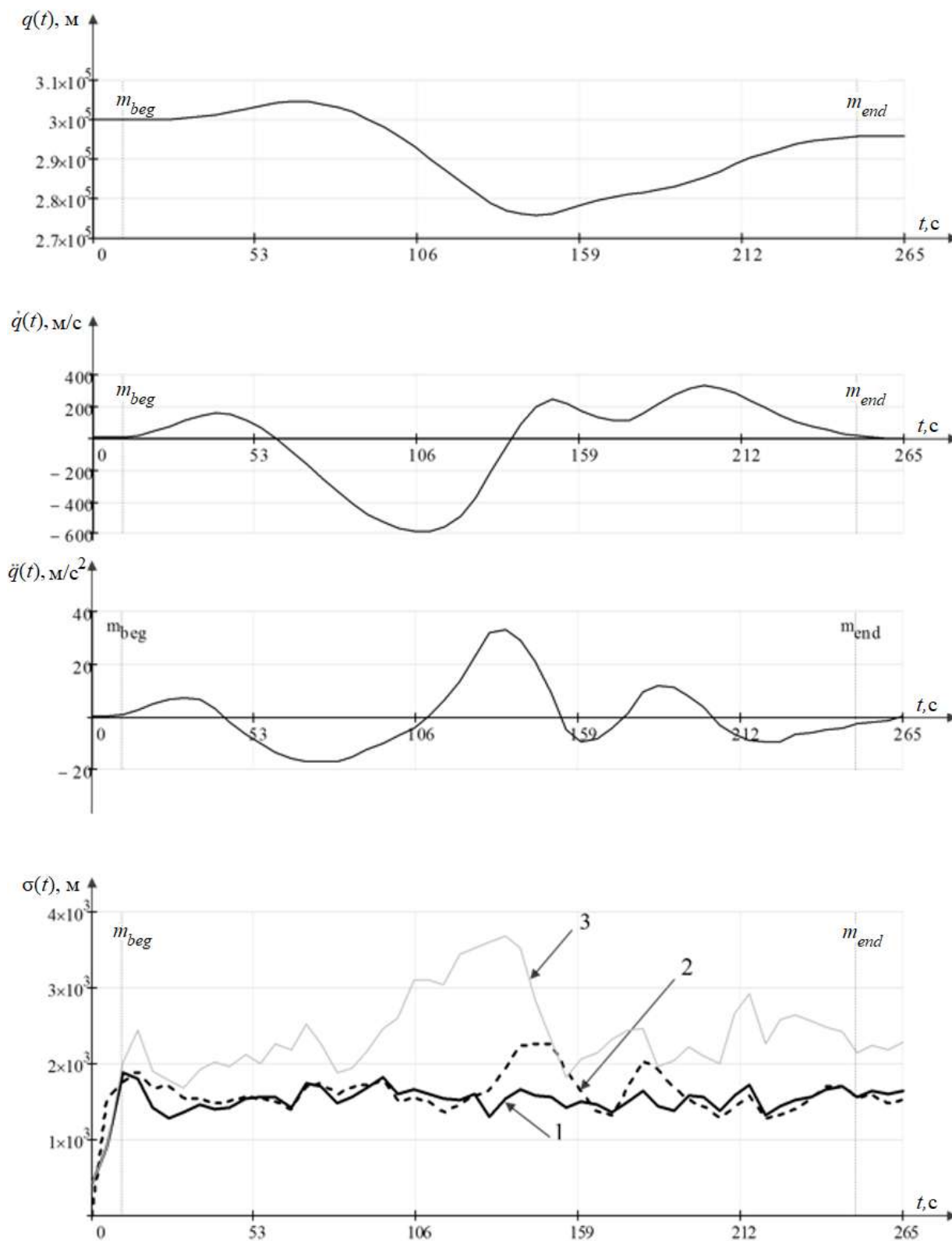


Рисунок 3.19 – Графики изменения координаты, ее скорости и ускорения, СКО оценивания координаты цели

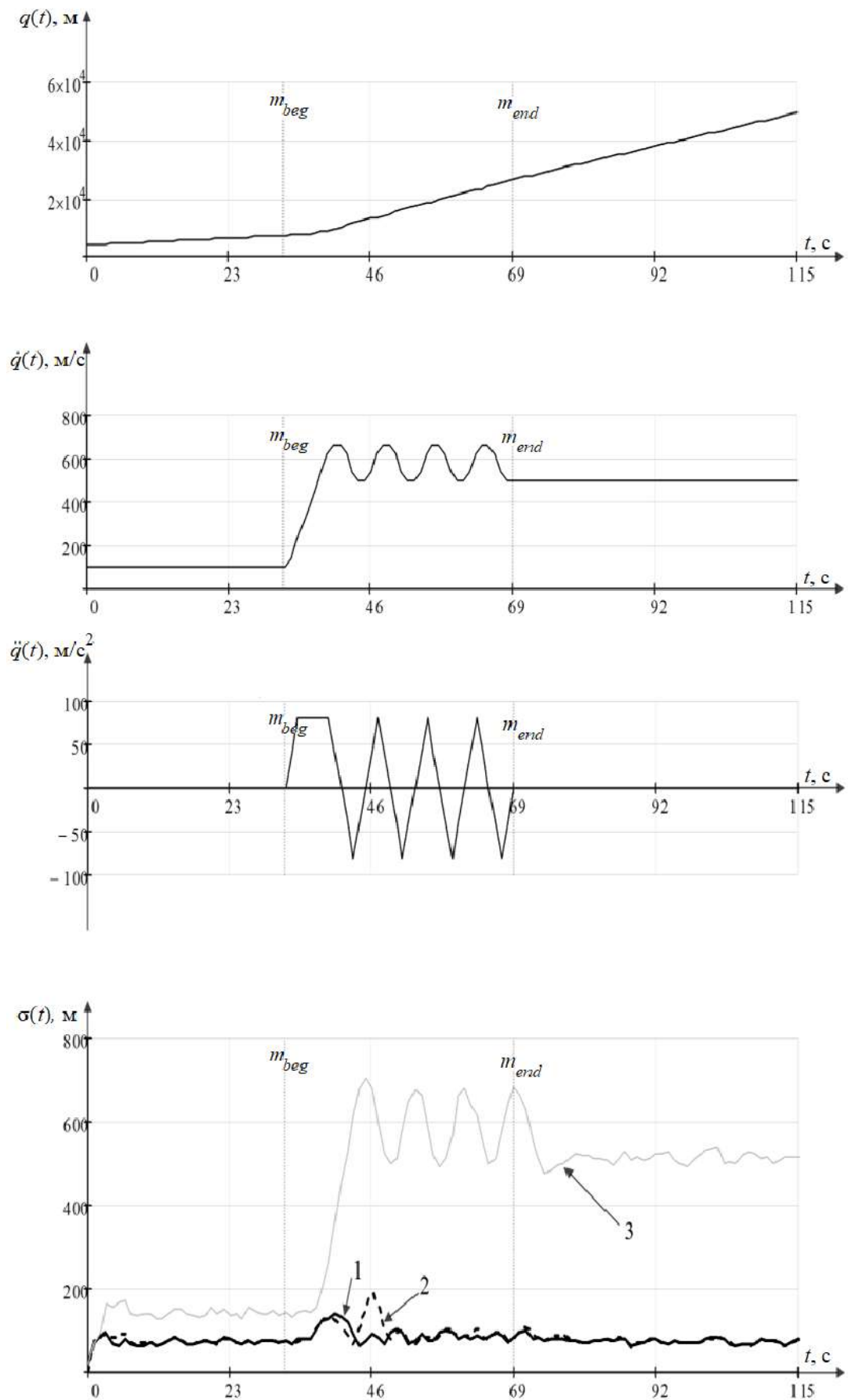


Рисунок 3.20 – Графики изменения координаты, ее скорости и ускорения, СКО оценивания координаты цели

Из рисунков 3.19–3.20 видно, что при равномерном движении цели разработанный фильтр и фильтр Зингера обеспечивают сопровождение практически с равной точностью. Однако, на участке маневрирования разработанный фильтр реагирует быстрее на маневр цели и превосходит по точности фильтр Зингера. Этот результат обусловлен использованием в разработанном фильтре универсальной модели, адаптированной к маневру цели. Следует отметить, что разработанный фильтр существенно превосходит по точности ФК, в котором переходная матрица системы построена из предположения о том, что цель движется с постоянной скоростью.

В таблицу 3.3 сведены результаты статистического моделирования.

Таблица 3.3 – Результаты статистического моделирования

		Траектория 1	Траектория 2	Траектория 3	Траектория 4
Средняя квадратическая ошибка оценки координаты цели за время наблюдения, м	ФК	2407,4	2337,3	452,4	519,9
	ФК с моделью Зингера	1616,9	1516,1	84,9	113,1
	фильтр (3.132)	1520,2	1416,1	80,4	111,3
Выигрыш в точности фильтра (3.132), %	в сравнении с ФК	36,9	39,4	82,2	78,6
	в сравнении с ФК с моделью Зингера	5,9	6,6	5,4	1,6

В таблице 3.4 представлена оценка вычислительных затрат за один цикл работы для реализации сравниваемых фильтров. Под элементарными операциями понимаются операции сложения, вычитания, умножения, деления.

Таблица 3.4 – Вычислительные затраты для реализации фильтров

Фильтр	Необходимое для реализации фильтра количество элементарных операций
ФК	52
ФК с моделью Зингера	214
Фильтр (3.132)	73

Таким образом, фильтр (3.132) за счет реализованной в нем универсальной модели движения адаптируется к маневру цели и обеспечивает в сравнении с традиционными фильтрами более эффективное и менее затратное в вычислительном плане сопровождение маневрирующей цели.

3.9.3 МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ИНВАРИАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ КАК ОСНОВА СТРУКТУРНОЙ АДАПТАЦИИ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ

3.9.3.1 Структура решения задачи оценки в дискретном времени зависит от выбранной математической модели, самого уравнения инвариантного погружения, а также от выбора аппроксимации его решения, поскольку в общем виде по настоящее время оно не получено.

Рассматриваются процессы, удовлетворяющие в дискретном времени векторному разностному уравнению [77, 444]

$$\mathbf{x}(k+1) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(k), k) + \boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{x}(k), k)\boldsymbol{\eta}(k), \quad k = \overline{0, k_f - 1}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (3.137)$$

где $\mathbf{x}(k) \in E^r$ – вектор состояния; $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x}(k), k) \in E^r$ – вектор-функция, структура которой задана; $\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{x}(k), k)$ – матричная функция интенсивности случайных возмущений размерности $r \times m$; $\boldsymbol{\eta}(k) \in E^m$ – случайные возмущения с известными локальными характеристиками

$$M[\boldsymbol{\eta}(k)] = \mathbf{0}, \quad M[\boldsymbol{\eta}(k)\boldsymbol{\eta}^T(l)] = \boldsymbol{\Psi}(k)\delta(k-l), \quad (3.138)$$

где $\Psi(k)$ – ковариационная матрица размерности $m \times m$; $\delta(\cdot)$ – векторная дельта-функция; $\mathbf{x}(0)$ – случайная величина с гауссовским распределением характеризуется математическим ожиданием $\mathbf{m}_x$ и дисперсией $\mathbf{V}_{x_0}^{-1}$; k, l – дискретные текущие моменты времени измерений; k_f – дискретный финальный момент времени измерений; r, n, m – натуральные числа. Предполагается, что матрица $\left(\frac{\partial \Phi(\mathbf{x}(k), k)}{\partial \mathbf{x}(k)} \right)^{-1}$ существует. Наблюдаемый сигнал, получаемый на выходе модели измерительной системы, описывается нелинейным дискретным векторно-матричным уравнением как аддитивная смесь полезного измерительного сигнала и белого гауссовского шума

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) + \zeta(k), \quad (3.139)$$

где $\mathbf{h}(\mathbf{x}(k)) \in E^L$ – известная вектор-функция проекции пространства состояний на пространство наблюдений; $\zeta(k) \in E^L$ – вектор дискретного белого гауссовского шума с известными локальными характеристиками

$$M[\zeta(k)] = \mathbf{0}, \quad M[\zeta(k)\zeta^T(l)] = \mathbf{W}(k)\delta(k-l), \quad (3.140)$$

где $\mathbf{W}(k)$ – ковариационная матрица размерности $L \times L$; L – натуральное число.

Требуется найти оценку состояния из условия экстремума критерия максимума апостериорной плотности вероятностей. Поставленная задача синтеза измерительной процедуры эквивалентна задаче отыскания условий минимума функционала [77], характеризующего погрешность измерения

$$\begin{aligned} J = \frac{1}{2} & \left[\sum_{k=0}^{k_f-1} [\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{h}(\mathbf{x}(k+1))]^T \mathbf{W}^{-1}(k+1) [\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{h}(\mathbf{x}(k+1))] + \right. \\ & \left. + \sum_{k=0}^{k_f-1} \boldsymbol{\eta}^T(k) \Gamma(k) \boldsymbol{\eta}(k) + [\mathbf{x}(0) - \mathbf{m}_x]^T \Psi_{x_0}^{-1} [\mathbf{x}(0) - \mathbf{m}_x] \right]. \end{aligned} \quad (3.141)$$

Решение соответствующей ДТКЗ имеет вид [45]:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \boldsymbol{\Phi}'(\hat{\mathbf{x}}(k), k), \\ \hat{\mathbf{x}}(k_f+1) &= \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) + \mathbf{K}(\hat{\mathbf{x}}(k_f+1|k_f), \mathbf{P}(k_f)) \left\{ \mathbf{y}(k_f+1) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k_f+1|k_f)) \right\},\end{aligned}\quad (3.142)$$

$$\mathbf{K}(\hat{\mathbf{x}}(k_f+1|k_f), \mathbf{P}(k_f)) = \mathbf{P}(k_f) \frac{\partial \mathbf{h}^T(\hat{\mathbf{x}}(k_f+1|k_f))}{\partial \hat{\mathbf{x}}(k_f+1|k_f)} \mathbf{W}^{-1}(k_f+1), \quad (3.143)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(k_f+1|k_f) &= \Gamma(\hat{\mathbf{x}}(k_f), k_f) \boldsymbol{\Psi}(k_f) \Gamma^T(\hat{\mathbf{x}}(k_f), k_f) + \\ &+ \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}(\hat{\mathbf{x}}(k_f), k_f)}{\partial \hat{\mathbf{x}}(k_f)} \mathbf{P}(k_f) \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}^T(\hat{\mathbf{x}}(k_f), k_f)}{\partial \hat{\mathbf{x}}(k_f)},\end{aligned}\quad (3.144)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(k_f) &= \left(\mathbf{I} - \frac{\partial \mathbf{M}[\hat{\mathbf{x}}(k_f+1|k_f), k_f+1]}{\partial \hat{\mathbf{x}}(k_f+1|k_f)} \mathbf{P}(k_f+1|k_f) + \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}(k_f)} \boldsymbol{\gamma}(\hat{\mathbf{x}}(k_f)) \right)^{-1} \times \\ &\times \mathbf{P}(k_f+1|k_f),\end{aligned}\quad (3.145)$$

где $\boldsymbol{\gamma}(\hat{\mathbf{x}}(k_f))$ – аппроксимирующая матрица.

Для случая, когда $\mathbf{h}(\mathbf{x}(k), k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k)$ выбором аппроксимирующей матрицы и использованием леммы об обращении матриц выражение (3.145) приводится к следующей форме

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(k_f) &= \mathbf{C}\mathbf{P}(k_f+1|k_f) - \mathbf{C}\mathbf{P}(k_f+1|k_f) \mathbf{H}^T(k_f+1) \times \\ &\times \left(\mathbf{H}^T(k_f+1) \mathbf{C}\mathbf{P}(k_f+1|k_f) \mathbf{H}(k_f+1) + \mathbf{W}(k+1) \right)^{-1} \times \\ &\times \mathbf{H}(k_f+1) \mathbf{P}(k_f+1|k_f) \mathbf{C},\end{aligned}\quad (3.146)$$

где $\mathbf{C}$ – матричный коэффициент адаптации. В (3.142) – (3.145) k_f следует интерпретировать как текущее дискретное время k [77]. Порождаемое этими уравнениями множество измерительных процедур определяется выбором структур вектор-функций $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}(k), k)$. В частном случае линейных наблюдений и $\mathbf{C}=\mathbf{I}$ модифицированный метод инвариантного погружения позволяет получить известные уравнения [444]. Его применение для решения задач оценки рассмотрено в [54].

3.10 МЕТОД СТРУКТУРНОЙ АДАПТАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

3.10.1 СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

3.10.1.1 Синтез дискретных фильтров требует решения задачи (3.137) – (3.141). Использование условия максимума функции обобщенной мощности для этих целей связано с последовательным решением следующих частных научных задач:

а) применение условия максимума функции обобщенной мощности для построения математической модели в непрерывном времени в форме, которая допускает ее представление в виде векторного дифференциального уравнения первого порядка;

б) построение модели в дискретном времени по непрерывной модели, определенной с точностью до параметра или параметров, которые обеспечивают адаптацию полученных решений к наблюдаемой динамике;

в) синтез фильтра на основе инвариантного погружения, что требует выбора (построения) уравнения инвариантного погружения и получения выражения для ковариационной матрицы вектора возмущений. Полученные таким образом уравнения будут отличаться структурой за счет динамической математической модели и уравнения инвариантного погружения.

3.10.1.2 При синтезе фильтров удобно использовать математические модели, которые можно представить выражением (3.97). В работе [110] на основе условия максимума функции обобщенной мощности получена динамическая модель, которая при некоррелированных измерительных каналах ИИУС ($n=1$) может быть представлена в форме (3.97), которая должна быть приведена к математической модели в дискретной форме вида (3.137). Тогда решение экстремальной задачи (3.137) – (3.141) с использованием метода инвариантного погружения [45] при

заданной математической модели в дискретном времени приводит к обобщенным уравнениям фильтра калмановского типа [248], которые записываются так:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \Phi(\mathbf{z}) \hat{\mathbf{x}}(k|k), \\
 \hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k|k-1) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}|k)], \quad \hat{\mathbf{x}}(0|0) = \mathbf{m}_x, \\
 \mathbf{K}(k|k-1) &= \mathbf{P}(k|k-1) \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \left[\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{P}(k|k-1) \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} + \mathbf{W} \right]^{-1}, \\
 \mathbf{P}(k|k-1) &= \Phi(\mathbf{z}) \mathbf{P}(k-1|k-1) \Phi^T(\mathbf{z}) + \mathbf{Q}(k), \\
 \mathbf{P}(k|k) &= \mathbf{P}(k|k-1) - \\
 &\quad - \mathbf{P}(k|k-1) \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \left[\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{P}(k|k-1) \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} + \mathbf{W} \right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{P}(k|k-1), \quad \mathbf{P}(0|0) = \Psi_{x_0},
 \end{aligned} \tag{3.147}$$

где $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$ – оценка $\mathbf{x}(k+1)$ по всем предыдущим измерениям, включая последнее k -е значение (предсказание на шаг); $\Phi(\mathbf{z})$ – матрица перехода для уравнения состояния; $\mathbf{z}$ – вектор параметров; $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ – оценка $\mathbf{x}(k)$ по всем предыдущим измерениям (фильтрация); $\mathbf{K}(k|k-1)$ – коэффициент усиления; $\mathbf{P}(k|k)$, $\mathbf{P}(k|k-1)$ – соответственно матрицы оценки и предсказания на шаг; $\mathbf{Q} = \Gamma \Psi \Gamma^T$ – ковариационная матрица вектора возмущений дискретной математической модели $\Phi(\mathbf{z})$. Полученные уравнения будут отличаться от классических за счет структур $\Phi(\mathbf{z})$ и $\mathbf{Q}(k)$, а от построенных с использованием модифицированного метода инвариантного погружения за счет отсутствия матричных коэффициента адаптации и усиления.

3.10.1.3 Положим, что измеряется только состояние и $h = \mathbf{H}\mathbf{x}$. Тогда $n=1$ математическая модель (3.137) может быть представлена следующим частным выражением:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(x_1, x_2) + \mathbf{G}w(t), \quad \mathbf{G} = [0 \quad \zeta]^T, \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}^0, \tag{3.148}$$

где ζ – параметр интенсивности формирующего шума; $w(t)$ – центрированный относительно $h(\mathbf{x}, t)$ случайный процесс.

В соответствии с изложенным по непрерывной модели (3.148) необходимо построить модель в дискретном времени (3.137), где

$$\Phi(\mathbf{x}(k), k) = \Phi(\mathbf{z})\mathbf{x}(k). \quad (3.149)$$

Из (3.38) и (3.149) следует, что для широко распространенного случая, когда выполняется с достаточной степенью точности условие $\beta = -\frac{1}{\lambda R_\xi} \frac{|x_2|}{|x_1|} = \text{const}$ [248]

$$\mathbf{x}(k + \Delta T) = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta T} + \int_t^{t+\Delta T} \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t+\Delta T-\tau)} \mathbf{G}w(\tau) d\tau, \quad (3.150)$$

где ΔT – фиксированный интервал дискретизации; $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$; β – параметр адаптации. Матрица перехода и вектор возмущений имеют вид

$$\Phi = \mathbf{e}^{\mathbf{A}\Delta T}, \quad \Gamma(\mathbf{x}(k), k)\boldsymbol{\eta}(k) = \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \mathbf{e}^{\mathbf{A}((k+1)\Delta T-\tau)} \mathbf{G}w(\tau) d\tau. \quad (3.151)$$

Поскольку в соответствии с теоремой Гамильтона-Кэли всякая квадратная матрица удовлетворяет своему характеристическому уравнению, то выражения (3.151) можно определить с использованием собственных значений матрицы $\mathbf{A}$ и матричных полиномов [445]. Вычисление матричной экспоненты приводит к матрице перехода состояний, которая определяется двумя параметрами

$$\Phi(\Delta T, \beta) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{e^{\beta\Delta T} - 1}{\beta} \\ 0 & e^{\beta\Delta T} \end{bmatrix}, \quad (3.152)$$

а вектор возмущений сверткой

$$\Gamma(k)\boldsymbol{\eta}(k) = \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{bmatrix} 1 & \frac{e^{\beta\Delta T} - 1}{\beta} \\ 0 & e^{\beta\Delta T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta \end{bmatrix} w(\tau) d\tau = \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} w(\tau) d\tau, \quad (3.153)$$

где $n_1 = \zeta \frac{e^\beta - 1}{\beta}$, $n_2 = \zeta e^\beta$.

Из (3.147) следуют следующие уравнения дискретного фильтра [124, 248]:

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \Phi(\Delta T, \beta) \hat{\mathbf{x}}(k|k), \\
\hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k|k-1) [y(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)], \\
\mathbf{K}(k|k-1) &= \mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T + W^2]^{-1}, \\
\mathbf{P}(k|k-1) &= \Phi(\Delta T, \beta) \mathbf{P}(k-1|k-1) \Phi^T(\Delta T, \beta) + \mathbf{Q}(k), \\
\mathbf{P}(k|k) &= \mathbf{P}(k|k-1) - \mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T + W^2]^{-1} \mathbf{H}\mathbf{P}(k|k-1),
\end{aligned} \tag{3.154}$$

где начальные условия аналогичны (3.147) и [107]

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q} &= \mathbf{M} \left[(\Gamma(k) \boldsymbol{\eta}(k)) (\Gamma(k) \boldsymbol{\eta}(k))^T \right] = \\
&= \begin{vmatrix} \frac{\zeta^2 \Psi}{\beta} \left(\frac{e^{2\beta \Delta T} - 1}{2\beta^2} + \frac{2 - 2e^{\beta \Delta T}}{\beta^2} + \frac{\Delta T}{\beta} \right) & \frac{\zeta^2 \Psi_{\eta}}{\beta} \left(\frac{e^{2\beta \Delta T} - 1}{2\beta} + \frac{1 - e^{\beta \Delta T}}{\beta} \right) \\ \frac{\zeta^2 \Psi}{\beta} \left(\frac{e^{2\beta \Delta T} - 1}{2\beta} + \frac{1 - e^{\beta \Delta T}}{\beta} \right) & \frac{\zeta^2 \Psi}{\beta} \left(\frac{e^{2\beta \Delta T} - 1}{2} \right) \end{vmatrix} \tag{3.155}
\end{aligned}$$

– ковариационная матрица вектора возмущений.

3.10.2 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

3.10.2.1 Рассмотрим варианты традиционно используемых кинематических моделей для $\mathbf{x} \in R^2$ и $\mathbf{x} \in R^3$

$$x_1(k) = x_1(k-1) + x_2(k-1)\Delta T + \frac{x_3(k-1)\Delta T^2}{2} + \dots, \tag{3.156}$$

где x_2, x_3 – соответственно скорость и ускорение.

При $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T$, $\mathbf{H} = [1 \quad 0]$ из (3.156) имеем

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{vmatrix} \Delta T^2 \\ 2 \\ \Delta T \end{vmatrix}, \tag{3.157}$$

откуда для вектора интенсивности возмущений

$$\Gamma(k) \boldsymbol{\eta}(k) = \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{bmatrix} \frac{3\Delta T^2}{2} & \Delta T \end{bmatrix}^T w(\tau) d\tau. \tag{3.158}$$

Его использование позволяет получить ковариационную матрицу возмущений [218]

$$\mathbf{R}_\eta = \begin{vmatrix} \frac{9\Psi\Delta T^5}{20} & \frac{\Psi\Delta T^4}{2} \\ \frac{\Psi\Delta T^4}{2} & \frac{\Psi\Delta T^3}{2} \end{vmatrix}. \quad (3.159)$$

Пусть $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, $\mathbf{H} = [1 \ 0 \ 0]$, где ускорение описывается моделью формирующего фильтра (3.136). Тогда при выборе возбуждающей функции в виде белого шума уравнения движения записываются в форме векторного дифференциального уравнения первого порядка, где

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & \Delta T & \frac{1}{\alpha^2}[-1 + \alpha\Delta T + \exp[-\alpha\Delta T]] \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}[1 - \exp[-\alpha\Delta T]] \\ 0 & 0 & \exp[-\alpha\Delta T] \end{vmatrix}. \quad (3.160)$$

При фиксированном α и достаточно высокой частоте поступления измерительной информации, когда $\alpha\Delta T$ мало, (3.160) вырождается в матрицу Ньютона

$$\Phi = \begin{vmatrix} 1 & \Delta T & 0,5\Delta T^2 \\ 0 & 1 & \Delta T \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (3.161)$$

которая может быть получена из (3.156). Соответственно, вектор интенсивности возмущений определяется выражением [218]

$$\begin{aligned} \Gamma(k)\eta(k) = & \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \begin{bmatrix} 1 & (k+1)\Delta T - \tau & \frac{1}{\alpha^2}[-1 + \alpha((k+1)\Delta T - \tau) + \exp[-\alpha((k+1)\Delta T - \tau)]] \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}[1 - \exp[-\alpha((k+1)\Delta T - \tau)]] \\ 0 & 0 & \exp[-\alpha((k+1)\Delta T - \tau)] \end{bmatrix} \cdot \\ & \cdot [0 \ 0 \ 1]^T w(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (3.162)$$

Из (3.162) получены элементы ковариационной матрицы возбуждающей функции

$$\begin{aligned}
R_{\eta_{11}} &= \frac{2\alpha\Psi}{2\alpha^5} [1 - e^{-2\alpha\Delta T} + 2\alpha\Delta T + 2\alpha^2\Delta T^2 - 4\alpha\Delta T e^{-\alpha\Delta T}], \\
R_{\eta_{12}} &= \frac{2\alpha\Psi}{2\alpha^4} [e^{-2\alpha\Delta T} + 1 - e^{-\alpha\Delta T} + 2\alpha\Delta T e^{-\alpha\Delta T} + 2\alpha\Delta T + \alpha^2\Delta T^2], \\
R_{\eta_{13}} &= \frac{2\alpha\Psi}{2\alpha^3} [1 - e^{-2\alpha\Delta T} + 2\alpha\Delta T e^{-\alpha\Delta T}], \\
R_{\eta_{22}} &= \frac{2\alpha\Psi}{2\alpha^3} [4e^{-\alpha\Delta T} - 3 - e^{-2\alpha\Delta T} + 2\alpha\Delta T], \quad R_{\eta_{23}} = \frac{2\alpha\Psi}{2\alpha^2} [e^{-2\alpha\Delta T} + 1 - e^{-\alpha\Delta T}], \\
R_{\eta_{33}} &= \frac{2\alpha\Psi}{2\alpha} [1 - e^{-2\alpha\Delta T}], \quad R_{\eta_{21}} = R_{\eta_{31}} = R_{\eta_{33}} = 0.
\end{aligned} \tag{3.163}$$

3.10.2.2 В качестве примера рассматривается цель, которая движется с постоянным направлением и скоростью на плоскости в течение 50 с. Маневр типа «S разворот» начинается на 51 с и длится 31 с [446,447]. Интенсивность маневра $353,5 \text{ мс}^{-2}$ [64]. Наблюдается наклонная дальность до ЛА; начальные условия $x_1(0) = \hat{x}_1(0) = 2000 \text{ м}$, $x_2(0) = \hat{x}_2(0) = 198 \text{ мс}^{-1}$. Наблюдения зашумлены независимым случайным процессом с нулевым средним и дисперсией $\sigma_\xi^2 = 2500 \text{ м}^2$. Математическое моделирование проведено для случаев поступления измерительной информации с частотой от 10 с^{-1} до $0,1 \text{ с}^{-1}$ [248].

Сравнение (3.154), (3.155) производится с ФК, построенным на основе (3.160) [248, 323, 446]. Элементы ковариационной матрицы возбуждающей функции определяются выражением (3.163) [248]. Таким образом, фильтр (3.154), (3.155) отличается от традиционных за счет динамической модели движения в дискретном времени. В результате его размерность в сравнении с ФК, основанным на модели ускорения экспоненциальной автокорреляции [248, 447], снижается, что обеспечивает уменьшение вычислительной сложности. Это, например, актуально при сопровождении групповых целей в бортовых радиолокационных станциях ЛА.

Результаты математического моделирования усреднены по 100 вычислительным экспериментам и представлены на рисунке 3.21. Цифрами обозначено: 1 – 4 кривые изменения отношения среднеквадратического отклонения оценки к среднеквадратическому отклонению шума для фильтра Калмана [446] со следующими постоянными времени ускорения: 10; 1; 0,1; 0,01; 5 – кривая

изменения отношения среднеквадратического отклонения оценки к СКО шума для нового фильтра.

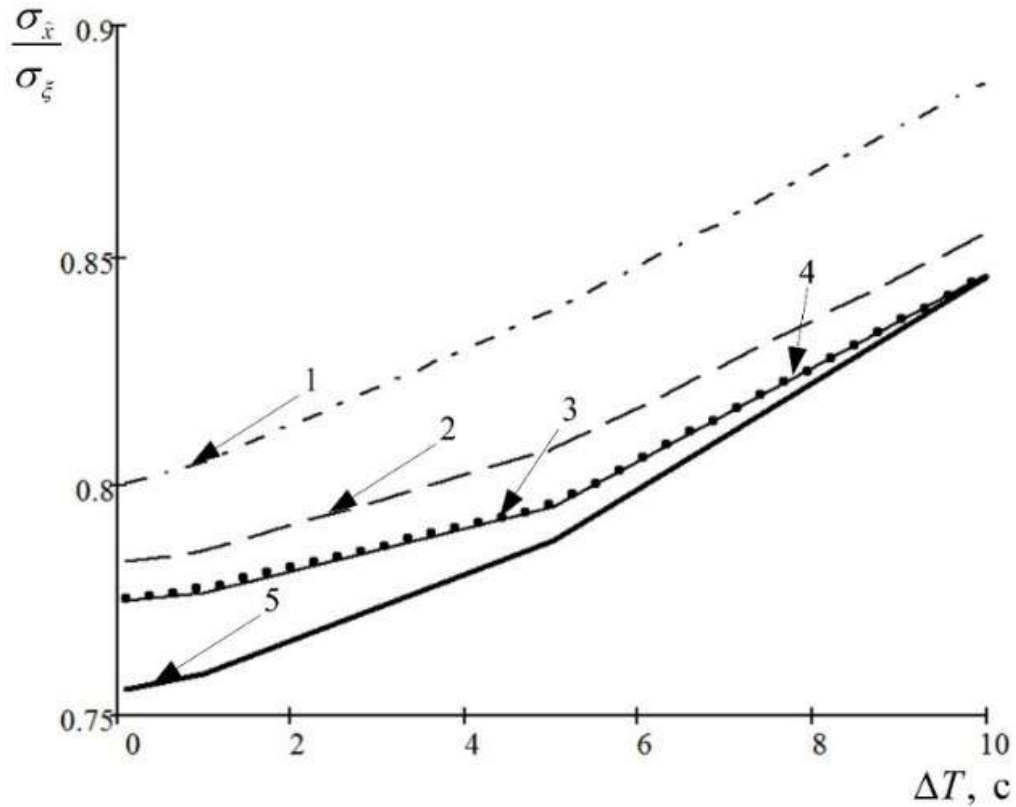


Рисунок 3.21 – Зависимость точности оценивания от интервала дискретизации

Фильтр (3.154), (3.155) с уменьшением объема вычислительных затрат обеспечивает рост точности сопровождения маневрирующих ЛА с увеличением частоты поступления измерительной информации в сравнении с традиционным решением.

3.10.2.3 Рассмотрим другой пример, демонстрирующий применение математической модели (3.71) для синтеза фильтра, когда измеряются состояние и скорость его изменения. При этом необходимо отметить, что в условиях, когда

выполняется с достаточной степенью точности условие $\beta = -\frac{1}{\lambda R_{\xi}} \frac{|x_2|}{|x_1|} = \text{const}$,

математические модели (3.71) и (3.38) эквивалентны. В отсутствие указанного ограничения на основе разложения фундаментальной матрицы решений в ряд при $n=1$ получим [98]:

$$\Phi(\Delta T, \lambda_1) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T - \frac{\lambda_1 \Delta T^2}{2} \\ 0 & 1 - \sqrt{\lambda_1} \Delta T + \frac{\lambda_1 \Delta T^2}{2} \end{bmatrix}, \quad (3.164)$$

$$\Gamma(\Delta T, \lambda_1) = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1}{2} \Delta T^2 - \frac{\lambda_1^2}{6} \Delta T^3 & \lambda_1 \Delta T - \frac{(\sqrt{\lambda_1})^3}{2} \Delta T^2 + \frac{\lambda_1^2}{6} \Delta T^3 \end{bmatrix}^T. \quad (3.165)$$

Поскольку по постановке задачи шумы состояния и измерения некоррелированы [448], то для дискретного времени при $n > 1$ и с использованием модифицированного метода инвариантного погружения [45] при $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ имеем следующие уравнения фильтра [77]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \Phi(\Delta T, \lambda) \hat{\mathbf{x}}(k|k), \\ \hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T \mathbf{W}^{-1} [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1)], \\ \mathbf{P}(k|k-1) &= \Phi(\Delta T, \lambda) \mathbf{P}(k-1|k-1) \Phi(\Delta T, \lambda)^T + \mathbf{Q}(\Delta T, \lambda), \\ \mathbf{P}(k|k) &= \mathbf{P}(k|k-1) - \\ &\quad - \mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T [\mathbf{H} \mathbf{P}(k|k-1) \mathbf{H}^T + \mathbf{W}]^{-1} \mathbf{H} \mathbf{P}(k|k-1). \end{aligned} \quad (3.166)$$

3.10.2.4 Пусть наблюдаемый объект движется в декартовой системе координат по траектории с нормальным ускорением в диапазоне $10 \div 35$ [мс⁻²] [449 – 451]. Данные о состоянии объекта поступают с периодом Δt . СКО ошибок измерения составляет 200 м. Проведено математическое моделирование в среде *Mathcad* фильтра (3.166) и классического ФК. Для $\Delta T = 0,1$ с и $\Delta T = 1$ с получено по 20 траекторий. На основе численного моделирования определены значения вектора параметров λ , позволяющие минимизировать ошибку оценки траектории движения цели: $\lambda_1 = 10,8$, $\lambda_2 = 21,9$. На рисунках 3.22 – 3.24 приведены результаты математического моделирования.

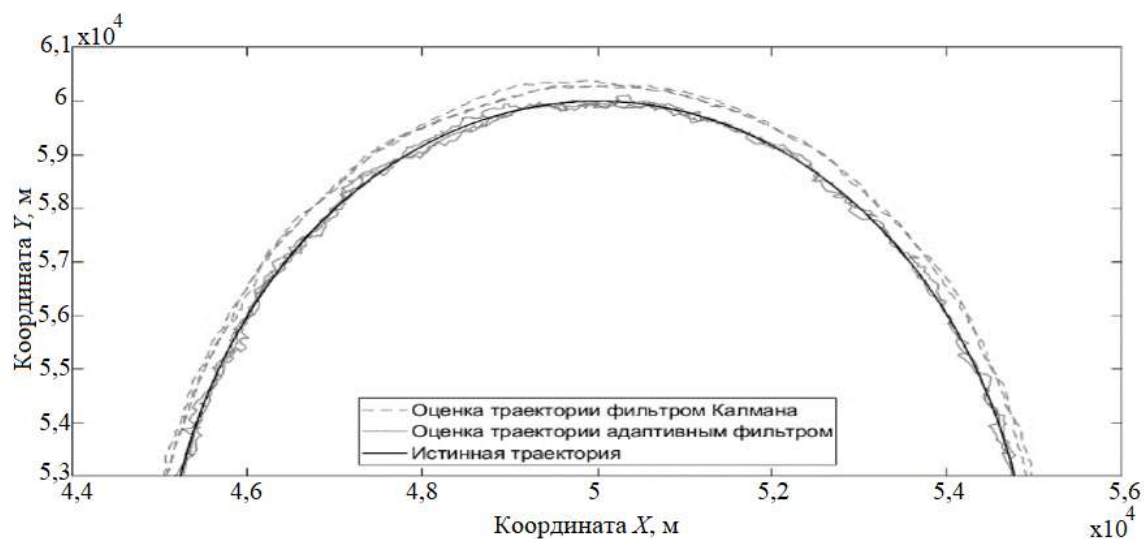
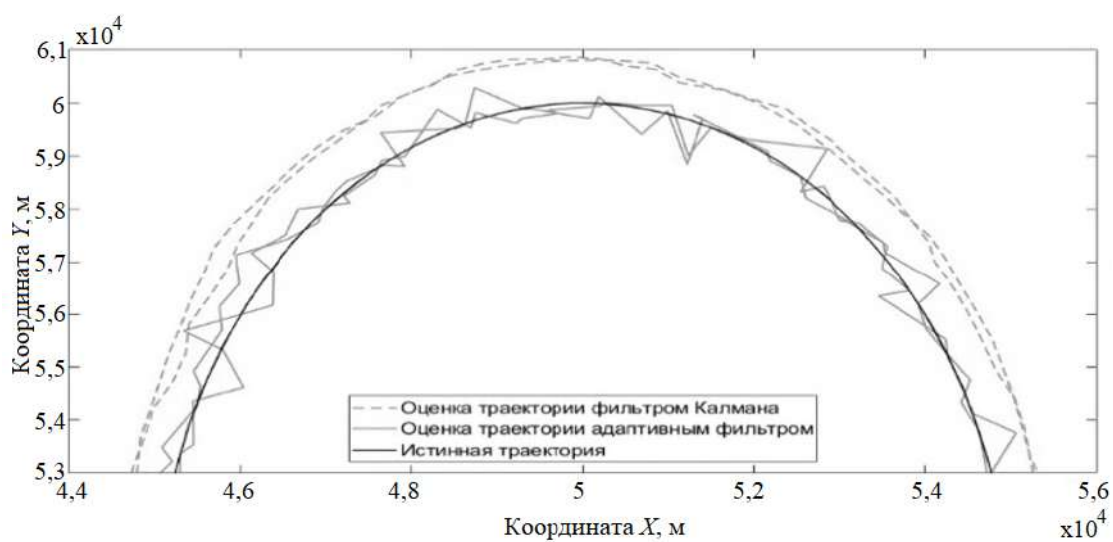
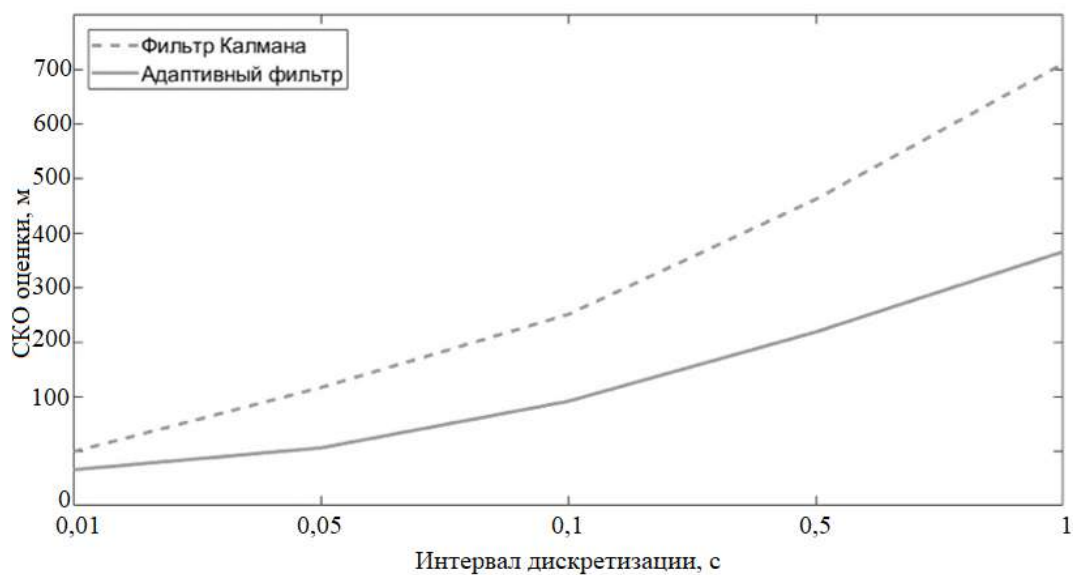
Рисунок 3.22 – Оценки траектории при $\Delta T = 0,1$ [с]Рисунок 3.23 – Оценки траектории при $\Delta T = 1$ [с]

Рисунок 3.24 – СКО ошибки оценивания

Как видно из графиков на рисунке 3.24, полученные в результате математического моделирования параметры адаптации определяют уравнения оценки, которые наилучшим образом обеспечивают приближение к маневру, что приводит к снижению результирующей ошибки оценки при различных ΔT .

3.11 МЕТОД ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕДУР НА БАЗЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АДАПТИВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ТЕОРИИ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

3.11.1 ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕДУР С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ А.Н. ТИХОНОВА

«Современное развитие цифровой техники последовательно снимает ограничения на вычислительную мощность микропроцессоров, что позволяет говорить о широкой интеллектуализации измерительных устройств [119, 444, 452, 453], которая основывается на использовании программно-алгоритмических возможностей для учета априорной и текущей информации о целях и условиях измерений. Актуальность интеллектуализации алгоритмов измерений проявляется в довольно сложных измерительных задачах. В качестве примера могут служить задачи оценки параметров контролируемых процессов по результатам обработки измерительной информации, оценка характеристик случайного процесса изменения погрешностей СИ по результатам поверки [50], формирование групповых эталонов с использованием алгоритма Калмана и т.д.

В общей постановке задача оценки оказывается чрезвычайно сложной, поэтому на данный момент выработаны разнообразные способы ее упрощения, что, например, для случайных гауссовских процессов приводит к широко распространенному расширенному ФК [454]. Он дает хорошие результаты при умеренных нелинейностях и невысоком уровне шума. Однако на практике внешние

воздействия часто не удовлетворяют свойству марковости, вследствие этого ФК редко обеспечивает получение сходящихся высокоточных оценок искомых параметров [252, 253, 421].

Облегчить анализ и синтез реальных стохастических систем нередко удается с использованием подхода, который заключается в редукции задачи оценки к ряду детерминированных задач. Конечно, такой подход не универсален, но он играет очень важную роль в системном анализе, где получил название поэтапной процедуры синтеза [52]. Это связано с тем, что широкий класс задач задают те ситуации, в которых случайные возмущения считаются малыми по отношению к неизвестным регулярным. Такое предположение позволяет получать приближения решения задачи оценки как решения задач синтеза оптимального управления, состоящих в определении управлений, удовлетворяющих детерминированным ограничениям и доставляющих экстремум заданному функционалу качества.

Полученная таким образом в рамках первого этапа оптимизации траектория традиционно называется программной траекторией, а синтезированная система – адаптивной к внешним возмущениям моделью. Чтобы избежать необходимости решения двухточечной краевой задачи, целесообразно рассматривать задачу синтеза оптимального управления как обратную задачу динамики, а для ее решения использовать условие максимума функции обобщенной мощности [36, 42, 50, 428]. Результат его применения – адаптивная к внешним возмущениям модель измерительных процессов, удовлетворяющая вариационному принципу Гамильтона-Остроградского [56]. Это позволяет разрешить противоречие между сложностью и адекватностью математической модели.

Последующие этапы предлагаемой поэтапной процедуры оптимизации состоят в коррекции отклонений от программной траектории, возникающих в результате случайных воздействий. Конструктивные решения подобных обратных некорректных задач [326, 455, 456] используют идею А.Н. Тихонова о стабилизации уклонений теоретической кривой от экспериментальной при помощи вспомогательного стабилизирующего функционала с определением параметра регуляризации на основе использования вариационного способа отбора» [68].

Рассматривается задача, описанная в подразделе 3.9.1.

В силу непрерывности переходной функции $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ решения уравнения вида (3.97) непрерывно зависят от $\mathbf{w}(t)$ в соответствии с теоремой о непрерывной зависимости решения дифференциального уравнения от параметров и исходных данных. Поэтому функционал (3.22) на каждом решении системы (3.97) непрерывно зависит от $\mathbf{w}(t)$, $J[\mathbf{x}] = J[\mathbf{w}]$. Из этого следует, что задача определения оценки $\hat{\mathbf{x}}(t)$, доставляющей минимум (3.22) равносильна задаче определения $\mathbf{w}^*(t) = \arg \min_{\mathbf{w}} J[\mathbf{w}]$. Такая задача согласно [456] является некорректно поставленной и относится к задачам типа оптимального управления. Для ее решения используется метод регуляризации А.Н. Тихонова [456]. При его реализации достаточно построения минимизирующей последовательности $\{\mathbf{w}_n(t)\}$, сходящейся к $\mathbf{w}^*(t)$. Рассмотрим сглаживающий функционал

$$J^\alpha[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{w}] = J[\hat{\mathbf{x}}] + \alpha \Omega[\mathbf{w}], \quad \Omega[\mathbf{w}] = \frac{1}{2} \int_0^t \mathbf{w}^T(s) \mathbf{w}(s) ds, \quad (3.167)$$

где α – положительное число. Для дифференцируемого выпуклого функционала $J^\alpha[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{w}]$ минимум определяется из условия стационарности:

$$\text{grad } J^\alpha[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{w}] = \mathbf{0}. \quad (3.168)$$

Выражение для записи градиента в развернутом виде может быть представлено следующим образом [444]:

$$\text{grad } J^\alpha = \alpha \mathbf{w}(s) + \int_s^t \mathbf{G}^T(s, \tau) \mathbf{R}_\xi^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(s), \mathbf{x}_w(\tau), \tau)] d\tau, \quad (3.169)$$

где $\mathbf{G}^T(s, \tau)$ – фундаментальная матрица, удовлетворяющая однородному линейному уравнению $\frac{d}{d\tau} \mathbf{G}(s, \tau) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_w(\tau), \tau) \mathbf{G}(s, \tau), \quad \mathbf{G}(s, \tau) = \mathbf{I};$

$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}$ – производная, значения которой найдены на решениях системы

$$\frac{d\mathbf{x}_w}{d\tau} + \mathbf{f}(\mathbf{x}_w, \tau) = \mathbf{w}(\tau), \quad \tau \in [s, t], \quad \mathbf{x}_w(\tau)|_{\tau=s} = \hat{\mathbf{x}}(s). \quad \text{Используя условие}$$

стационарности (3.168), запишем

$$\mathbf{w}^*(s) = \alpha^{-1} \int_s^t \mathbf{G}^T(s, \tau) \mathbf{R}_\xi^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(s), \mathbf{x}_w(\tau), \tau)] d\tau. \quad (3.170)$$

Для определения точки $[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{w}^*]$ используется метод итераций:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k - \alpha_k \text{grad } J^\alpha[\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, \mathbf{w}_k]. \quad (3.171)$$

Для сокращения записи введено обозначение

$$\mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}}, \tau) = \mathbf{G}^T(s, \tau) \mathbf{R}_\xi^{-1} \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}, \tau)]. \quad \text{Тогда с учетом (3.169) выражение (3.171)}$$

может быть представлено так:

$$\mathbf{w}_{k+1}(s) = - \int_s^t \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^K \mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}}_i(s), \tau) d\tau, \quad \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, s) = \mathbf{w}_{k+1}, \quad s \in [0, t], \quad (3.172)$$

где γ_i^k определяется по правилу [444]

$$\gamma_i^k = \alpha_{i-1} [1 - \alpha_i^2] \cdot \dots \cdot [1 - \alpha_{k-1}^2], \quad i = \overline{1, k}. \quad (3.173)$$

Уравнение $k+1$ приближения оценки $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ имеет вид

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, s) = - \int_s^t \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^{k+1} \mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}}_i(s), \tau) d\tau. \quad (3.174)$$

Для решения задачи оценки уравнение (3.174) приводится к виду ДТКЗ

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, s) = \mathbf{w}_{k+1}(s), \quad \dot{\mathbf{w}}_{k+1}(s) = \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{w}_{k+1}(s) + \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^{k+1} \mathbf{b}(s, \hat{\mathbf{x}}_i(s)), \quad (3.175)$$

при граничных условиях $\mathbf{w}_{k+1}(t) = \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{x}^0 + \mathbf{P}^0 \mathbf{w}_{k+1}(0)$; $\mathbf{P}^0$ – некоторая матрица.

Подобного рода задачи с успехом решаются разработанным Р. Беллманом методом «инвариантного погружения» [77]. Следуя ему [119, 444] получены уравнения интеллектуальной измерительной процедуры:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathbf{x}}_1}{dt} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_1) &= -\mathbf{P}_1 \gamma_1^1 \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_1, t), \frac{d\mathbf{P}_1}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} + \gamma_1^1 \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_1, t)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_1 + \mathbf{I}, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d\hat{\mathbf{x}}_{k+1}}{dt} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}) &= -\mathbf{P}_{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^{k+1} \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_i, t), \\ \frac{d\mathbf{P}_{k+1}}{dt} &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{P}_{k+1} \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} + \gamma_{k+1}^{k+1} \mathbf{P}_{k+1} \frac{\partial \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, t)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (3.176)$$

процедуру к классу «интеллектуальных», или осуществляющих целенаправленный выбор наиболее близкой к истинному значению оценки измеряемого параметра.

Опыт решения некорректных задач [119, 252, 428, 444] может быть использован при построении измерительных процедур подобного типа в различных условиях измерительного процесса с целью получения либо максимально точной, устойчивой, либо максимально эффективной по временным затратам оценки измеряемых параметров посредством выбора значений $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$. Это дает возможность изменять цель измерений, а следовательно, и характер «интеллектуальности» измерительной процедуры. На основе использования метода А.Н. Тихонова, инвариантного погружения и градиентных методов получены уравнения итеративных регуляризованных алгоритмов обработки измерительной информации [119], отличающиеся определением параметра регуляризации α , который не подбирается, а самостоятельно вычисляется, реализуя итеративную логику [192], которая состоит в последовательном уточнении получаемых оценок с самостоятельным вычислением на базе параметра регуляризации.

3.12 НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА В ЗАДАЧЕ АДАПТАЦИИ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

3.12.1 СИНТЕЗ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ДИСКРЕТНОГО АЛГОРИТМА ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ МАНЕВРИРУЮЩЕЙ ЦЕЛИ

3.12.1.1 Одно из требований к современным техническим системам состоит в обеспечении широкого диапазона условий их работы, которые приводят к различным, часто противоречивым, режимам функционирования. Они характеризуются совокупностью показателей качества, ограничений на динамику систем и управляющих воздействий, характером и интенсивностью возмущений и

т.д. В РЛС – это режимы обзора и сопровождения цели. Динамика наблюдаемого объекта на различных участках траектории может существенно различаться, что породило множество математических моделей движения. Среди них наибольшее распространение получили кинематические модели движения, описываемые полиномом. Его коэффициенты – параметры траектории цели. Необходимо отметить, что при наблюдении маневрирующих целей положенная в основу процедуры синтеза кинематическая модель, как правило, не в полной мере соответствует наблюдаемой динамике, что может являться причиной срыва сопровождения [323, 421].

Известные результаты исследований [107, 341, 427, 428, 457] позволяют утверждать, что использование условия максимума функции обобщенной мощности обеспечивает построение динамических математических моделей движения. Их применение в задачах оценки параметров движения сопровождается эффектом структурной адаптации, который обеспечивает в сравнении с традиционными фильтрами повышение точности сопровождения маневрирующей цели при меньших вычислительных затратах. При этом для приспособления построенных динамических моделей к наблюдаемому движению за счет подстройки параметров в условиях недостаточности априорной информации о вероятностных свойствах протекающих процессов целесообразно использовать методы интеллектуализации [32].

Поэтому далее рассмотрен вопрос повышения эффективности решения задач оценки параметров движения маневрирующих целей на основе адаптации динамической математической модели движения (3.39) с применением условия максимума функции обобщенной мощности и ее параметрической адаптации методами нечеткой логики [32, 378, 458]. В соответствии с процедурой синтеза [428] в дискретном времени получим:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \Phi(\mathbf{z})\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{H}_1(\Delta T, \tilde{\lambda}^{-1}, \mathbf{R}_{\xi}^{-1})[\tilde{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{H}_2\hat{\mathbf{x}}(k)], \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0, \quad (3.177)$$

где $\tilde{\lambda} = \text{const}$,

$$\Phi(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\left[\tilde{\lambda}\Delta T \frac{|x_2(k)|}{|x_1(k)|} - 1\right] & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta T & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\left[\tilde{\lambda}\Delta T \frac{|x_4(k)|}{|x_3(k)|} - 1\right] & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \Delta T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\left[\tilde{\lambda}\Delta T \frac{|x_{2n}(k)|}{|x_{2n-1}(k)|} - 1\right] \end{bmatrix}, \quad (3.178)$$

$$\mathbf{H}_1(\Delta T, \lambda^{-1}, \mathbf{R}_\xi^{-1}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \Delta T \lambda^{-1} R_{\xi 11}^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta T \lambda^{-1} R_{\xi 22}^{-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \Delta T \lambda^{-1} R_{\xi nm}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (3.179)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{H}_3 \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.180)$$

3.12.1.2 Интеллектуализация (3.177) обеспечивается адаптацией характеризующего интенсивность маневра параметра $\tilde{\lambda}$ к наблюдаемому движению.

Исходные положения синтеза: неманеврирующая цель движется с постоянной скоростью; увеличение нормы вектора невязки наблюдений вызвано изменением характера движения, обусловленным неадекватностью математической модели наблюдаемому движению. Рассматриваются лингвистические переменные – «модуль текущего значения невязки наблюдений

$\tilde{\Delta}$ » и «управляемый параметр $\tilde{\lambda}$ »; термы «малый» и «большой». Функции принадлежности $\tilde{\mu}_1$ и $\tilde{\mu}_2$ представлены на рисунке 3.25.

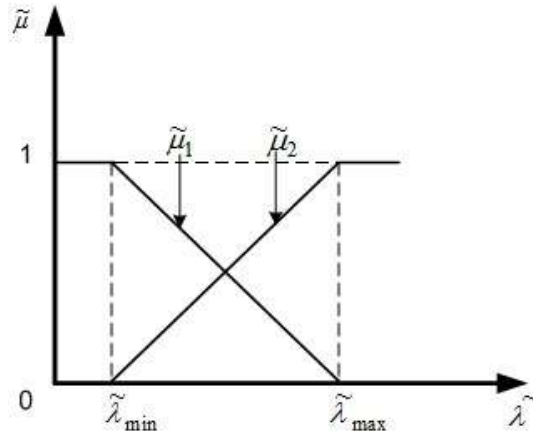


Рисунок 3.25 – Функции принадлежности

Тогда нечеткая инструкция адаптации математической модели сводится к простому продукционному правилу: при «малой» невязке наблюдений $\tilde{\Delta}$ цель не маневрирует и управляемый параметр $\tilde{\lambda}$ «малый», а при «большой» невязке наблюдений $\tilde{\Delta}$ происходит изменение характера движения цели под воздействием некоторой силы и управляемый параметр $\tilde{\lambda}$ «большой».

Проводя по аналогии с [458] дефазификацию, получим

$$\tilde{\lambda}(k) = \frac{\tilde{\lambda}_{\min} \tilde{\mu}_1(\|\tilde{\Delta}\|) + \tilde{\lambda}_{\max} \tilde{\mu}_2(\|\tilde{\Delta}\|)}{\tilde{\mu}_1(\|\tilde{\Delta}\|) + \tilde{\mu}_2(\|\tilde{\Delta}\|)}, \quad (3.181)$$

где $\tilde{\lambda}_{\min}, \tilde{\lambda}_{\max}$ – минимальное и максимальное значение управляемого параметра.

Для рассматриваемого случая уравнения интеллектуального дискретного алгоритма оценки записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) &= \Phi(\mathbf{z}) \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{H}_1 [\mathbf{H}_3 y(k) - \mathbf{H}_2 \hat{\mathbf{x}}(k)], \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0, \quad \mathbf{H}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ \Phi(\mathbf{z}) &= \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & -\left[\tilde{\lambda} \Delta T \frac{|\hat{x}_2(k)|}{|\hat{x}_1(k)|} - 1 \right] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta T \tilde{\lambda}(k) L^{-1} R_{\xi}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.182)$$

3.12.1.3 Использование условия максимума функции обобщенной мощности обеспечивает получение множества динамических моделей движения, структура которых определяется способом аппроксимации синтезирующей функции. Это позволяет получать относительно простые уравнения оценки параметров движения управляемых объектов. Адаптация полученного решения к наблюдаемой динамике осуществляется с использованием нечеткой логики. В качестве точных входных данных интеллектуального алгоритма выбран модуль невязки наблюдений, в качестве выходного точного значения – параметр синтезированной динамической математической модели, характеризующий интенсивность маневра.

3.12.2 СИНТЕЗ ДИСКРЕТНОГО АДАПТИВНОГО ФИЛЬТРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

3.12.2.1 В современной транспортной инфраструктуре важную роль играет система мониторинга дорожной ситуации, одним из элементов которой являются БПЛА. Дроны позволяют оперативно выявлять факты несанкционированной деятельности, производить сбор информации и осуществлять видеоконтроль объектов инфраструктуры.

В состав БПЛА входит бортовая ИИУС, качество работы которой напрямую зависит от достоверности измерительной информации, получаемой от датчиков ориентации, каждый из которых обладает особенностями, такими как дрейф нуля гироскопа и высокий уровень шума акселерометра. Эти особенности не позволяют напрямую использовать их измерения для определения угловой ориентации БПЛА, что определяет необходимость обработки измерительной информации.

Существующие системы обработки измерительной информации не всегда обеспечивают необходимую точность оценки в условиях непредсказуемых внешних воздействий, таких как порывы ветра или атмосферная турбулентность, ввиду отсутствия данных о воздействии внешних сил на объект управления, либо

требуют больших вычислительных мощностей, которые невозможно реализовать в условиях ограничений на массогабаритные характеристики БПЛА. Применение адаптивных алгоритмов фильтрации на основе динамической модели движения позволяет снизить ошибку оценки параметров динамической системы без увеличения вычислительных затрат за счет адаптации модели с учетом воздействия априорно неизвестных внешних сил. Для эффективного поиска параметра адаптации могут быть использованы интеллектуальные методы, такие как многослойные нейронные сети обратного распространения.

3.12.2.2 Рассмотрим фильтр (3.166). Проверка его эффективности проведена путем сравнения полученных на его основе оценок угла крена БПЛА с оценками, которые получены на основе ФК, построенного с применением математической модели (3.157). Исходные данные представляют собой полигармонический сигнал, подвергнутый влиянию белого гауссовского шума с известными локальными характеристиками. Период дискретизации $\Delta T = 0,02$ с в соответствии с выбранной частотой работы микроконтроллера *Atmel ATXMEGA256A3* экспериментального образца БПЛА.

Результаты работы фильтров при СКО шума 10° представлены на рисунке 3.26.

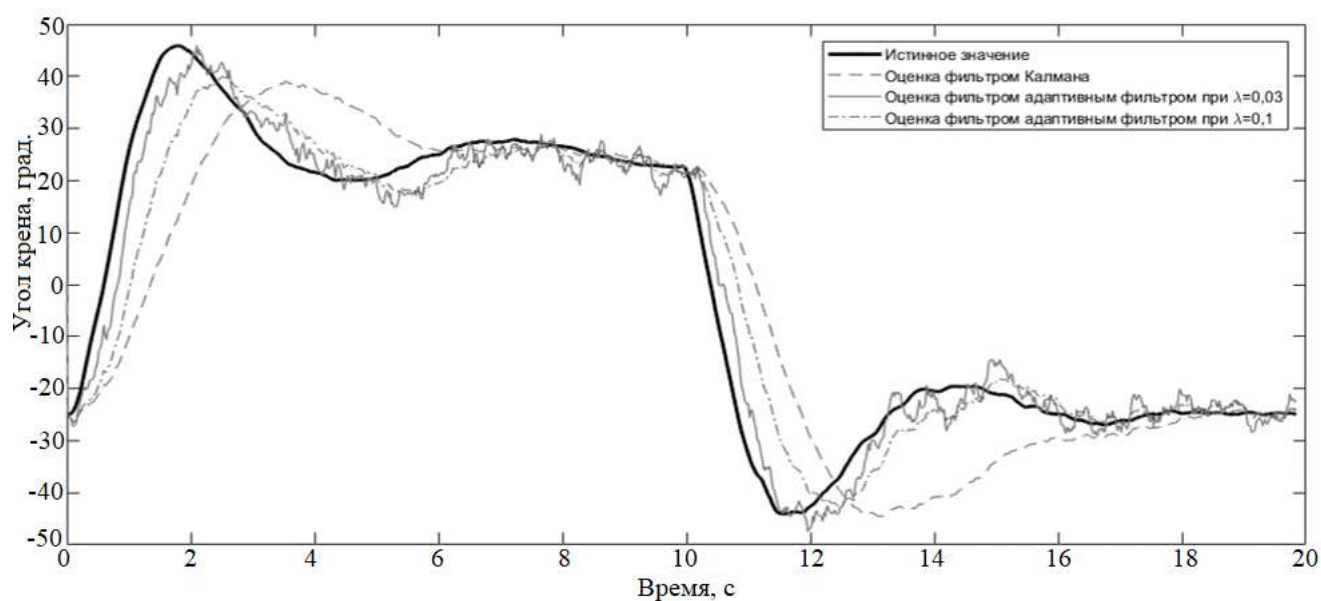


Рисунок 3.26 – Оценка угла крена

Для различных значений ошибок в канале наблюдения получим зависимости СКО оценки от СКО ошибки наблюдения, изображенные на рисунке 3.27.

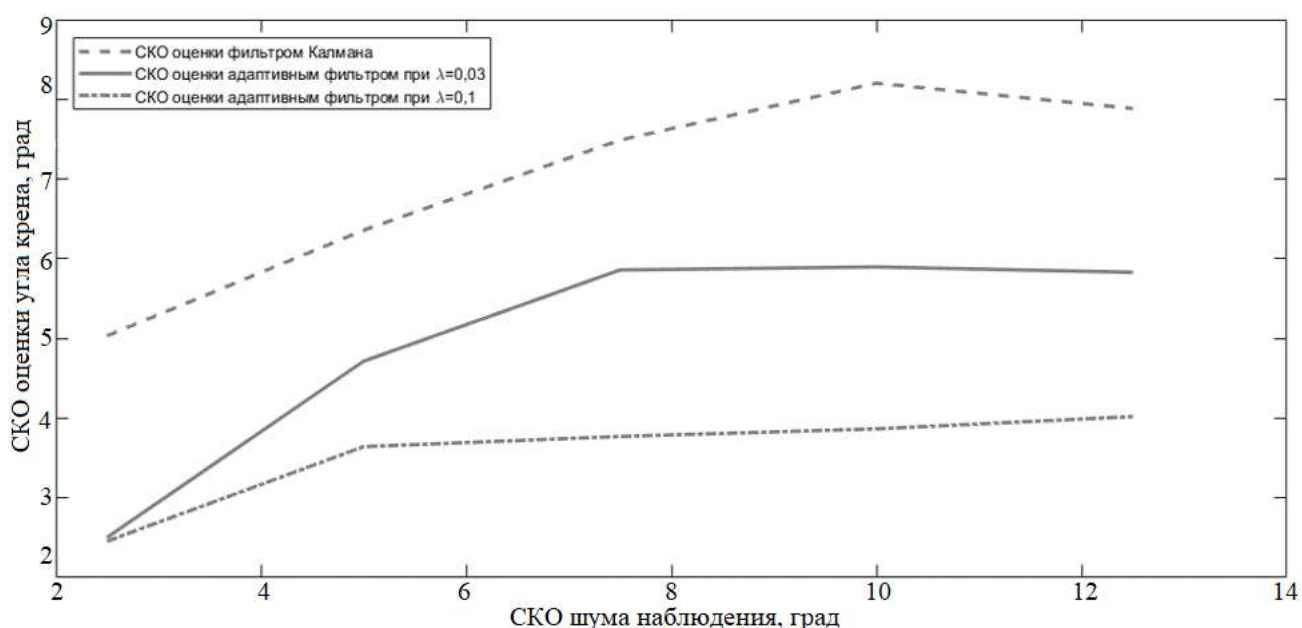


Рисунок 3.27 – СКО оценок

Анализ графиков рисунков 3.26 и 3.27 позволяет установить, что изменение параметра адаптации приводит к изменению результирующего СКО оценки фильтра. Определение параметра осуществляется по результатам стендовых испытаний экспериментального образца БПЛА с использованием многослойной нейросети обратного распространения.

Структурная схема дискретного адаптивного фильтра представлена на рисунке 3.28, где $u(i)$ – входное воздействие. Подключение нейронной сети порядково-параллельным способом с использованием блоков задержки для линии отклика объекта позволяет считать его априорно устойчивым, а также упрощает формулы генерации градиента [312]. Это реализует возможность интеллектуализации алгоритмов оценки на основе данных стендовых испытаний и текущих траекторных измерений.

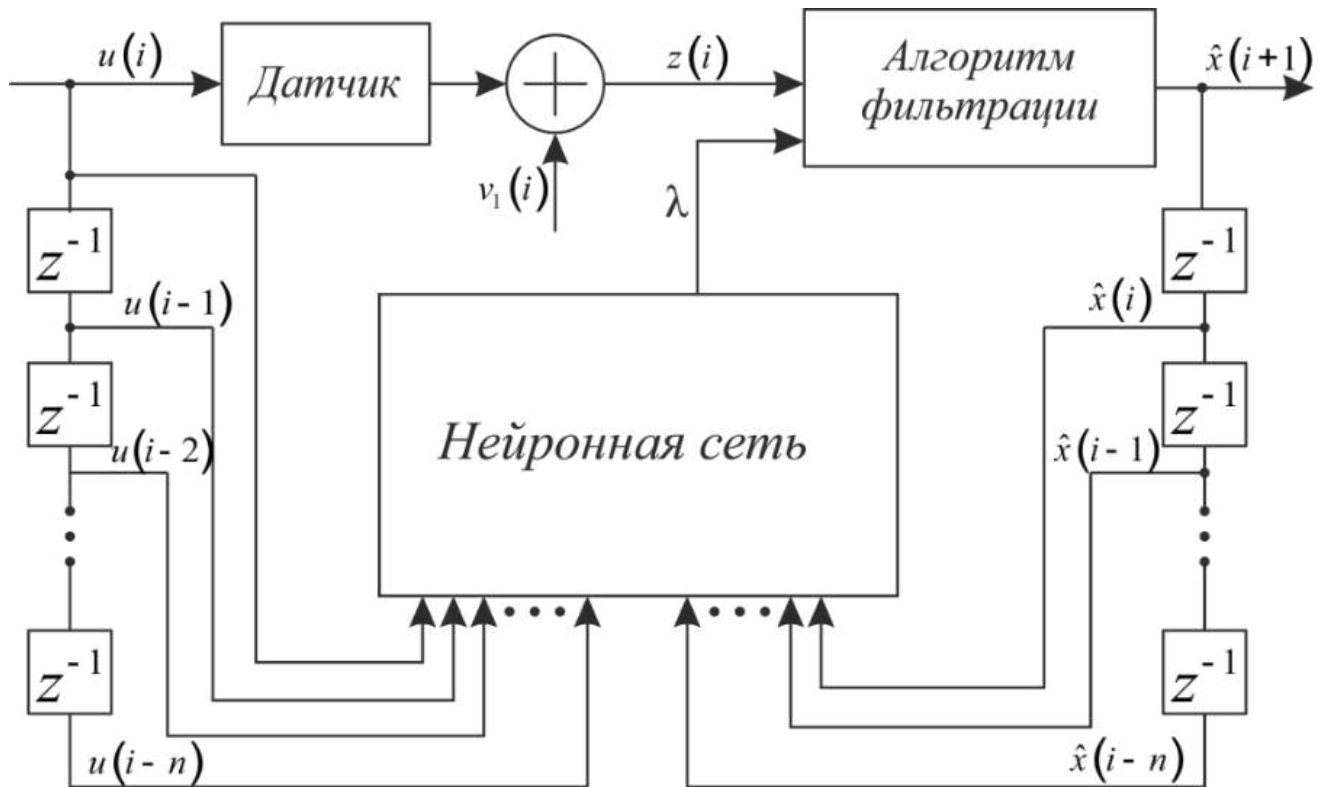


Рисунок 3.28 – Структурная схема системы оценки параметров динамических систем

Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод о том, что применение адаптивной модели движения в составе фильтра позволяет повысить точность оценки угловой ориентации БПЛА за счет адаптации к внешним воздействиям, поскольку обеспечивает лучшее соответствие динамической модели реальному движению объекта в сравнении с кинематическими моделями, лежащими в основе алгоритма классического ФК. В соответствии с ОДМ 218.9.017–2019 [21] использование фильтра Калмана ни при каких условиях не обеспечит применение БПЛА для картографирования; применение новых алгоритмов обеспечивает такую возможность в случае недорогих микромеханических датчиков и не больших шумов измерений.

3.12.3 СИНТЕЗ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ФИЛЬТРА СОПРОВОЖДЕНИЯ С НЕЧЕТКОЙ СТРАТЕГИЕЙ НАСТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

3.12.3.1 Использование нейросетевых технологий идентификации позволяет обеспечить определение параметров адаптации в алгоритмах оценки параметров состояния динамических систем в различных условиях их функционирования.

Интеллектуализация фильтра (3.154) может быть осуществлена на основе анализа математической модели (3.152), которая построена при допущении о постоянстве коэффициентов инерции положительно определенной квадратичной формы кинетической энергии. Соответствующие коэффициенты следует выбирать как «некоторые «средние» для области Ω значения матрицы» [82], $(x_1, x_2) \in \Omega$. Тогда, выбирая область Ω достаточно малой, можно добиться, чтобы действительные значения матрицы коэффициентов инерции не отличались от выбранных в пределах заданной точности [82]. Структура соответствующей матрицы Φ определяется выражением (3.152). Полагая в нем

$$\beta = \frac{\ln(1+z_1)}{\Delta T}, \quad (3.183)$$

при $n=1$ получим [83]

$$\Phi(\Delta T, z_1) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{z_1}{\ln(1+z_1)} \Delta T \\ 0 & 1+z_1 \end{bmatrix}. \quad (3.184)$$

При $z_1 \rightarrow 0$ по первому правилу Лопиталя $\Phi(\Delta T, z_1) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, что соответствует матрице перехода состояний, получаемой с применением математической модели движения объекта с постоянной скоростью [459].

Использование (3.184) в процедуре инвариантного погружения [45, 82, 460, 461] приводит к фильтру сопровождения, который отличается от (3.154) за счет

структуры матрицы Φ и ковариационной матрицы вектора возмущений R_η , которая задается следующими элементами [83]:

$$\begin{aligned} R_{\eta 11} &= \frac{\zeta^2 \Psi \Delta T}{\ln(1+z_1)} \left(\frac{(z_1^2-1)\Delta T^2}{2(\ln(1+z_1))^2} + \frac{2(1-z_1)\Delta T^2}{(\ln(1+z_1))^2} + \frac{\Delta T^2}{\ln(1+z_1)} \right), \\ R_{\eta 12} &= \frac{\zeta^2 \Psi \Delta T^3}{\ln(1+z_1)} \left(\frac{(z_1^2-1)}{2\ln(1+z_1)} + \frac{(1-z_1)}{\ln(1+z_1)} \right), \\ R_{\eta 21} &= \frac{\zeta^2 \Psi \Delta T^2}{\ln(1+z)} \left(\frac{(z_1^2-1)}{2\ln(1+z_1)} + \frac{1-z_1}{\ln(1+z_1)} \right), \quad R_{\eta 22} = \frac{\zeta^2 \Psi \Delta T}{\ln(1+z_1)} \left(\frac{z_1^2-1}{2} \right). \end{aligned} \quad (3.185)$$

3.12.3.2 «Значения настраиваемого параметра z_1 зависят от типа движения воздушного судна. Его можно идентифицировать по-разному [89, 109]. При этом ГОСТ Р 59406–2021 «Обработка информации наблюдения в средствах автоматизации управления воздушным движением единой системы организации воздушного движения Российской Федерации. Технические требования» [462] для классификации типов движения ЛА предлагает использовать информацию об ускорении и курсе ЛА, рассчитанных в декартовых координатах.

Поскольку наземные радиолокационные системы не обеспечивают непосредственное измерение курса, то для обнаружения маневра цели в качестве дополнительного траекторного признака изменения типа движения воздушного судна предлагается выбрать разность экстраполированного состояния на заданный период времени и измеренного значения состояния в данный момент времени, которая используется для расчета величины порога принятия решения о начале маневра цели [463].

В настоящем исследовании предлагается рассмотреть следующие пять наиболее часто встречающихся режимов движения воздушных судов: прямолинейное равномерное движение, прямолинейное равноускоренное движение, поворот с приблизительно постоянной скоростью, поворот с ускорением и маневр. Входные точные данные синтезируемого нечеткого фильтра – это ускорение ЛА и порог обнаружения маневра, рассчитанные в декартовых

координатах по результатам измерений. Для подавления высокочастотных возмущений при вычислении производных к дифференцирующему элементу следует добавить фильтр, например, звено первого порядка с запаздыванием [375]. Предложенная база правил интеллектуального фильтра сопровождения приведена в таблице 3.5. В ней степени принадлежности входного параметра к некоторому множеству значений обозначены так: RU – прямолинейное равномерное движение, RA – прямолинейное равноускоренное движение, TU – поворот с приблизительно постоянной скоростью, TA – поворот с ускорением, MM – маневр» [83]. Для дефазификации выбран центроидный метод [375].

Таблица 3.5 – База правил интеллектуального фильтра сопровождения

Ускоре ние	Порог принятия решения о начале маневра				
	U	A	U	A	M
RU	U	U	U	M	M
RA	A	A	A	A	M
TU	A	A	M	M	M
TA	A	M	M	M	M

Проверка эффективности предлагаемого интеллектуального фильтра сопровождения [460, 461] проведена на основе математического моделирования в *MATLAB* с применением пакета расширения *Fuzzy Logic Toolbox*. Моделировался процесс радиолокационных измерений параметров движения самолета в полярной системе координат [83]. Измерительный процесс характеризуется следующими значениями средних квадратических отклонений погрешностей измерения дальности и азимута – соответственно 80 м и 0,005 рад. Интенсивность маневра изменяется в диапазонах от $90 \text{ м}^2/\text{с}^4$ до $130 \text{ м}^2/\text{с}^4$ и $5 \cdot 10^{-8} \text{ рад}^2 \text{ с}^{-4}$ до $6 \cdot 10^{-8} \text{ рад}^2 \text{ с}^{-4}$.

Длительность наблюдения 1100 с. Интервал дискретизации 10 с. Для расчета значений настраиваемого параметра z_1 результаты измерений пересчитываются в декартову систему с координатами x и y . Моделируемая траектория движения изображена на рисунке 3.29, а законы изменения измеряемых азимута и дальности представлены на рисунке 3.30. На рисунке 3.31 изображены законы изменения декартовых координат.

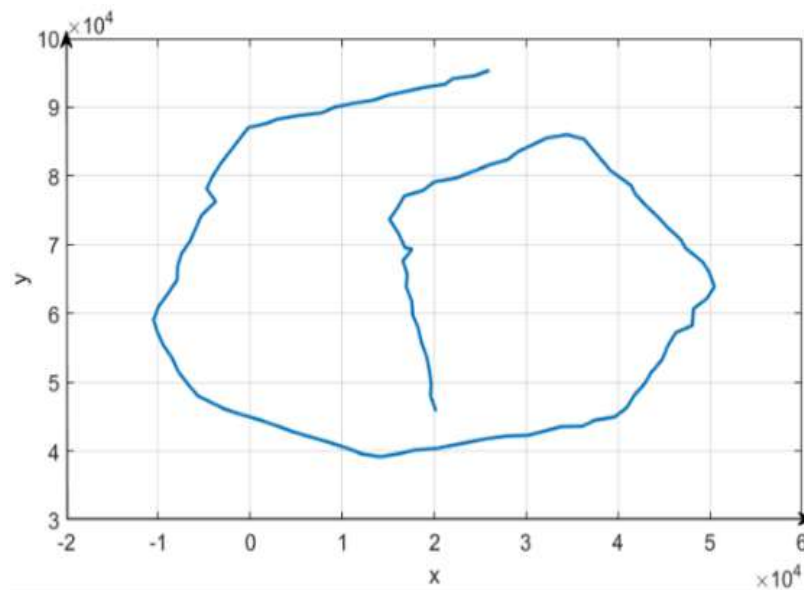


Рисунок 3.29 – Траектория движения самолета в полярной системе координат

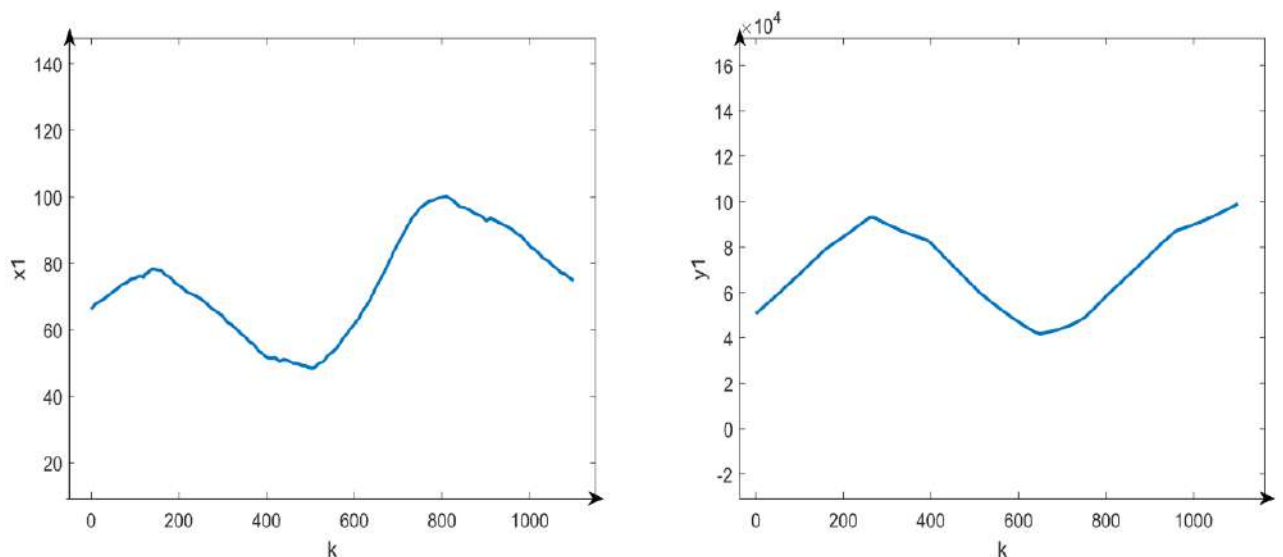


Рисунок 3.30 – Законы изменения полярных координат
(x_1 – азимут, y_1 – дальность)

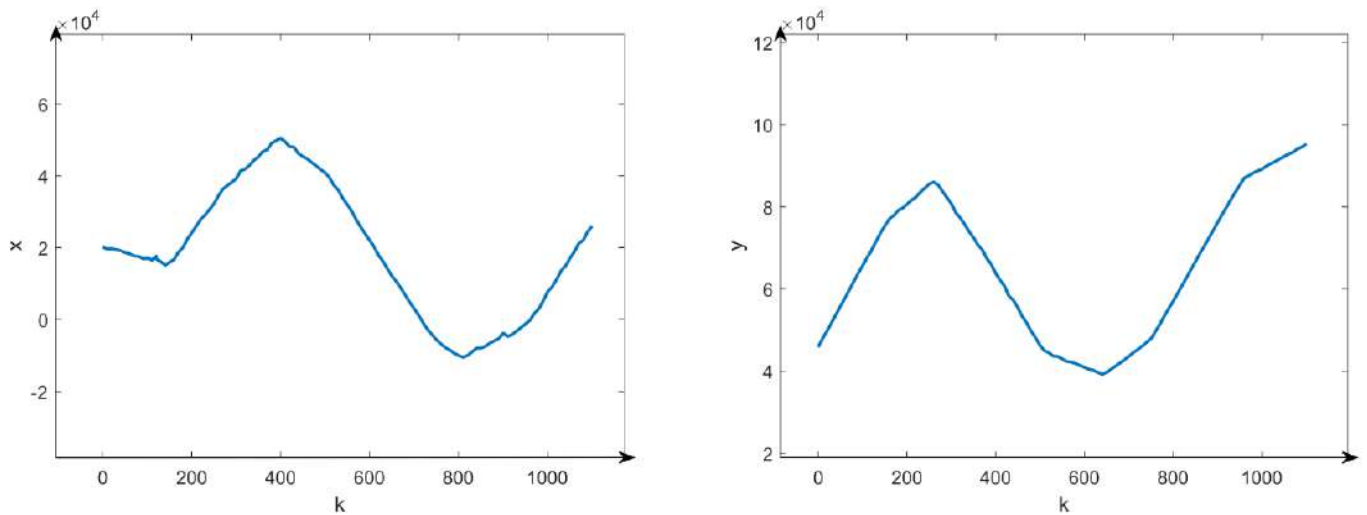


Рисунок 3.31 – Законы изменения декартовых координат

Выбранные настройки и результаты математического моделирования в *MATLAB* с применением пакета расширения *Fuzzy Logic Toolbox* приведены на рисунке 3.32.

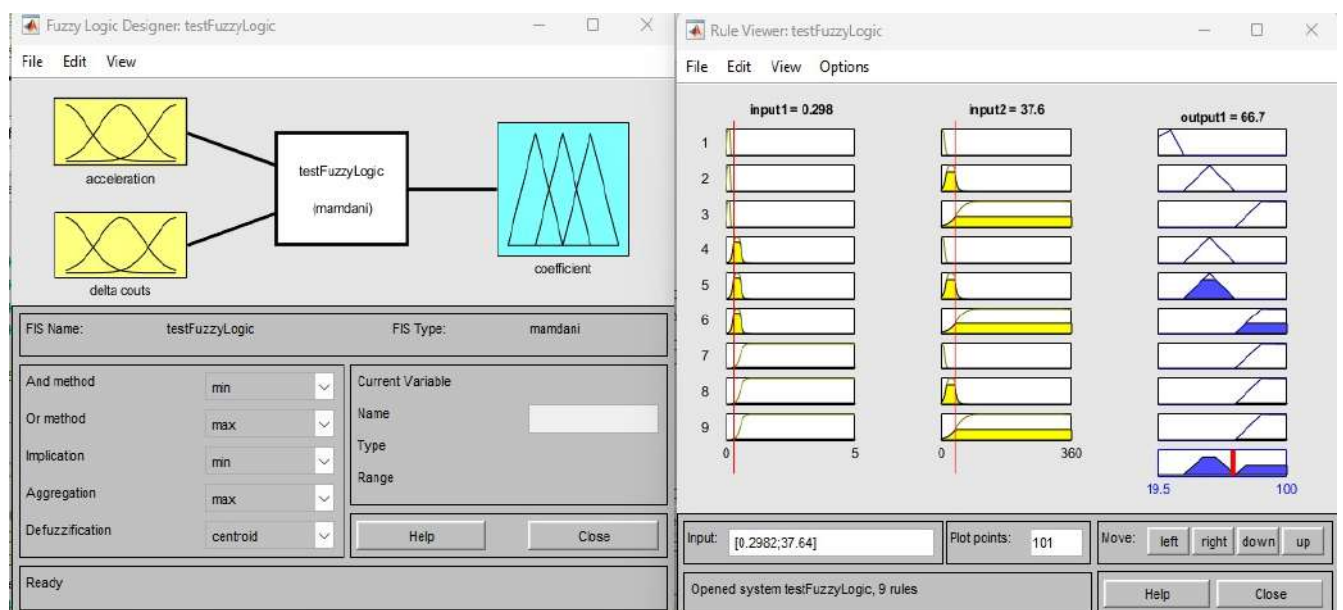


Рисунок 3.32 – Пакет расширения *Fuzzy Logic Toolbox* в задаче математического моделирования интеллектуального фильтра сопровождения

В качестве показателя эффективности функционирования интеллектуального фильтра сопровождения выбрано среднее квадратическое отклонение погрешностей оценивания.

За эталон сравнения взят интеллектуальный альфа-бета фильтр, построенный с использованием математической модели движения объекта с постоянной скоростью. Кроме того, рассчитывались оценки, полученные ФК, который синтезирован на основе математической модели ускорения Зингера.

По результатам 100 вычислительных экспериментов установлено, что среднеквадратическое отклонение погрешностей оценивания нового фильтра на 9% меньше, чем у интеллектуального альфа-бета фильтра и на 6% меньше ФК с моделью Зингера. Анализ результатов математического моделирования позволяет сделать вывод о том, что применение динамической модели движения для синтеза фильтра сопровождения с последующим использованием нечеткой логики для выбора настраиваемого параметра в зависимости от режима движения наблюдаемой цели позволяет повысить точность оценки параметров движения маневрирующего ЛА.

3.12.3.3 Синтез фильтра сопровождения с использованием решения задачи структурного синтеза на основе условия максимума функции обобщенной мощности приводит к уравнениям оценки калмановской структуры, которые определены с точностью до настраиваемого параметра матрицы перехода состояний. Показано, что в частном случае его выбор позволяет получить с достаточной степенью точности известную матрицу перехода состояний. В условиях априорной неопределенности маневров ЛА при ограниченном времени наблюдений текущая идентификация настраиваемого параметра не является конструктивной основой построения стратегии настройки параметра. Поэтому использована нечеткая логика для его экспертного выбора. Математическое моделирование показало, что в условиях маневрирования ЛА это в среднем обеспечивает превосходство нового интеллектуального фильтра по критерию точности над интеллектуальным альфа-бета фильтром с моделью движения объекта с постоянной скоростью и ФК с моделью движения объекта с ускорением с экспоненциальной автокорреляцией, получившей название модели движения объекта Зингера.

3.12.4 СИНТЕЗ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНКИ ОРИЕНТАЦИИ МАЛОГО БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В УСЛОВИЯХ ИЗМЕНЕНИЯ СТАТУСА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ БОРТОВОЙ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

3.12.4.1 Рассмотрим применение гироскопа и акселерометра для измерений угла крена при оценке ориентации БПЛА [448]. Вектор результатов измерений угла крена $y(k)$ определим следующим образом [5]:

$$y(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \zeta(k),$$

где $y_1(k)$, $y_2(k)$ – результаты косвенных измерений угла крена и прямых измерений скорости его изменения, полученные соответственно с использованием акселерометра и гироскопа; A_1, A_2 – соответствующие статусы результатов измерений акселерометра и гироскопа; $\zeta(k) \in E^2$ – вектор дискретного белого гауссовского шума измерений с известными локальными характеристиками.

При A_1, A_2 , равных единице, статус результатов измерений угла крена и скорости его изменения подтверждён.

Уравнения измерительной процедуры калмановской структуры имеют вид [45]:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k, z) &= \Phi(z) \hat{x}(k|k); \\ \hat{x}(k|k, z) &= \hat{x}(k|k-1, z) + K(k|k-1) [y(k) - H(A_1, A_2) \hat{x}(k|k-1, z)]; \\ K(k|k-1) &= P(k|k-1) H(A_1, A_2)^T \cdot \\ &\cdot [H(A_1, A_2) P(k|k-1) H(A_1, A_2)^T + W]^{-1}; \\ P(k|k-1) &= \Gamma(z) \Psi(z) \Gamma(z)^T + \Phi(z) P(k-1|k-1) \Phi^T(z); \\ P(k|k) &= [I - K(k) H(A_1, A_2)] P(k|k-1); \\ \hat{x}(k|k, z) &= m_x, \quad P(0|0) = \Psi_{x_0}, \end{aligned} \tag{3.186}$$

где $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k, \mathbf{z}) \in E^2$ – одношаговое предсказание значения оценки вектора значений измеряемой физической величины (вектор состояний); $\mathbf{z}$ – вектор из двух строк, содержащий в общем случае как известные, так и не известные параметры; $\Phi(\mathbf{z})$ – дискретная переходная матрица размерностью 2×2 ; $\mathbf{P}(k|k-1)$ – матрица априорной дисперсии размерностью 2×2 ; $\Gamma(\mathbf{z})$ – дискретный вектор возмущения размерностью 2; $\mathbf{Q}(\mathbf{z})$ – корреляционная матрица шума состояния размерностью 2×2 ; $\mathbf{K}(k|k-1)$ – матричный коэффициент усиления размерностью 2×2 ; $\mathbf{H}(A_1, A_2)$ – матрица наблюдения размерностью 2×2 , определяемая доступным набором СИ; $\hat{\mathbf{x}}(k, \mathbf{z}) \in E^2$ – оценка вектора значений измеряемой физической величины; $\mathbf{I}$ – квадратная единичная матрица; $\mathbf{P}(k|k)$ – ковариационная матрица ошибок оценки размерностью 2×2 .

Уравнения измерительной процедуры (3.186) можно адаптировать к статусу результатов измерений интеллектуальной измерительной системы за счёт вариативности параметров матриц $\Phi(\mathbf{z})$, $\Gamma(\mathbf{z})$, $\mathbf{Q}(\mathbf{z})$. Переходную матрицу и вектор возмущения задают как [15]:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 - \sqrt{z_1} \Delta T \end{bmatrix}; \quad \Gamma = \begin{bmatrix} z_1 \Delta T^2 / 2 \\ z_1 \Delta T \end{bmatrix}, \quad (3.187)$$

где z_1 – параметр адаптации, связанный с режимами движения БПЛА [49]. Корреляционная матрица шума состояния, как правило, априорно неизвестна. В практических приложениях при реализации в измерительной процедуре уравнений калмановской фильтрации используют диагональную форму вида [448]:

$$\Psi = \begin{bmatrix} z_2 \Delta T^{-1} & 0 \\ 0 & z_2 \Delta T^{-1} \end{bmatrix}, \quad (3.188)$$

где z_2 – параметр адаптации, связанный с интенсивностью шумов состояния.

Метрологические характеристики и, соответственно, значения корреляционной матрицы шумов измерений инерциальных датчиков бортовой интеллектуальной измерительной системы известны заранее из технической документации или определяются в процессе метрологического самоконтроля. Этот

факт позволяет утверждать, что матрицу $\mathbf{W}$ можно считать известной и постоянной во время полёта БПЛА:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 \\ 0 & w_2 \end{bmatrix} = \text{const.} \quad (3.189)$$

В условиях изменения статуса результатов измерений требуется найти параметры измерительной процедуры (3.186) оценки ориентации малого БПЛА из условия минимума критерия эффективности [45]:

$$J[\mathbf{z}] = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{k_c-1} [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(A_1, A_2) \hat{\mathbf{x}}(k, \mathbf{z})]^T \mathbf{W}^{-1} \times \\ \times [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(A_1, A_2) \hat{\mathbf{x}}(k, \mathbf{z})] \rightarrow \min. \quad (3.190)$$

3.12.4.2 Поставленная задача сводится к поиску параметров уравнений измерительной процедуры (3.186) [194], для чего используем искусственные нейронные сети. Для этого сформируем результаты измерения углов ориентации и зададим структуру нейронной сети. Результаты измерений углов ориентации для обучения нейронной сети необходимо формировать во всём исследуемом диапазоне изменения измеряемой физической величины, поскольку качество идентификации параметров адаптации напрямую зависит от полноты и достоверности исходной измерительной информации.

Наиболее предпочтительный способ получения результатов измерений углов ориентации БПЛА для обучения нейронной сети – применение поворотных столов. С помощью поворотных столов можно определить действительные значения измеряемых физических величин – ускорений и угловых скоростей. При отсутствии необходимых эталонов на практике принятое опорное значение измеряемой физической величины формируется путём многократного усреднения результатов зашумлённых измерений на множестве реализаций случайного процесса. В качестве структуры нейронной сети выберем многослойный персептрон, который при высоком быстродействии и простоте реализации такой структуры обладает достаточной точностью для описания динамики протекающих измерительных процессов. Структура нейронной сети состоит из трёх слоёв. На её

вход подаётся выборка из k_f значений измеряемой величины, а на выходе формируется вектор значений неизвестных параметров адаптации. В каждом входном слое нейронной сети содержится по четыре нейрона с линейной функцией активации. Выходной слой нейронной сети включает два нейрона также с линейной функцией активации. Структурная схема измерительной процедуры оценки ориентации малого БПЛА в соответствии с текущим статусом результатов измерений представлена на рисунке 3.33.

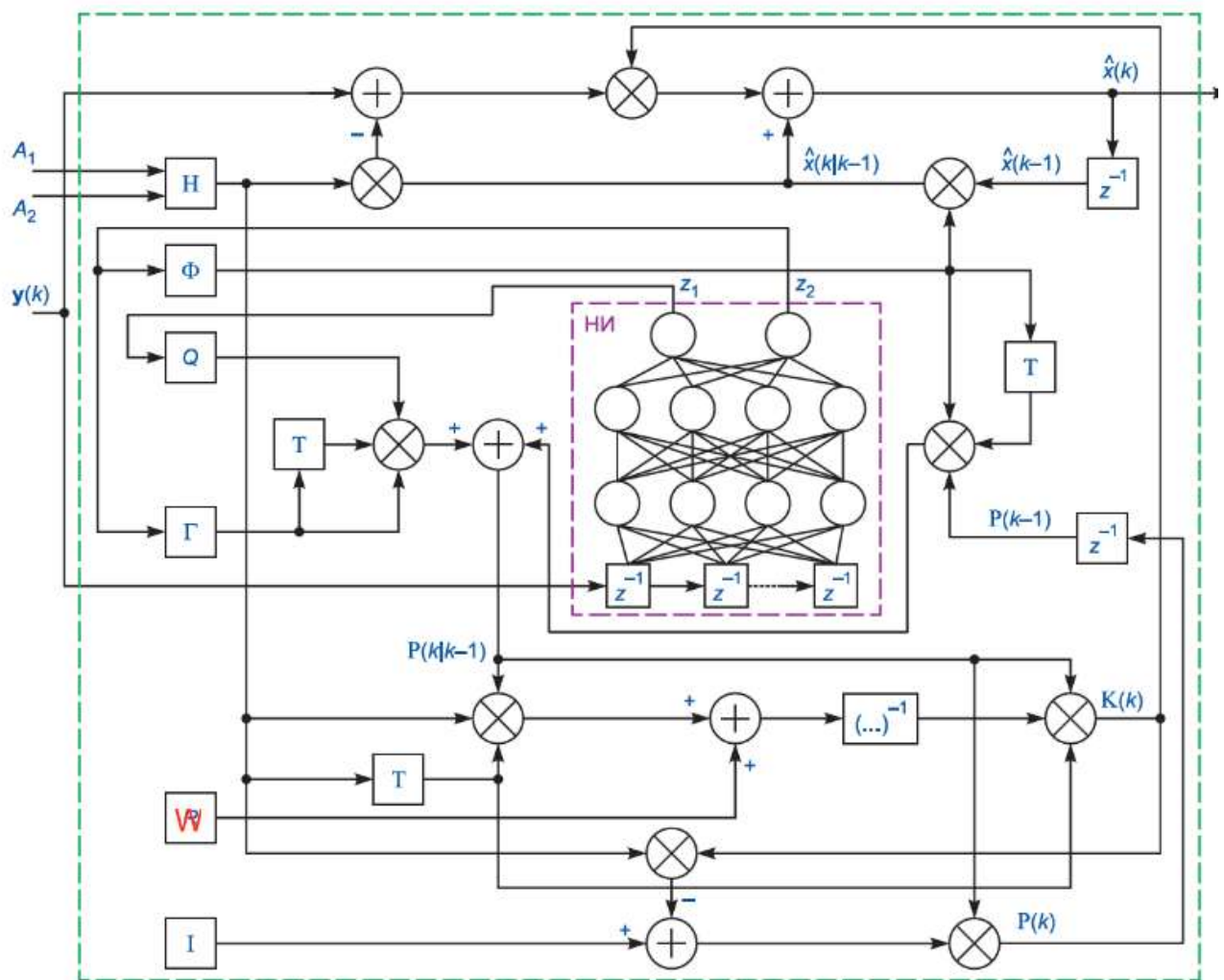


Рисунок 3.33 – Структурная схема измерительной процедуры

Для обучения нейронной сети применён алгоритм обратного распространения ошибки. В обучении использованы следующие наборы значений: по M реализаций процесса измерения угловой ориентации БПЛА из k_f значений

для каждого из статусов результатов измерений. Показателями качества, характеризующими успешность обучения нейронной сети, являются критерий эффективности (3.190) и градиент изменения ошибки обучения $\nabla J[\mathbf{z}]$. Объём обучающей выборки определён по результатам математического моделирования на основе анализа показателей качества обучения нейросетевого идентификатора.

3.12.4.3 Измерительный эксперимент проведён на разработанном авторами настоящей статьи стенде. С помощью стенда сформировано принятое опорное значение угла крена. В качестве источника результатов измерений служил экспериментальный образец бортовой интеллектуальной измерительной системы (см. рисунок 1.2). Образец изготовлен на базе микроконтроллера *ATxmega256A3-AU* (*Microchip Technology Inc.*, США) с применением акселерометра с магнитометром *LSM303* (*STMicroelectronics*, Нидерланды) и гироскопа *L3G4200D* (*STMicroelectronics*, Нидерланды).

С учётом принятых опорных значений угла крена статистическим моделированием сформировано 10^5 результатов измерений угла крена. Соответствующий белый гауссовый шум измерений характеризуется нулевым средним арифметическим и стандартным отклонением 25° . Нейронную сеть обучали на базе 200 выборок по 500 результатов измерений для каждого из двух (подтверждённого и ориентирующего) статусов результатов измерений. Показатели качества обучения нейросетевого идентификатора приведены на рисунке 3.34. Согласно математическому моделированию, удовлетворительная точность обучения достигается за $m = 70$ эпох обучения.

Для анализа эффективности разработанной измерительной процедуры использованы данные 50 измерительных экспериментов. БПЛА с экспериментальным образцом бортовой интеллектуальной измерительной системы закрепляли на стенде. Каждые 5 с угол крена автоматически изменялся на 40° . Измерительная информация (угол крена и скорость его изменения) с интервалом дискретизации $\Delta t = 0,01$ с поступала от экспериментального образца бортовой интеллектуальной измерительной системы в персональный компьютер. В

дискретный момент времени $k=1000$ статус результатов измерений гироскопа изменялся с подтверждённого на ориентирующий.

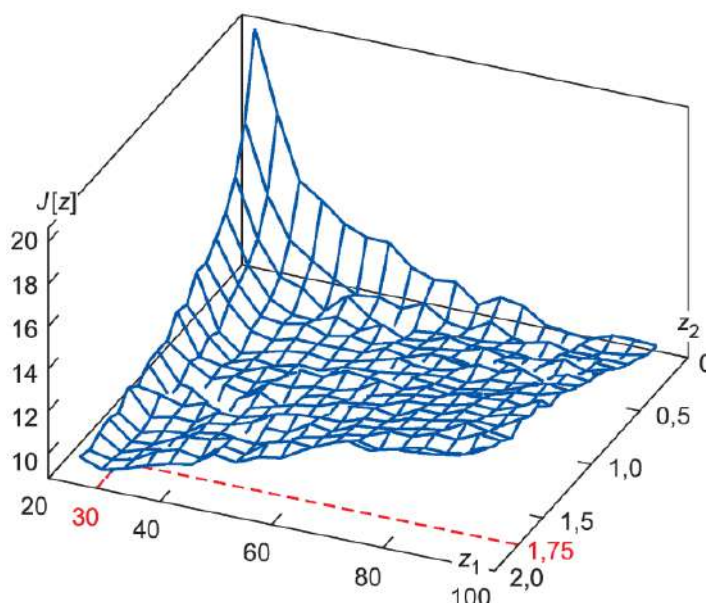


Рисунок 3.34 – Показатели качества обучения нейросетевого идентификатора

По полученной измерительной информации рассчитана зависимость критерия эффективности от параметров адаптации при подтверждённом статусе результатов измерений угла крена с помощью гироскопа; параметры адаптации: $z_1=2$; $z_2=95$. Зависимость критерия эффективности (3.190) от параметров адаптации при ориентирующем статусе результатов измерений угла крена БПЛА гироскопа представлена на рисунке 3.35. По минимуму зависимости рисунка 3.35 оптимальные значения параметров для ориентирующего статуса результатов измерений угла крена БПЛА гироскопа составляют $z_1=1.75$; $z_2=30$.

На рисунке 3.36 приведены результаты функционирования предложенной измерительной процедуры в сравнении с измерительной процедурой калмановской структуры с классической переходной матрицей [45]. Усреднённые по 100 измерительным экспериментам значения средних квадратических отклонений оценок угла крена предложенной и калмановской измерительных процедур составляют соответственно $1,1^\circ$ и $1,2^\circ$ для подтверждённого статуса, $3,0^\circ$ и $4,3^\circ$ для ориентирующего статуса результатов измерений угла крена (что соответствует требованиям ОДМ 218.9.017–2019 [21], см. введение).

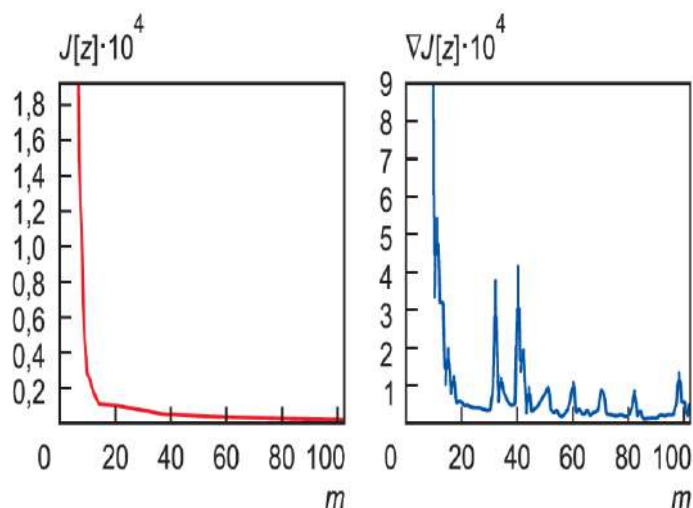


Рисунок 3.35 – Зависимость критерия эффективности (3.190) от m

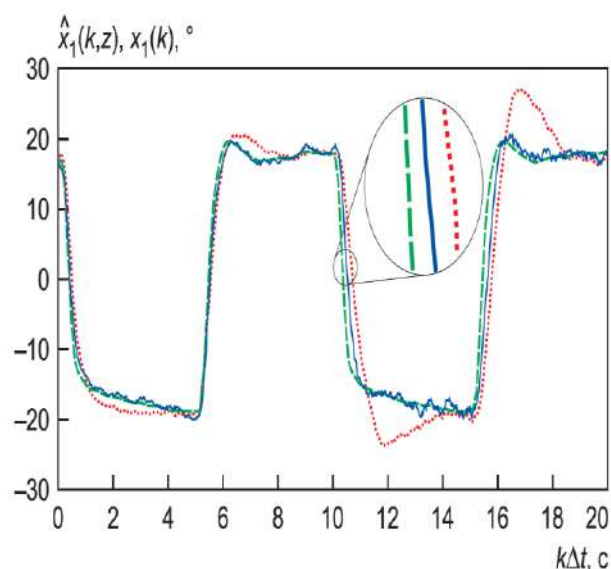


Рисунок 3.36 – Результаты оценивания

Таким образом, при изменении статуса результатов измерений гироскопа использование построенной на базе динамической математической модели измерительной процедуры позволяет повысить точность оценки угла крена в сравнении с измерительной процедурой калмановской структуры в среднем на 9 % и 19 % (соответственно при подтверждённом и ориентирующем статусах результатов измерений), а в отдельных случаях на 31 %. Тем самым уменьшается риск потери устойчивости БПЛА при ориентирующем статусе результатов измерений гироскопа.

3.12.4.4 Результаты исследований подтверждают, что параметры измерительных процедур можно успешно адаптировать на основе искусственных нейронных сетей относительно простой структуры. Синтезированная измерительная процедура в условиях ориентирующего статуса результатов измерений выгодно отличается от измерительной процедуры калмановской структуры с классической переходной матрицей. Использование предложенной (синтезированной) измерительной процедуры позволяет уменьшить вероятность потери устойчивости малого БПЛА в полёте при возникновении нештатной ситуации, вызванной отказом гироскопического датчика угловых скоростей и

перемещений. Это подтверждается математическим моделированием и измерительным экспериментом.

3.13 СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ, НА КОТОРЫЕ ПОЛУЧЕНЫ ПАТЕНТЫ

На основе изложенных результатов предложены технические решения (устройства) [86, 88, 178, 180, 182, 184, 189, 191, 192, 193], которые относятся к сложным техническим системам с обратной связью, применяемым для цифровой обработки измерительной информации. При этом необходимо отметить, что технические решения первой оптимизационной задачи (устройства оценки, экстраполяторы), в соответствии с «двойственностью оценивания и управления» [218], имеют обобщенную структуру, аналогичную представленной на рисунке 2.49. Результаты системного анализа подобны представленным в разделе 2.13, поэтому далее не рассматриваются. Структура технических решений второй оптимизационной задачи определяется калмановской структурой. Их системный анализ позволил провести декомпозицию и выделить подсистемы, выявить связи между элементами и предложить устройства, повышающее эффективность ИТИУРЭС. Полученные результаты подтверждают известное положение системного анализа о том, что оптимизация только одного элемента без учета других компонентов системы не даст максимального эффекта.

Разработка устройств [86, 88, 178, 180, 182, 184, 189, 191, 192, 193] обеспечена следующими принципами системного анализа:

- а) целостность: решения одновременно позволяют осуществить адаптацию модели состояния и структуры фильтра;
- б) иерархичность: разработка от модели к фильтру, а затем к механизмам адаптации;
- в) вариативность: за счет различных форм синтезирующих функций, аппроксимаций обеспечивается множество векторно-матричных форм матриц

перехода состояний, а, следовательно, различных технических решений.

Таким образом, системный анализ позволил структурировать сложную задачу оценки, выявить корневую причину проблем (неадекватность модели), разработать технические решения, обосновать их преимущества через количественные критерии эффективности.

3.14 ВЫВОДЫ

3.14.1 Фундаментальный подход к синтезу алгоритмов оценки связан с решением стохастических дифференциальных уравнений, которые характеризуются высокой сложностью, поскольку приводят к необходимости решения многомерного уравнения Стратоновича. Использование гауссовской аппроксимации плотности вероятностей позволяет получить уравнения ФК, эффективность которых снижается в условиях априорно неизвестных возмущений. Типовой вариант адаптации его структуры состоит в применении формирующего фильтра, что сопровождается расширением вектора пространства состояния, увеличением числа параметров алгоритма оценки, увеличением вычислительных затрат, а также снижением устойчивости вычислительной процедуры. Другой подход к структурной адаптации связан с построением многомодельных алгоритмов оценки на основе многопараметрических кинематических моделей, требующих существенного увеличения вычислительной сложности, что ограничивает возможность их практической реализации. Анализ показывает, что продуктивность адаптации алгоритмов оценки к априорно неизвестным возмущениям определяется степенью адекватности используемых моделей и сложностью идентификации их параметров, что влияет на определение разумного компромисса между вычислительной сложностью алгоритма, его точностью и устойчивостью. Строгое обоснование решения задачи синтеза структурно адаптивного алгоритма оптимальной оценки представляет собой нетривиальную задачу. Для снижения ее сложности может быть использована процедура поэтапной оптимизации, базирующаяся на гипотезе

ограниченности стохастических возмущений по сравнению с априорно неизвестными возмущениями. Тогда решение задачи оценки сводится к решению последовательности экстремальных задач. В условиях априорной неопределенности характера возмущений целесообразно выделить два главных этапа оптимизации – построение динамических математических моделей объектов наблюдения и синтез алгоритмов оценки на их основе. Решение экстремальных задач для нелинейных систем – известная актуальная проблема.

3.14.2 Рассмотрена постановка задачи синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов ИУС как стохастической задачи оценки (3.3), (3.5), (3.7) и осуществлена ее редукция к детерминированным задачам типа оптимального управления лагранжевыми системами, которые исследовались в предыдущей главе. Это основа, которая определяет отличия получаемых решений от получивших распространение.

3.14.3 Задача построения динамических математических моделей может быть представлена как экстремальная обратная задача динамики лагранжевых систем. Поскольку фазовая траектория в соответствии с принципом Гамильтона-Остроградского должна обеспечивать стационарность интеграла действия, то свертка интеграла действия и меры неопределенности в виде дисперсии помехи в канале наблюдения обеспечивает редукцию задачи Лагранжа к изопериметрической задаче (3.17) – (3.22), (3.16). Решение такой вариационной задачи позволило получить семейство динамических математических моделей. Известные результаты показали, что разработанные на основе решения обратной задачи динамики математические модели отличаются от построенных с применением формирующего фильтра, как правило, меньшей размерностью и нелинейной структурой. В связи с этим новизна исследований определяется изучением возможностей предлагаемого подхода для построения динамических моделей многосвязных систем в различных координатных базисах с учетом инвариантов траектории движения и уравнения гиперповерхности переключения, а также применения принципа декомпозиции. Это

позволило обеспечить компромисс между адекватностью и сложностью построенных математических моделей.

3.14.4 Предложенные в предыдущей главе методы построения поверхности переключения как синтезирующей функции на основе фазовых траекторий и гипотезы о стационарности Гамильтониана модифицированы с учетом специфики задач оценки.

3.14.5 Синтез алгоритмов динамической оценки может осуществляться без процедуры редукции [9] на основе принципа взаимности [392]. Такая постановка задачи синтеза в совокупности с поэтапной оптимизацией послужила основой разработки метода оценки параметров движения управляемого ЛА с построением опорной траектории. Кроме этого отличия от известных методов определяются процедурой последовательного уточнения оценок параметров движения с использованием унифицированной вычислительной процедуры, которая основывается на построении траектории, соответствующей управляющим и возмущающим обобщенным силам, найденным с использованием условия максимума функции обобщенной мощности.

Результаты математического моделирования подтверждают, что синтезированные алгоритмы оценки (3.94), (3.95) обеспечивают выполнение требований к точности определения параметров движения ЛА при управлении воздушным движением ЛА или обслуживании воздушного движения (см. таблицу 1.1).

3.14.6 Предложена обобщенная структура уравнений «грубой» оценки в непрерывном времени (3.97). Показано, что их структура определяется выбором математической модели. При этом поскольку в их основе оптимизационная постановка задачи [77], то необходимости в использовании гипотезы о характере изменения состояния нет, кроме предположений о кусочно-постоянных или непрерывных управляющих обобщенных силах. Это является существенным преимуществом предлагаемого алгоритма перед традиционными [76, 248, 252, 253].

3.14.7 Показано, что эффективное функционирование ПБПЛА возможно только при обеспечении его стабильного положения в пространстве. Для

исключения ограничений на работу в плохих погодных условиях и ночное время предлагается использовать в качестве системы «машинное зрение» радиорадар, входящий в комплектацию типового *OEM*-модуля навигации. Наряду с расширением временных рамок функционирования ПБПЛА использование радара позволяет существенным образом сократить процесс обработки бортовым вычислителем, поскольку данные с радара поступают в бинарном виде. При использовании БИНС необходимо использовать датчики с меньшей величиной погрешностей измерений или использовать алгоритмы, обеспечивающие повышение точности, которая связана с уровнем интеллектуализации алгоритмов обработки информации.

Результаты простого комплексирования данных измерений при оценке параметров углового положения без учета кинематических связей и адаптации модели динамики приводят к существенным ошибкам в определении местоположения БПЛА (см. подраздел 3.7.3) на выходе фильтров в режиме высоких скоростей изменения углового положения. В соответствии со сведениями таблицы 1.1 (строка 1) это недопустимо. Удовлетворить требования возможно применением алгоритма «грубой оценки» (3.98), (3.99).

3.14.8 Разработан метод синтеза алгоритмов оценки динамической погрешности ПО измерительных систем на основе условия максимума функции обобщенной мощности, который отличается от известных за счет построения переходной характеристики из решения обратной измерительной задачи. Построенная на его основе по системе уравнений (3.122) вычислительная схема может быть отнесена к алгоритму «грубой» оценки в дискретном времени, который отличается оперативностью и характеризуется объёмом вычислительных затрат, пропорциональным общему числу дискретных отсчётов сигнала.

3.14.9 Использование условия максимума функции обобщенной мощности в условиях неопределенности относительно динамики протекающих процессов обеспечивает синтез алгоритмов «грубой» оценки и фильтров, которые в сравнении с фильтром Калмана в среднем отличаются большей точностью.

3.14.10 Разработан фильтр сопровождения маневрирующих объектов (3.132), отличающийся от известных новой нелинейной структурой модели движения, полученной как решение в текущем времени обратной задачи динамики на основе условия максимума функции обобщенной мощности. Использование новой модели обеспечивает повышение потенциальных точностных характеристик сопровождения, что подтверждается результатами математического моделирования. Повышение качества сопровождения связано с изменением структуры традиционной модели, положенной в основу фильтра сопровождения, что позволяет говорить об эффекте структурной адаптации разработанного фильтра.

Разработанный фильтр за счет эффекта структурной адаптации обеспечивает в сравнении с традиционными фильтрами выигрыш в эффективности сопровождения маневрирующей цели по критерию максимум точности – минимум вычислительных затрат.

3.14.11 Разработанный метод структурной адаптации дискретных фильтров на основе динамических математических моделей отличается от известных способом построения обратных связей из-за использования в его основе условия максимума функции обобщенной мощности. Это позволяет строить модели фильтра состояния со структурной адаптацией (3.147) как решения обратной задачи динамики. Практическая реализация полученных с применением такого метода результатов в цифровых следящих системах ставит задачу выбора схемы конечномерной аппроксимации полученной модели, что связано с определением вида приближения синтезирующей функции и использованием общего решения однородного дифференциального уравнения.

3.14.12 Разработан метод интеллектуализации измерительных процедур на базе использования адаптивных математических моделей и теории регуляризации, который отличается от известных способом построения обратных связей за счет поэтапной оптимизации и использования условия максимума функции обобщенной мощности. Использование критерия минимума невязки позволяет завершить процесс поэтапной оптимизации в смысле обработки измерительной информации в соответствии с (3.176), т.е. определить номер максимально точной

оценки исследуемого параметра, что позволяет отнести синтезированные алгоритмы оценки к классу «интеллектуальных», или осуществляющих целенаправленный выбор наиболее близкой к истинному значению оценки измеряемого параметра.

3.14.13 Синтезированные динамические математические модели (3.39), (3.54), (3.59) обеспечивают синтез нечетких алгоритмов оценки и фильтров сопровождения. Разработанная *TS*-модель системы типа *MISO* с базой правил (3.65) определяет многомодельный алгоритм интеллектуальной динамической оценки параметров движения.

3.14.14 В исследовании развивается подход к синтезу нечетких фильтров сопровождения на основе построения динамических моделей движения из условия максимума функции обобщенной мощности. Это, как показано в работе, позволяет получить нелинейную матрицу перехода состояний (3.184). Она за счет выбора параметра адаптации с достаточной на практике степенью точности может быть представлена как матрица перехода состояний, получаемая с применением математической модели движения объекта с постоянной скоростью. Тогда применение базы правил конъюнктивного типа для описания движения маневрирующего летательного аппарата приводит к нечеткому фильтру сопровождения. На основе математического моделирования установлено его превосходство по показателю точности над интеллектуальным альф-бета фильтром, построенным с использованием математической модели движения объекта с постоянной скоростью, и ФК, синтезированным на основе математической модели ускорения Зингера.

3.14.15 Синтезированная измерительная процедура для ориентирующего статуса результатов измерений (3.186) выгодно отличается от измерительной процедуры калмановской структуры с дискретной классической переходной матрицей, поскольку позволяет уменьшить вероятность потери устойчивости малого беспилотного ЛА в полёте при возникновении нештатной ситуации, вызванной отказом гироскопического датчика угловых скоростей и перемещений. Ее применение обеспечивает удовлетворение требований к ИТИУРЭС, которые приведены в таблице 1.1.

3.14.16 При синтезе алгоритмов оценки параметров процессов, удовлетворяющих принципу Гамильтона-Остроградского, реализованы следующие принципы системного подхода: принцип связности в рамках поэтапной оптимизации на основе развиваемого аппарата асинхронного варьирования, позволивший рассматривать одновременно исследуемую систему как единое целое и в то же время как подсистему для вышестоящих уровней; принцип абстрагирования, что позволяет рассматривать процессы в рамках исследования как удовлетворяющие вариационным принципам аналитической механики; принцип вариативности реализуется в полученных решениях за счет ограничений и различных поверхностей переключения.

3.14.17 Построенные динамические модели и синтезированные алгоритмы оценки в соответствии с (1.15) определяют базу правил нечетких алгоритмов оценки.

3.14.18 Синтезированные алгоритмы оценки ИТИУРЭС представлены в форме математической нотации, что отражено последовательностью соответствующих математических соотношений.

3.14.19 Научно обоснованные рекомендации и технические предложения по построению программно-алгоритмического обеспечения ИИУС, на основе которых разработаны структуры специализированных вычислителей, позволяющие реализовать интеллектуальную обработку данных в реальном масштабе времени, внедрены в РЛС ОЛП типа «Аксай-М».

3.14.20 Синтезированные управления, построенные динамические математические модели и уравнения оценивания определены с точностью до параметров, что требует решения задачи идентификации.

3.14.21 Проведенный системный анализ демонстрирует, что разработанные методы обеспечивают комплексное решение задачи синтеза и интеллектуализации алгоритмов оценки транспортных информационно-управляющих радиоэлектронных систем – от теоретической формализации до практической реализации в реальных условиях эксплуатации техники (см. приложение А).

4 МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ

СТРУКТУРНО - ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА И ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛАГРАНЖЕВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИНЦИПА ГАМИЛЬТОНА-ОСТРОГРАДСКОГО

В четвертой главе рассмотрена задача идентификации лагранжевых динамических систем. Показано, что применение полученного во второй главе условия максимума функции обобщенной мощности обеспечивает многопараметрическую идентификацию конструктивных параметров лагранжевых динамических систем. Однако это требует решения системы уравнений и связано с относительно большим объемом вычислительных затрат. Для преодоления указанного недостатка для динамической идентификации параметров математических моделей лагранжевых систем необходимо исследовать асинхронную вариацию функционала, расширенного с использованием интеграла действия и его аналога для математической модели динамики параметров в форме уравнения Лагранжа второго рода. В результате установлено условие максимума функции обобщенной мощности для случая параметрической неопределенности и получены с точностью до синтезирующей функции уравнения последовательной идентификации математических моделей динамических систем. Исследована устойчивость синтезируемых алгоритмов. Для унификации подхода к решению задач оценки в условиях структурно-параметрической неопределенности с использованием принципа Гамильтона-Остроградского предложен метод структурно-параметрической идентификации измерительных систем.

4.1 МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

4.1.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ

4.1.1.1 В последнее время в научном сообществе проявляется повышенный интерес к дальнейшему изучению теории систем в плане построения их моделей эволюции во времени с целью оценки состояния и последующего прогнозирования. Процесс построения математической модели достаточно сложен и предполагает необходимость разрешения многих задач, в том числе и задачи определения параметров исследуемой модели. В классической теории систем под идентификацией понимается процесс определения параметров динамических систем в соответствии с выбранным критерием. Это один из важнейших этапов проектирования систем, который обеспечивает их максимально эффективное функционирование в реальном масштабе времени.

В настоящее время разработано много приемов, способов и методов текущей оценки параметров объектов. Наиболее общий подход основывается на принципах статистического синтеза и приводит к алгоритмам адаптивной фильтрации [398, 464, 465]. Практическая реализация таких алгоритмов связана с необходимостью расширения пространства состояний и синтеза процедуры калмановского типа. С ростом размерности вектора состояния возникает проблема обеспечения устойчивости алгоритма совместного оценивания параметров и состояния исследуемого объекта. Решение данной проблемы на практике затруднено фактом недостаточно полной априорной информации относительно исходного распределения для объединенного вектора состояния и параметров. Попытки решения проблемы обеспечения практической сходимости алгоритма предпринимались в направлении синтеза субоптимальных фильтров [466 – 468] и использования метода стохастической аппроксимации [265, 468], которые не

требуют информации об исходных законах распределения. Однако простота алгоритмов, построенных на основе данных методов, неизбежно ведет к снижению эффективности их функционирования.

Одним из перспективных направлений повышения эффективности решения задач идентификации динамических систем является подход к решению экстремальных задач, основанный на условии максимума функции обобщенной мощности [59, 290, 469, 470], который использует принцип Гамильтона-Остроградского [56], и позволяет записать условия оптимальности в форме максимума функции обобщенной мощности [64, 471]. При этом устанавливается аналитическая зависимость управлений от фазовых координат и целевого функционала, что позволяет получить в замкнутой форме решение задачи синтеза [265]. Данный факт в совокупности с использованием положений теории чувствительности служит отправной точкой при разработке новых методов идентификации параметров динамических систем, обеспечивающих декомпозицию системы идентификации на подсистемы оценки состояния и оценки параметров [290], что ведет к снижению вычислительных затрат и увеличению устойчивости процесса идентификации. Это является весьма важным фактором при необходимости реализации системы идентификации в современных системах с большим числом оцениваемых параметров. Совокупное применение вариационного анализа и принципа регуляризации [383, 444, 472], позволяет получить прирост в точности оцениваемых параметров.

В последнее время в связи с предъявлением все более высоких требований к процессам управления в различных областях техники проблема идентификации становится исключительно важной. Традиционным направлением эффективного решения задачи идентификации является использование «классического вариационного исчисления, динамического программирования Р. Беллмана и принципа максимума Л.С. Понтрягина. Однако эти методы дают условия оптимальности для рассматриваемого данного момента времени, а проблема синтеза решалась в ряде работ с использованием гипотез об управлениях, линиях переключения» [473], функциях Беллмана и др. [78, 329, 474, 475].

Данных недостатков лишен новый перспективный метод многопараметрической идентификации конструктивных параметров на основе условия максимума функции обобщенной мощности, использование которого позволяет решить обратную задачу динамики. В этом случае оценки параметров находятся из сравнения найденной обобщенной силы с истинной силой, явная зависимость которой от конструктивных параметров известна.

4.1.1.2 Рассмотрим динамическую систему, движение которой подчиняется принципу Гамильтона-Остроградского, в соответствии с которым выполняется (2.35).

В случае параметрической неопределенности уравнение наблюдения вида (3.5) записывается в следующей форме:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{z}, t) + \boldsymbol{\xi}(t). \quad (4.1)$$

Принято, что локальные характеристики шумов наблюдения известны.

Требуется определить такие постоянные параметры $z_j \in [z_1, \dots, z_m]$, $j = \overline{1, m}$, чтобы достигался минимум целевого функционала невязки

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{y}(t) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{z}}, t))^T \mathbf{R}_{\xi}^{-1} (\mathbf{y}(t) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{z}}, t)) \rightarrow \min. \quad (4.2)$$

4.1.2 МЕТОД МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ФУНКЦИИ ОБОБЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

4.1.2.1 Идентификация вектора параметров $\mathbf{z}$ производится в два этапа [118]. На первом этапе в соответствии с заданным функционалом (4.2) из условия максимума функции обобщенной мощности [41,64,471]

$$\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{N}, \lambda) = \max_{\mathbf{N} \in \bar{G}} \sum_{s=1}^n [\lambda N_s + V_s] \quad (4.3)$$

вычисляются значения обобщенных сил $\hat{\mathbf{N}}$, реализующих наблюдаемое движение

$\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_n]^T$, например, в соответствии с (2.239) следующим образом:

$$\hat{N}_s = \lambda \left[-\frac{\dot{\hat{q}}_s \left| \dot{\hat{q}}_s \right|}{L_s \left| R_{\xi ss}^{-1}(y_s - h_s) \frac{\partial h_s}{\partial \hat{q}_s} \right| + \varepsilon_s} - R_{\xi ss}^{-1}(y_s - h_s) \frac{\partial h_s}{\partial \hat{q}_s} \right], s = \overline{1, n}. \quad (4.4)$$

На втором этапе идентификация параметров проводится на основе закона движения $\hat{q}_s = -h_s^{-1}(y_s)$, доставляющего минимум (4.2) путем сопоставления обобщенной силы $\hat{N}_s$ с истинной обобщенной силой $\hat{Q}_s$, явная зависимость которой от конструктивных параметров известна. Для этого конструктивные параметры выбирают такими, чтобы среднеквадратическая ошибка I за характерный (произвольный) отрезок времени между обобщенной силой и заданной обобщенной силой была бы минимальной:

$$I[\hat{Q}_s, \hat{N}_s] = \int_{t_0}^{t_1} [\hat{Q}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}, \hat{\mathbf{z}}, t) - \hat{N}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}, \hat{\mathbf{z}}, t)]^2 dt \rightarrow \min. \quad (4.5)$$

4.1.2.2 Так как обобщенные координаты и наблюдения теперь известны как функции времени, то вместо минимизации функционала $I[\hat{Q}_s, \hat{N}_s]$ отыскивается минимум функции $I(\hat{\mathbf{z}}_j)$. При небольшом количестве неизвестных $\hat{\mathbf{z}}_j$ и их линейном вхождении в обобщенную силу $\hat{Q}_s$ можно решать следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial I[\hat{Q}_s, \hat{N}_s]}{\partial \hat{\mathbf{z}}_j} = 0, j = \overline{1, m}, s = \overline{1, n}, \quad (4.6)$$

а в более сложных случаях применить программу поиска экстремума [118].

4.1.2.3 Рассмотрим метод расчета множителей Лагранжа, позволяющий обеспечить вычислительную точность оценки параметров. Если удастся найти аналитическую зависимость параметров $\lambda, L_s, \varepsilon_s$ от краевых условий, то задача полностью решена. Однако, даже в самых простейших случаях получения аналитического решения задач идентификации представляет значительные трудности [77]. Поэтому для конструктивного решения задачи определения

параметров обратной связи в системе идентификации необходимо иметь вычислительное устройство. В качестве методов поиска параметров $\lambda, L_s, \varepsilon_s$ могут быть использованы, например, градиентные [387, 456].

Пусть имеется некоторое нулевое приближение значений множителей Лагранжа

$$\alpha_0 = \{\lambda, L_s, \varepsilon_s\} = \{\alpha_0^1, \dots, \alpha_0^m\}, \quad (4.7)$$

удовлетворяющее условию устойчивости. Этой системе чисел соответствуют условия в правом конце траектории в задаче оптимизации

$$t = t_1, \quad q_0^i = q_0^i(\alpha_{01}, \dots, \alpha_{0m}), \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.8)$$

Положим

$$\alpha_{ij} = \alpha_{0j} + \delta_{1j}. \quad (4.9)$$

Считая величины δ_{1j} малыми, примем

$$q_1^i = q^i(\alpha_{11} + \delta_{11}, \dots, \alpha_{1m} + \delta_{1m}) = q_0^i + \sum \left(\frac{\partial q^i}{\partial \alpha_j} \right) \delta_{1j} \Big|_{\alpha=\alpha_0}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (4.10)$$

Выберем величины δ_{1j} так, чтобы правые части обратились в нуль. Это дает n линейных уравнений относительно n величин $\delta_{11}, \dots, \delta_{1n}$. Уравнения относительно вектора $\delta_1 = (\delta_{11}, \dots, \delta_{1n})$ в матричной форме будут иметь вид

$$\delta_1 = -A_0^{-1} q_0, \quad (4.11)$$

где $A_0(\alpha)$ – матрица, которая определяется так

$$A_0(\alpha) = \left| \frac{\partial q^i}{\partial \alpha_j} \right| = |a_{ij}|. \quad (4.12)$$

Затем в качестве нового приближения принимаем вектор $\alpha_1 = \alpha_0 + \delta_1$ и повторяем процесс. Общая схема итераций

$$\delta_k = -A_{k-1}^{-1} q_{k-1}, \quad \alpha_k = \alpha_{k-1} + \delta_k. \quad (4.13)$$

На каждом шаге итерации необходимо знать матрицу $A_0(\alpha)$. Так как терминальные значения обобщенных координат неявно зависят от множителей Лагранжа, то элементы матрицы нужно находить численно. Это требует $n+1$ решений уравнений движения. Процедура вычислений такова.

Первое решение проводится при произвольно заданном векторе α_0 до некоторого момента времени t_1 . Вычисляют переменные $q_0(\alpha_0)$. Одному из множителей Лагранжа α_{0k} задается достаточно малое приращение $|\varepsilon_k| \ll 1$. Остальные остаются без изменений. Повторяют решение уравнения до момента t_1 . Вычисляются значения $\mathbf{q}_0(\alpha_0 + \varepsilon_k)$. Находятся приращения

$$\Delta \mathbf{q}_0 = \mathbf{q}_0(\alpha_0 + \varepsilon_k) - \mathbf{q}_0(\alpha_0) \quad (4.14)$$

и значения строки элементов матрицы, обусловленных изменением ε_k

$$a_{ki} = \frac{\Delta_0(\varepsilon_k)}{\varepsilon_k}. \quad (4.15)$$

Затем процедура повторяется для остальных множителей Лагранжа.

4.1.3.2 С увеличением числа идентифицируемых параметров существенно осложняется проблема обеспечения устойчивости, сходимости и точности расчетов. Предложенная методика нахождения областей устойчивости и применения методов Ньютона, скорейшего спуска позволяют решать задачи идентификации наиболее эффективно.

4.1.3 ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ДАТЧИКОВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

4.1.3.1 Рассматривается идентификация параметров жесткости $c = 5,064$ и сопротивления $b = 1$ индуктивного датчика, математическая модель которого задается уравнением

$$\ddot{q} + b\dot{q} + cq = Q(t); Q(t) = 4\sin(3t). \quad (4.16)$$

Принцип действия индуктивных датчиков основан на изменении их индуктивности под действием входного линейного или углового перемещения. Простейший (однотактный) индуктивный датчик, как показано на рисунке 4.1, состоит из обмотки 1, включенной в цепь переменного тока и размещенной на

сердечнике 2, подвижного якоря 3 и цепи нагрузки R_H . Входным сигналом является перемещение якоря x , которое изменяет величину воздушного зазора $\delta = \delta_0 \pm x$; здесь δ_0 – величина начального воздушного зазора. Выходным сигналом является напряжение U_H или ток I_H в цепи нагрузки R_H .

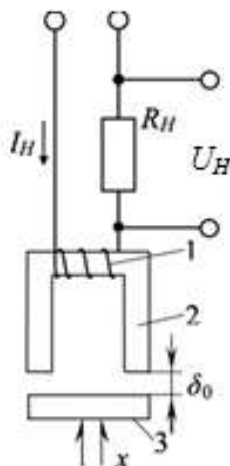


Рисунок 4.1 – Простейший индуктивный датчик

Таким образом, физический смысл обобщенной координаты и коэффициентов математической модели (4.16) определяется следующей системой

$$q = U, Q = kx = 4 \sin(3t), b = \frac{1}{R_H C}, c = \frac{1}{LC}, \quad (4.17)$$

где U – выходная величина датчика – напряжение; x – входная величина устройства преобразования измерительной информации – перемещение; k – коэффициент пропорциональности; C – емкость; R_H^{-1} – проводимость; L^{-1} – инверсная индуктивность.

С помощью индуктивных датчиков можно контролировать механические перемещения, механические силы, температуру, свойства магнитных материалов, определять наличие дефектов или нежелательность примесей в телах материалов; контролировать диаметр стальной проволоки, толщину немагнитных покрытий на стали, движение жидкости в резервуарах и др.

Пусть измерения проводятся в лабораторных условиях, когда шумами измерений можно пренебречь. Тогда уравнение наблюдения можно записать так:

$$y(t) = q(t), \quad (4.18)$$

а целевой функционал (4.2) в следующей форме:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} (\hat{q} - y)^2 dt. \quad (4.19)$$

Уравнение траектории, доставляющей минимум целевому функционалу, реализующей наблюдаемое движение, которое синтезировано на основе условия максимума функции обобщенной мощности на первом этапе идентификации [78] с использованием синтезирующей функции, которая построена на основе гипотезы о стационарности Гамильтониана на гиперповерхности переключения, записывается так

$$\ddot{\hat{q}} = \lambda \left[-\frac{\dot{\hat{q}}|\dot{\hat{q}}|}{L|\hat{q} - y| + \varepsilon} - (\hat{q} - y) \right]; t = 0, \hat{q}_0 = y_0, \dot{\hat{q}}_0 = 0; t_1 = 4, \hat{q}_1 = \dot{\hat{q}}_1 = 0; \quad (4.20)$$

где при проведении математического моделирования выбраны следующие параметры: $\lambda^{-1} = 1200$; $L = 1,3$; $\varepsilon = 80$.

Результаты моделирования наблюдаемой траектории y , траектории, реализующей наблюдаемое движение $\hat{q}$, а также траектории объекта с идентифицируемыми параметрами q_{idt} показаны на рисунке 4.2.

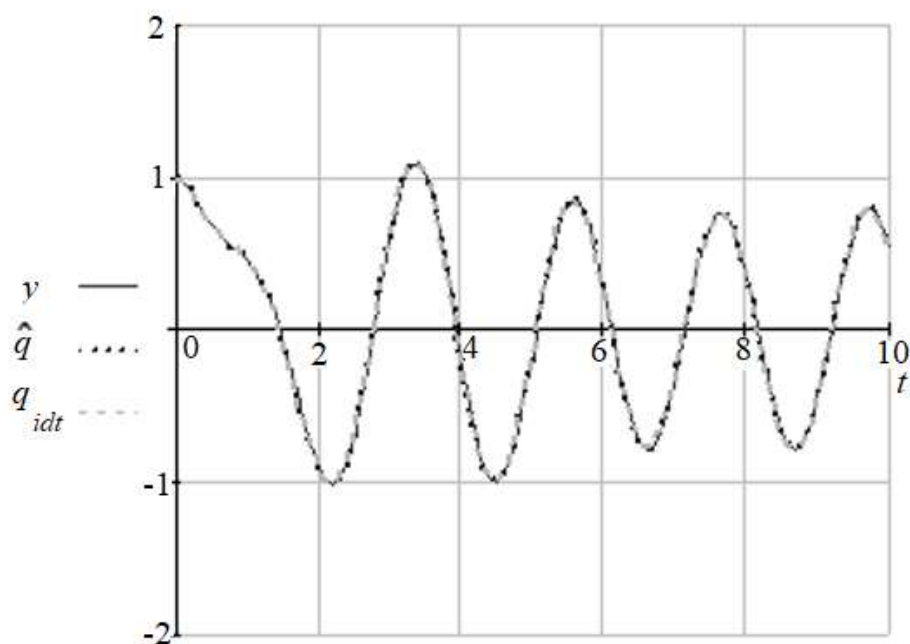


Рисунок 4.2 – Траектории движения объекта $y, \hat{q}, q_{ind}$

Ошибки оценки показаны на рисунке 4.3, где обозначено $\delta q_{omn} = y - \hat{q}$, $\delta q = \hat{q} - q_{idt}$, $\delta \dot{q} = \dot{\hat{q}} - \dot{q}_{idt}$.

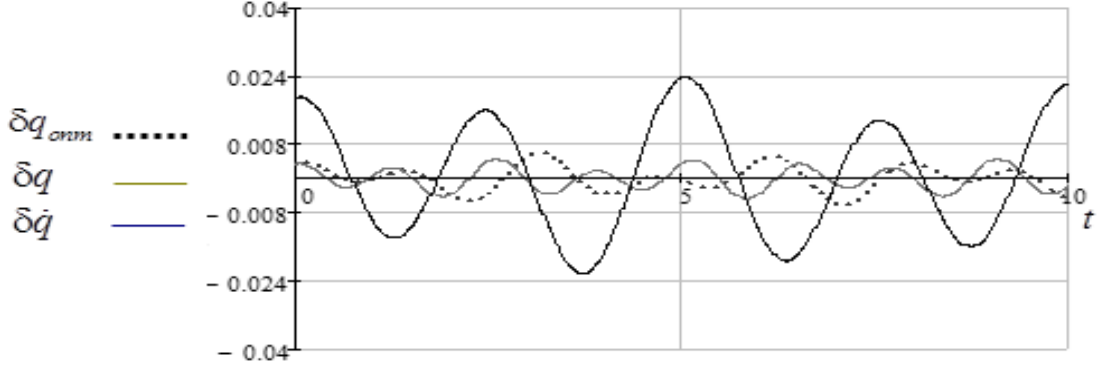


Рисунок 4.3 – Ошибки оценки траектории

Оценка конструктивных параметров определялась по уравнениям (4.15), которые для рассматриваемого случая в развернутой форме имеют вид:

$$\frac{\partial I}{\partial \hat{c}} = a_{11}\hat{c} + a_{12}\hat{b} - A_1 = 0, \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial I}{\partial \hat{b}} = a_{21}\hat{c} + a_{22}\hat{b} - A_2 = 0, \quad (4.22)$$

$$\text{где } a_{11} = \int_0^{t_1} \hat{q}^2 dt, \quad a_{12} = a_{21} = \int_0^{t_1} \hat{q} \dot{\hat{q}} dt, \quad a_{22} = \int_0^{t_1} \dot{\hat{q}}^2 dt,$$

$$A_1 = -\int_0^{t_1} \lambda^{-1} \left[-\frac{\dot{\hat{q}}|\dot{\hat{q}}|}{L|\hat{q} - y| + \varepsilon} - (\hat{q} - y) \right] \hat{q} dt; \quad A_2 = -\int_0^{t_1} \lambda^{-1} \left[-\frac{\dot{\hat{q}}|\dot{\hat{q}}|}{L|\hat{q} - y| + \varepsilon} - (\hat{q} - y) \right] \dot{\hat{q}} dt.$$

В результате получены следующие оценки конструктивных параметров: $\hat{c} = 5,065$; $\hat{b} = 1,007$. Относительная погрешность идентификации параметров составляет соответственно $\delta c = 0,1\%$ и $\delta b = 0,7\%$.

4.1.3.2 Рассмотрим пример многопараметрической идентификации конструктивных параметров следующей нелинейной динамической системы:

$$\ddot{q} + b\dot{q} + cq + ae^{-kt}q^3 = Q, \quad (4.23)$$

где $b = 3$, $c = 2$, $a = 2$, $k = 0,1$, $Q = 4\sin t$.

Уравнение наблюдения имеет вид (4.18), целевой функционал представлен

выражением (4.19). Обобщенная сила будет определяться следующим образом:

$$N = \lambda^{-1} \left[-\frac{\dot{\hat{q}}|\dot{\hat{q}}|}{L|\hat{q} - y| + \varepsilon} - (\hat{q} - y) \right]. \quad (4.24)$$

Для поиска экстремума функционала применяется процедура половинного деления (приложение В). Для этого интеграл (4.5) представляется в виде

$$I = \int_0^{t_1} \left(-\hat{b}\dot{\hat{q}} - \hat{c}\hat{q} - \hat{a}e^{-\hat{k}t}\hat{q}^3 + 4\sin t - \lambda^{-1} \left[-\frac{\dot{\hat{q}}|\dot{\hat{q}}|}{L|\hat{q} - y| + \varepsilon} - (\hat{q} - y) \right] \right)^2 dt, \quad (4.25)$$

где при проведении математического моделирования полагалось, что $\lambda^{-1} = 1000$; $L = 1000$; $\varepsilon = 800$. Алгоритм расчета конструктивных параметров осуществляется в два этапа.

Этап 1. На основе решения обратной задачи динамики производится оценка траектории с использованием следующего уравнения:

$$\ddot{\hat{q}} = \lambda^{-1} \left[-\frac{\dot{\hat{q}}|\dot{\hat{q}}|}{L|\hat{q} - y| + \varepsilon} - (\hat{q} - y) \right] \quad (4.26)$$

и определяются перемещение $\hat{q}$, скорость перемещения $\dot{\hat{q}}$ и ускорение (обобщенная сила для голономной динамической системы) $\ddot{\hat{q}}$ с необходимой точностью. Сравнительная оценка траекторий фазовых переменных показана рисунках 4.4 и 4.5.

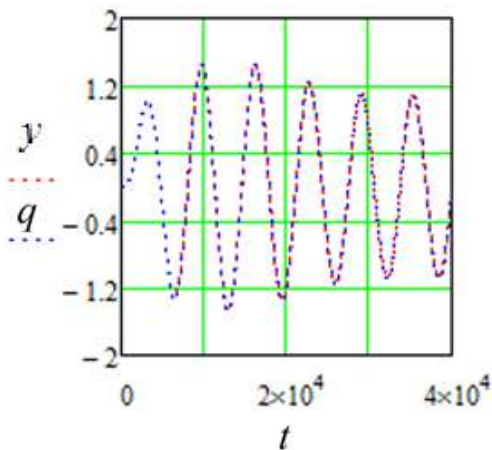


Рисунок 4.4 – Сравнение наблюдаемой и истинной траектории

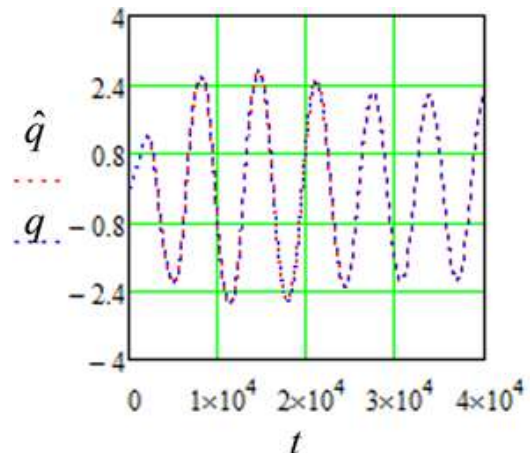


Рисунок 4.5 – Сравнение оцениваемого и действительного движения

Этап 2. Производится расчет идентифицируемых параметров $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{a}$, $\hat{k}$. Для этого из условия минимума функционала (4.26) составляются уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial \hat{b}} &= \hat{b} \int_0^{t_1} \dot{\hat{q}}^2 dt + \hat{c} \int_0^{t_1} \dot{\hat{q}} \hat{q} dt + \hat{a} \int_0^{t_1} e^{-\hat{k}t} \hat{q}^3 \dot{\hat{q}} dt - \\ &- \int_0^{t_1} \lambda^{-1} \left[\frac{\dot{\hat{q}} |\dot{\hat{q}}|}{L|\hat{q} - y| + \varepsilon} + (\hat{q} - y) \right] \dot{\hat{q}} dt = 0, \\ \frac{\partial I}{\partial \hat{c}} &= \hat{b} \int_0^{t_1} \dot{\hat{q}} \hat{q} dt + \hat{c} \int_0^{t_1} \hat{q}^2 dt + \hat{a} \int_0^{t_1} e^{-\hat{k}t} \hat{q}^4 dt - \int_0^{t_1} \lambda^{-1} \left[\frac{\dot{\hat{q}} |\dot{\hat{q}}|}{L|\hat{q} - y| + \varepsilon} + (\hat{q} - y) \right] \hat{q} dt = 0, \\ \frac{\partial I}{\partial \hat{a}} &= \hat{b} \int_0^{t_k} \dot{\hat{q}} e^{-\hat{k}t} \hat{q}^3 dt + \hat{c} \int_0^{t_k} e^{-\hat{k}t} \hat{q}^4 dt + \hat{a} \int_0^{t_k} (e^{-\hat{k}t} \hat{q}^3)^2 dt + \int_0^{t_k} \hat{Q} e^{-\hat{k}t} \hat{q}^3 dt = 0, \\ a_{11} \hat{b} + a_{12} \hat{c} + a_{13} \hat{a} &= -A_1, \quad a_{21} \hat{b} + a_{22} \hat{c} + a_{23} \hat{a} = -A_2, \\ a_{31} \hat{b} + a_{32} \hat{c} + a_{33} \hat{a} &= -A_3, \end{aligned} \quad (4.27)$$

в которые нелинейно входит параметр $\hat{k}$.

Для вычислений применяется метод половинного деления по оценке параметра $\hat{k}$:

- задается произвольное допустимое $\hat{k}$. По системе уравнений (4.27) рассчитываются параметры $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{a}$, а также вычисляется начальное значение функционала (4.25);

- изменяется значение $\hat{k}^1$ на некоторую величину $\hat{k}^1 = \hat{k}^0 + \Delta k$. Если $I^1 < I^0$, то производится следующее уточнение $\hat{k}$, т.е. $\hat{k}^2 = \hat{k}^1 + \Delta k$. Когда $I^{n+1} > I^n$, производится уточнение методом половинного деления, т.е. $\hat{k}^{n+2} = \frac{\hat{k}^{n+1} + \hat{k}^n}{2}$ и т.д.

В результате получены следующие оценки параметров, приведенные в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Оценки конструктивных параметров

	b	c	a	k
Истинные параметры	3	2	2	0,1
Оценки параметров	3,002	1,996	2	0,1

Результаты сравнения фазовых траекторий действительного и оцениваемого движения представлены на рисунке 4.6. Результаты сравнения наблюдаемой траектории и траектории объекта с идентифицируемыми параметрами представлены фазовыми портретами на рисунке 4.7.

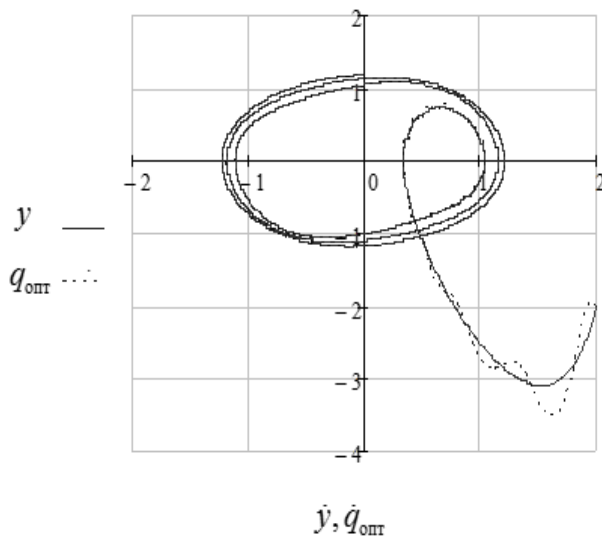


Рисунок 4.6 – Фазовые портреты действительного и оцениваемого движения

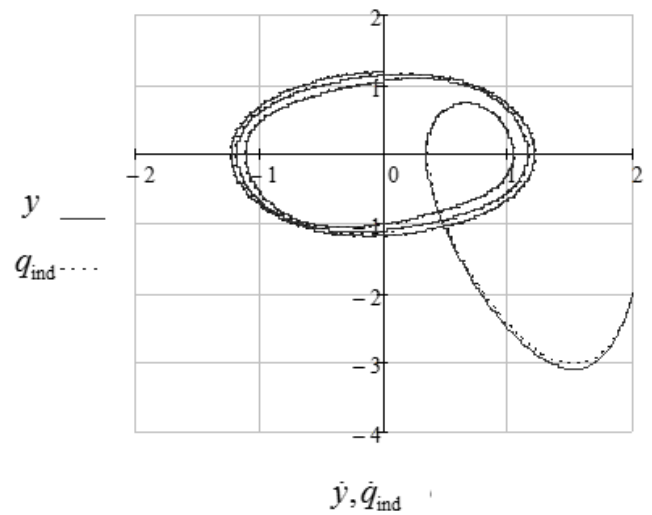


Рисунок 4.7 – Фазовые портреты наблюдаемой траектории и траектории объекта с идентифицируемыми параметрами

Относительная погрешность оценки параметров составляет соответственно $\delta b = 0,2\%$, $\delta c = 0,4\%$, $\delta a = \delta k = 0\%$. На данную программу в среде *Mathcad* получено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ [476].

В обобщенной формульно-словесной форме соответствующий алгоритм идентификации может быть представлен так:

- Шаг 1. Задание исходных данных: $\hat{b}, \hat{c}, \hat{a}, \hat{k}, \hat{q}(0), \dot{\hat{q}}(0)$,

$$\varepsilon_I = k \operatorname{var}(\hat{Q})(k = \text{const});$$

2. Шаг 2. Получение результата измерений (4.1);

3. Шаг 3. Расчет (4.24);

4. Шаг 4. Идентификация параметров по (4.27);

5. Шаг 5. Проверка условия: $I < \varepsilon_I$. Если условие не выполняется, то шаг 2.

Если условие выполняется – окончание процесса идентификации.

4.2 ДИНАМИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЛАГРАНЖЕВЫХ СИСТЕМ

4.2.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

4.2.1.1 Разработкой различных методов и алгоритмов динамической идентификации занималось большинство выдающихся зарубежных и отечественных ученых, таких как Д. Гропп, Э. Сейдж и Д. Мелс, А. Красовский и другие [71, 77, 468, 477, 478]. Наибольший интерес среди них представляют многопараметрические методы идентификации, основанные на классической теории фильтра Калмана. Такие методы относительно легко применимы в реальном масштабе времени и позволяют с высокой степенью точности оценить параметры. Однако большая размерность вектора состояния приводит к проблеме обеспечения устойчивости алгоритма оценивания параметров, а также значительно увеличивает вычислительные затраты. Это ограничивает возможность динамической обработки данных.

Перспективным методом динамической идентификации является метод комплексного использования условия максимума функции обобщенной мощности и вариационных принципов аналитической механики [59, 118]. Синтезированные на его основе алгоритмы идентификации параметров математических моделей

динамических систем выгодно отличаются от вычислительных процедур калмановского типа устойчивостью и меньшим объемом вычислительных затрат.

4.2.1.2 Принято, что при движении системы из начального состояния

$$t = t_0, \mathbf{q}(t_0) = [q_{10}, \dots, q_{n0}]^T, \quad \dot{\mathbf{q}}(t_0) = [\dot{q}_{10}, \dots, \dot{q}_{n0}]^T \quad (4.28)$$

в конечное состояние

$$t = t_1, \mathbf{q}(t_1) = [q_{11}, \dots, q_{n1}]^T, \quad \dot{\mathbf{q}}(t_1) = [\dot{q}_{11}, \dots, \dot{q}_{n1}]^T \quad (4.29)$$

под действием обобщенных сил $\mathbf{Q}$ выполняется соотношение, аналогичное принципу Гамильтона-Остроградского для интеграла действия (2.2) [56]. Отсюда следует справедливость дифференциального уравнения Лагранжа второго рода (2.35) [56]. Пусть форма уравнения (2.39) известна и имеет следующий вид

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{z}, t), \quad \mathbf{q}(0) = \mathbf{q}_0, \quad \dot{\mathbf{q}}(0) = \dot{\mathbf{q}}_0, \quad (4.30)$$

где $\mathbf{f}$ – функция, непрерывная вместе со своими частными производными.

Положим, что динамика вектора идентифицируемых параметров $\mathbf{z}$ описывается следующим уравнением

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\eta}, \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \quad \dot{\mathbf{z}}(0) = \dot{\mathbf{z}}_0, \quad \boldsymbol{\eta} \in L_2^m[t_0, t_1], \quad (4.31)$$

где $\boldsymbol{\eta}$ – вектор возмущений, имеющий смысл регулятора процесса идентификации (управления).

Для (4.31) равенство, аналогичное (2.2), принимает вид

$$\delta' W = \int_{t_0}^{t_1} (\delta \Theta(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) + \delta' a(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})) dt = 0, \quad (4.32)$$

из которого вытекает уравнение Лагранжа второго рода в следующей форме

$$\frac{\partial \Theta(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})}{\partial \mathbf{z}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \Theta(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})}{\partial \dot{\mathbf{z}}} + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\eta} \in \bar{G}_{\eta}, \quad (4.33)$$

где Θ – кинетическая энергия динамики параметров,

$$\Theta = \sum_{k=1}^m \frac{1}{2} \dot{z}_k p_k = \sum_{k=1}^m \frac{1}{2} \dot{z}_k \sum_{i=1}^m \alpha_{ki} \dot{z}_i \quad - \quad \text{кинетическая энергия, соответствующая}$$

обобщенной координате z_k , $p_k(\alpha_{ki}) = \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k}$ – обобщенный импульс [56],

α_{ki} – коэффициент инерции; $a = \sum_{k=1}^m a_k = \sum_{k=1}^m \int_{z_k(t_0)}^{z_k(t_1)} \eta_k dz_k$ – работа возмущения; $\bar{G}_\eta$ –

множество допустимых ограниченных возмущений.

Уравнение наблюдения представлено выражением (4.1).

Необходимо определить вектор оценки параметров $\hat{\mathbf{z}}$ из условия минимума функционала невязки (4.2) [252].

4.2.2 УРАВНЕНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Использование метода множителей Лагранжа позволяет сконструировать расширенный целевой функционал [104]

$$J = J_1 + \lambda R + \lambda_2 W = \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{z}}, t) dt +$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} \left[\lambda \left[T(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) + A(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \right] + \lambda_2 \left[\Theta(\hat{\mathbf{z}}, \dot{\hat{\mathbf{z}}}) + a(\hat{\mathbf{z}}, \dot{\hat{\mathbf{z}}}) \right] \right] dt \rightarrow \min, \quad (4.34)$$

где λ, λ_2 – неопределенные множители Лагранжа.

Пусть возмущение $\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)$ доставляет минимум целевому функционалу (4.34). Нахождение условия его минимума осуществляется с использованием приращения расширенного функционала, обусловленного вариацией возмущения. Для этого необходимо выбрать произвольно в функциональном пространстве $L_2^m[t_0, t_1]$ направление [479]

$$\Delta \boldsymbol{\eta}(t) = \begin{cases} \boldsymbol{\eta}(t) - \hat{\boldsymbol{\eta}}(t), & t \in [\tau, \tau + \Delta t], \\ \mathbf{0}, & t \notin [\tau, \tau + \Delta t], \end{cases} \quad (4.35)$$

где δt – любой бесконечно малый интервал времени; $\Delta t = \varepsilon \delta t > 0, \varepsilon > 0$ – параметр.

Тогда $\varepsilon \Delta \boldsymbol{\eta}$ – вариация возмущения $\hat{\boldsymbol{\eta}}$, следовательно, произвольное возмущение определяется следующим выражением

$$\boldsymbol{\eta}_\varepsilon(t) = \hat{\boldsymbol{\eta}}(t) + \varepsilon \Delta \boldsymbol{\eta}(t), \boldsymbol{\eta}_\varepsilon(t) \in L_2^m[t_0, t_1]. \quad (4.36)$$

Необходимое условие минимума (4.34) разыскивается из условия неотрицательности приращения расширенного целевого функционала (4.34) [479]

$$\Delta J = J(\hat{\boldsymbol{\eta}} + \varepsilon \Delta \boldsymbol{\eta}) - J(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \geq 0, \quad (4.37)$$

обусловленное вариацией возмущения $\varepsilon \Delta \boldsymbol{\eta}$.

Из (4.35) следует, что при $t \in [t_0, \tau]$ $\Delta J = 0$ поскольку $\varepsilon \Delta \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$.

На ограниченном замкнутом интервале $[\tau, \tau + \Delta t]$ $\Delta J \neq 0$, а вариация вектора возмущения $\varepsilon \Delta \boldsymbol{\eta}$ определяет вариацию вектора параметров $\mathbf{z}$

$$\delta \mathbf{z} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}} = \Delta \mathbf{z} - \dot{\hat{\mathbf{z}}} \Delta t, \quad (4.38)$$

и вариацию вектора обобщенных координат [56]

$$\delta \mathbf{q}_z = \mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}} = \Delta \mathbf{q} - \dot{\hat{\mathbf{q}}} \Delta t - \frac{\partial \mathbf{q}^T}{\partial \hat{\mathbf{z}}} \delta \mathbf{z} = \delta \mathbf{q} - \mathbf{G} \delta \mathbf{z}, \quad (4.39)$$

где $\mathbf{G}$ – матрица чувствительности системы (4.30) по параметрам $\hat{\mathbf{z}}$, элементы которой рассчитываются в соответствии с (2.68); $\delta \mathbf{q}$ – не зависящая от вектора параметров $\hat{\mathbf{z}}$ часть вариации обобщенной координаты.

Синхронные вариации $\delta \mathbf{z}$, $\delta \mathbf{q}_z$, и асинхронные $\Delta \mathbf{z}$, $\Delta \mathbf{q}$ обладают следующими свойствами [113]:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{z}(t) &= \mathbf{0}, \delta \mathbf{q}_z(t) \neq \mathbf{0}, t \in [\tau, \tau + \Delta t], \\ \Delta \mathbf{z}(t) &= \mathbf{0}, \Delta \mathbf{q}(t) = \mathbf{0}, t \notin [\tau, \tau + \Delta t], \\ \Delta \mathbf{z}(t) &= \delta \mathbf{z}(t), \Delta \mathbf{q}(t) = \delta \mathbf{q}_z(t), t = \tau + \Delta t. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Таким образом, на ограниченном замкнутом интервале $[\tau, \tau + \Delta t]$ за счет $\varepsilon \Delta \boldsymbol{\eta}$ возникают асинхронные вариации $\Delta \mathbf{z}$, $\Delta \mathbf{q}$, а на ограниченном замкнутом интервале $[\tau + \Delta t, t_1]$ – синхронные вариации $\delta \mathbf{z}$, $\delta \mathbf{q}_z$, поскольку приращения обобщенных координат и параметров определяются решением дифференциальных уравнений в вариациях при начальных условиях в момент времени $t = \tau + \Delta t$. Вследствие малости Δt , учитывая (4.32), при $t \in [\tau, \tau + \Delta t]$

$$\delta \mathbf{z} = -\dot{\hat{\mathbf{z}}} \Delta t, \delta \mathbf{q}_z = -\dot{\hat{\mathbf{q}}} \Delta t - \mathbf{G} \delta \mathbf{z}. \quad (4.41)$$

Асинхронное варьирование (4.34) позволяет записать (4.37) в следующей форме

$$\Delta J = [F + \lambda R + \lambda_2 W] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} [\delta' F + \lambda [\delta T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \delta' A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})] + \lambda_2 [\delta \Theta(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) + \delta' a(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})]] dt \geq 0. \quad (4.42)$$

Приращение подынтегральной функции целевого функционала (2.102) можно представить в виде суммы двух частей

$$\begin{aligned} \delta' F &= \sum_{s=1}^n \left[\frac{\partial F}{\partial \hat{q}_s} \delta q_{zs} + \frac{\partial F}{\partial \hat{q}_s} \sum_{k=1}^m \frac{\partial q_s}{\partial \hat{z}_k} \delta z_k \right] = \sum_{s=1}^n \left[V_s(\mathbf{\eta}_\varepsilon) \delta q_{zs} + \sum_{k=1}^m V_s(\mathbf{\eta}_\varepsilon) G_{sk} \delta z_k \right] = \\ &= \sum_{s=1}^n \left[V_s(\mathbf{\eta}_\varepsilon) \delta q_{zs} + \sum_{k=1}^m V_{sk}^1(\mathbf{\eta}_\varepsilon) \delta z_k \right], \end{aligned} \quad (4.43)$$

где V_s, V_{sk}^1 – фиктивные обобщенные силы, для которых также справедливо следующее представление:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{V} &= \mathbf{V}(\mathbf{\eta}_\varepsilon) - \mathbf{V}(\hat{\mathbf{\eta}}), \delta \dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{V}}(\mathbf{\eta}_\varepsilon) - \dot{\mathbf{V}}(\hat{\mathbf{\eta}}) \text{ при } t \in [\tau, \tau + \Delta t]; \\ \delta \mathbf{V} &= \mathbf{0}, \delta \dot{\mathbf{V}} = \mathbf{0} \text{ при } t \notin [\tau, \tau + \Delta t]. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Вариации кинетической энергии динамической системы и динамики параметров при $t \in [t_0, t_1]$ определяются следующим образом:

$$\delta T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{\partial T}{\partial \dot{\hat{q}}_s} \delta \dot{q}_{zs} + \frac{\partial T}{\partial \hat{q}_s} \delta q_{zs}, \delta \Theta(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \frac{\partial T}{\partial \dot{\hat{z}}_k} \delta \dot{z}_k + \frac{\partial T}{\partial \hat{z}_k} \delta z_k. \quad (4.45)$$

Приращения элементарной работы возмущений и обобщенных сил имеют вид

$$\delta' A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}^T \delta \mathbf{q}, \delta' a(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) = \mathbf{\eta}^T \delta \mathbf{z}, \quad (4.46)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \hat{\mathbf{Q}} + \delta \mathbf{Q} \text{ при } t \in [\tau, \tau + \Delta t]; \\ \delta \mathbf{Q} &= \mathbf{0} \text{ при } t \notin [\tau, \tau + \Delta t]. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Подстановка (4.43), (4.45), (4.46) в (4.42) дает следующее выражение

$$\begin{aligned} \Delta J &= [F + \lambda [A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})] + \lambda_2 [a(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) + \Theta(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}})]] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \\ &+ \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{\hat{q}}_s} \delta \dot{q}_{zs} + \lambda \left[\frac{\partial T}{\partial \hat{q}_s} + Q_s \right] \delta q_{zs} + V_s \delta q_{zs} \right\} dt + \\ &+ \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \sum_{k=1}^m \left\{ \lambda_2 \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{\hat{z}}_k} \delta \dot{z}_k + \lambda_2 \left[\frac{\partial \Theta}{\partial \hat{z}_k} + \eta_{sk} \right] \delta z_k + V_{sk}^1 \delta z_k \right\} dt. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Интегрирование по частям слагаемых в выражении (4.48), зависящих от обобщенных скоростей, позволяет получить

$$\begin{aligned} \lambda \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta \dot{q}_{zs} dt = \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_{zs} \Big|_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right] \delta q_{zs} dt = \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_{zs} \Big|_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} \left[\dot{\lambda} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \lambda \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right] \delta q_{zs} dt, \quad (4.49) \\ \lambda_2 \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} \delta \dot{z}_k dt = \lambda_2 \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} \delta z_k \Big|_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} \left[\dot{\lambda}_2 \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} + \lambda_2 \frac{d}{dt} \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} \right] \delta z_k dt. \end{aligned}$$

Тогда с учетом (4.40) и теоремы Эйлера об однородных функциях для краевых условий выражение (4.49) принимает вид

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \delta q_{zs} \Big|_{t_0}^{t_1} = \lambda \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} G_{ks} \delta z_k \Big|_{t_0}^{t_1} - 2\lambda T(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1}, \\ \lambda_2 \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} \delta z_k \Big|_{t_0}^{t_1} = -\lambda_2 \left[\frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} \Delta z_k - \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} \dot{z}_k \Delta t \right] \Big|_{t_0}^{t_1} = -2\lambda_2 \Theta(\hat{\mathbf{z}}, \dot{\hat{\mathbf{z}}}) \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1}, \end{aligned} \quad (4.50)$$

что после сокращения слагаемых в (4.50) содержащих вариацию параметра, позволяет записать следующее выражение:

$$\begin{aligned} \Delta J = \left[F + \lambda \left[A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] + \lambda_2 \left[a(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) - \Theta(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \right] \right] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} + \\ + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left\{ -\dot{\lambda} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \lambda \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + Q_s \right] + V_s(\mathbf{n}_\varepsilon) \right\} \delta q_{zs} dt + \\ + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \sum_{k=1}^m \left\{ -\dot{\lambda}_2 \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} + \lambda_2 \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{z}_k} + \eta_{\varepsilon k} \right) + V_{ks}^1(\mathbf{n}_\varepsilon) \right\} \delta z_k dt. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Соотношения на концах траектории являются условиями трансверсальности

$$\left[F + \lambda \left[A(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] + \lambda_2 \left[a(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) - \Theta(\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}) \right] \right] \Delta t \Big|_{t_0}^{t_1} = 0, \quad (4.52)$$

если интервал $t_1 - t_0$ фиксирован, или (2.192) если интервал $t_1 - t_0$ не фиксирован.

Пусть $\lambda = \text{const}$. Так как (2.3) и (4.30) по постановке задачи идентичны, то

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} + \hat{Q}_s = \hat{f}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}, \hat{\mathbf{z}}, t) - \ddot{\hat{q}}_s. \quad (4.53)$$

Тогда с учетом (4.52), (4.53) приращение целевого функционала (4.51) принимает вид

$$\begin{aligned} \Delta J = & \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left\{ -\lambda \left[\ddot{q}_s - \hat{f}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}, \hat{\mathbf{z}}, t) \right] + V_s(\boldsymbol{\eta}_\varepsilon) \right\} \delta q_s dt + \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \sum_{k=1}^m \left[\left\{ -\dot{\lambda}_2 \frac{\partial T}{\partial \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k} + \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial \hat{\mathbf{z}}_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k} + \hat{\eta}_k \right) + \sum_{s=1}^n V_{ks}^1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \right\} \delta z_k \right] dt + \\ & + \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \sum_{k=1}^m \left[\left\{ \sum_{s=1}^n \delta V_{ks}^1 + \lambda_2 \varepsilon \Delta \eta_k \right\} \delta z_k \right] dt. \end{aligned} \quad (4.54)$$

Полагая также $\lambda_2 = \text{const}$, после преобразования (4.54) с учетом (4.33), (4.36), (4.39), (4.44) получим, что

$$\begin{aligned} \Delta J = & \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \left\{ -\lambda \left[\ddot{q}_s - \hat{f}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}, \hat{\mathbf{z}}, t) \right] + V_s(\boldsymbol{\eta}_\varepsilon) \right\} \delta q_s dt + \\ & + \sum_{s=1}^n \int_{t_0}^{t_1} \sum_{k=1}^m \left[\left\{ \lambda \left[\hat{f}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}, \hat{\mathbf{z}}, t) - \ddot{q}_s \right] - V_s(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \right\} G_{sk} \delta z_k \right] dt + \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \sum_{k=1}^m \left[\sum_{s=1}^n V_{sk}^1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \delta z_k \right] dt + \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \sum_{k=1}^m \left[\left\{ \sum_{s=1}^n \delta V_{sk}^1 + \lambda_2 \varepsilon \Delta \eta_k \right\} \delta z_k \right] dt \geq 0, \end{aligned} \quad (4.55)$$

где $\delta \mathbf{q}$ и $\delta \mathbf{z}$ произвольны и независимы. Тогда

$$-\lambda \left[\ddot{q}_s - \hat{f}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}, \hat{\mathbf{z}}, t) \right] + V_s(\boldsymbol{\eta}_\varepsilon) = 0. \quad (4.56)$$

и

$$\begin{aligned} \Delta J = & \int_{\tau}^{t_1} \sum_{k=1}^m \left[\sum_{s=1}^n V_{sk}^1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \delta z_k \right] dt + \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \sum_{k=1}^m \left[\left\{ \sum_{s=1}^n \delta V_{sk}^1 + \lambda_2 \varepsilon \Delta \eta_k \right\} \delta z_k \right] dt = \\ = & \int_{\tau}^{t_1} \sum_{k=1}^m \left[\sum_{s=1}^n V_{sk}^1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \delta z_k \right] dt + \varepsilon^2 \delta t \int_{\tau}^{\tau+\Delta t} \sum_{k=1}^m \left[\left\{ \sum_{s=1}^n \frac{\delta V_{sk}^1}{\varepsilon} + \lambda_2 \Delta \eta_k \right\} \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k \right] dt \geq 0, \end{aligned} \quad (4.57)$$

Тогда, в соответствии с аппаратом негладкого анализа [125, 337], для того чтобы получить необходимые условия минимума целевого функционала необходимо устремить $\varepsilon \rightarrow 0$ и рассмотреть функциональную производную по направлению

$$J' = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-1} [J(\hat{\boldsymbol{\eta}} + \varepsilon \Delta \boldsymbol{\eta}) - J(\hat{\boldsymbol{\eta}})] = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-1} \Delta J \geq 0. \quad (4.58)$$

При $\varepsilon \rightarrow 0$ на замкнутом интервале $[\tau, t_1]$ $\Delta J \neq 0$ и удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d(\Delta J)}{dt} = \mathbf{V}^1(\hat{\boldsymbol{\eta}}) \delta \mathbf{z}, \quad (4.59)$$

с начальными условиями при $t = \tau$

$$\Delta J = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\tau}^{\tau + \Delta t} \left[\sum_{k=1}^m \left\{ \sum_{s=1}^n \delta V_{sk}^1 + \lambda_2 \varepsilon \Delta \eta_k \right\} \delta z_k \right] dt \geq 0. \quad (4.60)$$

В дифференциальном уравнении (4.59) δz_k является решением однородного уравнения (4.33) при начальных условиях, определяемых в соответствии с (4.40): $t = \tau + \Delta t$, $\Delta z_k(t) = \delta z_k(t)$. Поэтому при $\varepsilon \rightarrow 0$, $\|\delta \mathbf{z}\| \rightarrow 0$. Следовательно, значение ΔJ переносится вдоль траектории от момента τ до момента t_1 без изменения. Поэтому неравенство (4.58) выполняется для любого $\tau \in [t_0, t_1]$ при

$$\Delta J|_{t=\tau} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-1} \geq 0. \quad (4.61)$$

Рассмотрим $\Delta \eta_k$ при $\Delta t \rightarrow 0$ в смысле обобщенных функций. Тогда пределом $\Delta \eta_k$ является δ -функция и справедливо следующее выражение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\tau}^{\tau + \varepsilon \delta t} \Delta \eta_k(\tau') d\tau' dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta \eta_k(t) dt = \eta_k(\tau) - \hat{\eta}_k(\tau). \quad (4.62)$$

По аналогии с (4.61) от фиктивных обобщенных сил потребуем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\tau}^{\tau + \varepsilon \delta t} \frac{\delta V_{sk}^1}{\varepsilon} d\tau' dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta V_{sk}^1(t) dt = V_{sk}^1(\tau) - \hat{V}_{sk}^1(\tau). \quad (4.63)$$

С учетом (4.41), (4.61), (4.62), (4.63) выражение (4.60) записывается в следующей форме

$$\left\{ \left[\sum_{s=1}^n \hat{V}_{sk}^1(\tau) + \lambda_2 \hat{\eta}_k(\tau) \right] - \left[\sum_{s=1}^n V_{sk}^1(\tau) + \lambda_2 \eta_k(\tau) \right] \right\} \dot{z}_k \delta t \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon \geq 0, \quad (4.64)$$

откуда, поскольку $\varepsilon > 0$, $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon = +0$, а $\delta t > 0$ и назначается произвольно, следует, что

знак (4.61) определяется следующим неравенством

$$\left[\sum_{s=1}^n \hat{V}_{sk}^1(\tau) + \lambda_2 \hat{\eta}_k(\tau) \right] \dot{z}_k \geq \left[\sum_{s=1}^n V_{sk}^1(\tau) + \lambda_2 \eta_k(\tau) \right] \dot{z}_k. \quad (4.65)$$

Поэтому необходимое условие минимума целевого функционала имеет следующий вид

$$\begin{aligned}\Phi(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{z}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) &= \max_{\boldsymbol{\eta} \in L_2^m[t_0, t_1]} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{s=1}^n V_{sk}^1 + \lambda_2 \eta_k \right) \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k = \\ &= \max_{\boldsymbol{\eta} \in L_2^m[t_0, t_1]} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{s=1}^n \left[-R_{\xi ss}^{-1} [y_s - \hat{h}_s] \frac{\partial \hat{h}_s}{\partial \hat{\mathbf{q}}_s} \frac{\partial \hat{\mathbf{q}}_s}{\partial \hat{\mathbf{z}}_k} \right] + \lambda_2 \eta_k \right) \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k.\end{aligned}\quad (4.66)$$

Следовательно, для лагранжевой динамической системы при условии, что справедливо (4.30) и динамика параметров удовлетворяет (4.31), необходимое условие минимума целевого функционала определяется максимумом функции

$$\Phi(\hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{z}}, \hat{\boldsymbol{\eta}}) = \max_{\boldsymbol{\eta} \in L_2^m[t_0, t_1]} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{s=1}^n V_{sk}^1 + \lambda_2 \eta_k \right) \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k. \quad (4.67)$$

Функция Φ достигает максимума в случае совпадения знаков сомножителей $\text{sign} \left(\sum_{s=1}^n V_{sk}^1 + \lambda_2 \eta_k \right) = \text{sign} \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k$ или их пропорциональности

$$\left(\sum_{s=1}^n V_{sk}^1 + \lambda_2 \eta_k \right) = v_k \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k, \quad (4.68)$$

где v_k – синтезирующая функция. Тогда

$$\eta_k = \lambda_2^{-1} \left(v_k \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k - \sum_{s=1}^n V_{sk}^1 \right) \quad (4.69)$$

и из (4.31) следует, что

$$\ddot{\hat{\mathbf{z}}}_k = \lambda_2^{-1} \left(v_k \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k - \sum_{s=1}^n V_{sk}^1 \right). \quad (4.70)$$

Из (4.58) также вытекает, что:

$$\ddot{\hat{\mathbf{q}}}_s = \hat{f}_s - \lambda^{-1} \hat{V}_s = \hat{f}_s - \lambda^{-1} R_{\xi ss}^{-1} [y_s - \hat{h}_s] \frac{\partial \hat{h}_s}{\partial \hat{\mathbf{q}}_s}. \quad (4.71)$$

Из (4.30) следует, что функция чувствительности определяется следующим уравнением в вариациях

$$\delta \ddot{\mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \delta \hat{\mathbf{q}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \delta \mathbf{q} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{z}}} \delta \mathbf{z}. \quad (4.72)$$

где вариации определяются из (4.40). На ограниченном замкнутом интервале $[\tau, \tau + \Delta t]$ при $\Delta t \rightarrow 0, \tau \rightarrow t$ после подстановки (4.41) в (4.72) имеем

$$\ddot{\mathbf{G}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \dot{\mathbf{G}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{G} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}}. \quad (4.73)$$

Выражения (4.70), (4.71), (4.73) есть искомые уравнения последовательной идентификации математических моделей динамических систем [104]

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{q}}_s &= \hat{f}_s - \lambda^{-1} \hat{V}_s = \hat{f}_s - \lambda^{-1} R_{\xi_{ss}}^{-1} \left[y_s - \hat{h}_s \right] \frac{\partial \hat{h}_s}{\partial \hat{q}_s}, \quad q_s(0) = \hat{q}_{0s}, \quad \dot{q}_s(0) = \dot{\hat{q}}_{0s}, \quad s = \overline{1, n}, \\ \ddot{\hat{z}}_k &= \lambda_2^{-1} \left(v_k \dot{\hat{z}}_k - \sum_{s=1}^n V_s G_{sk} \right), \quad \hat{z}_k(0) = \hat{z}_{0k}, \quad \dot{\hat{z}}_k(0) = \dot{\hat{z}}_{0k}, \quad k = \overline{1, m}, \\ \ddot{G}_{sk} &= \frac{\partial \hat{f}_s}{\partial \hat{q}_s} \dot{G}_{sk} + \frac{\partial \hat{f}_s}{\partial \hat{q}_s} \dot{G}_{sk} + \frac{\partial \hat{f}_s}{\partial \hat{z}_k}, \quad G_{sk}(0) = G_{0sr}, \quad \dot{G}_{sk}(0) = \dot{G}_{0sk}. \end{aligned} \quad (4.74)$$

Введение функции чувствительности в вариациях (4.73) в уравнения идентификации обеспечивает декомпозицию системы на подсистемы оценки состояния и оценки параметров, что в конечном счете приводит к снижению вычислительных затрат и увеличению устойчивости процесса идентификации.

4.2.3 МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ СИНТЕЗИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ

4.2.3.1 Условие (4.67) в задачах идентификации параметров позволяет получить явную зависимость управления от фазовых координат q_s и параметров z_k

$$\eta_k = \lambda_2^{-1} \left[v_k \left(\hat{\mathbf{z}}, \dot{\hat{\mathbf{z}}} \right) \dot{\hat{z}}_k - V_{sk}^1 \right] = \lambda_2^{-1} \left[v_k \left(\hat{\mathbf{z}}, \dot{\hat{\mathbf{z}}} \right) \dot{\hat{z}}_k - \sum_{k=1}^m V_s G_{sk} \right]. \quad (4.75)$$

Для построения знакопостоянной функции $v_k(\hat{\mathbf{z}}, \dot{\hat{\mathbf{z}}})$ воспользуемся следующими фактами.

1. Уравнение линии переключения управления имеет вид

$$v_k \left(\hat{\mathbf{z}}, \dot{\hat{\mathbf{z}}} \right) \dot{\hat{z}}_k - \sum_{s=1}^n V_s G_{sk} = v_k \left(\hat{\mathbf{z}}, \dot{\hat{\mathbf{z}}} \right) \dot{\hat{z}}_k - V_{sk}^1 = 0. \quad (4.76)$$

Эта линия проходит через терминальную точку $(z_k, \dot{z}_k) = (z_k, 0)$ пространства параметров, и на этой линии управление меняет знак

$$\eta_k(t') = \begin{cases} \eta_k(\tau - 0), & t' < \tau; \\ 0, & t' = \tau; \\ \eta_k(\tau + 0), & t' > \tau. \end{cases} \quad (4.77)$$

2. Функция v_k – знакоотрицательная, что вытекает из способа максимизации функции Φ (4.67), откуда необходимым условием максимума является совпадение знаков сомножителей и их пропорциональность (4.69), что и определяет необходимость знакоотрицательности функции v_k .

3. На линии переключения справедливы условия совместности:

1) для приходящих на линию переключения траекторий любой интеграл движения и уравнение линии переключения в точке стыка определяются одними и теми же значениями фазовых координат и параметров;

2) на линии переключения выполняются условия трансверсальности (4.52), что выполняется в силу принципа Р. Беллмана: всякая часть оптимальной траектории является оптимальной траекторией

$$\begin{aligned} [F + \lambda(A - T)] + \lambda_2[a - \Theta] &= 0; \\ \eta_k(\tau) &= 0, \quad k = \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (4.78)$$

Это условие позволяет определять функцию v_k через интегралы движения или через кинематические характеристики фазовой траектории точки.

4.2.3.2 Гипотеза о стационарности Гамильтониана из главы 1 записывается следующим образом:

$$H = \lambda\Theta + F = h = \text{const}, \quad (4.79)$$

откуда уравнения для переменных Гамильтона имеют вид

$$\frac{d\hat{z}_k}{dt} = \frac{dH}{d\hat{z}_k}; \quad \frac{d\dot{\hat{z}}_k}{dt} = \frac{dH}{d\dot{\hat{z}}_k}, \quad (4.80)$$

откуда после преобразований будем иметь [113]

$$v_k = \frac{\sum_{s=1}^n V_s G_{sk}}{\dot{\hat{z}}_k} = \frac{d\dot{\hat{z}}_k}{d\dot{\hat{z}}_k}, \quad (4.81)$$

а значит v_k является угловым коэффициентом касательной к траектории на поверхности эллипсоида в фазовом пространстве переменных Гамильтона.

Для того чтобы фазовая траектория параметров была направлена в терминальную точку, касательная к ней должна удовлетворять условию сопряжения, аналогичному (2.232). Из этого условия следует, что семейство траекторий, для которых угловые коэффициенты касательных удовлетворяют условию

$$\frac{\left| \dot{\hat{z}}_k \right|}{\left| \dot{V}_k^1 \right|} > v_k = - \frac{\left| \dot{\hat{z}}_k \right|}{L_k \left| \dot{V}_k^1 \right| + \varepsilon_k} > - \frac{\left| \dot{\hat{z}}_k \right|}{\left| \dot{V}_k^1 \right|}, \quad (4.82)$$

обязательно попадают в терминальную точку, т.е. для этих траекторий терминальная точка является устойчивым узлом; L_k , ε_s – некоторые постоянные.

4.2.3.3 Метод интегральных связей базируется на приведении уравнения Лагранжа второго рода для параметров (4.33) к интегралу энергии [480]. В исследовании для оценки эффективности идентификации он не применялся.

4.2.3.4 Метод фазовых траекторий [114]. Выпишем уравнения для возмущений (управлений) в общей форме

$$\eta_k = \lambda_2^{-1} \left\{ v_k \dot{\hat{z}}_k - \sum_{s=1}^n \dot{V}_{sk}^1 \right\}, \quad (4.83)$$

и подставим в уравнение Лагранжа для параметров (4.33), откуда

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{\hat{z}}_k} - \frac{\partial \Theta}{\partial \hat{z}_k} = \frac{\partial a}{\partial \hat{z}_k} + \lambda_2^{-1} \left\{ v_k \dot{\hat{z}}_k - \sum_{s=1}^n \dot{V}_{sk}^1 \right\}. \quad (4.84)$$

С учетом принятых обозначений получим

$$\lambda_2^{-1} \frac{d}{dt} \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{\hat{z}}_k} - \frac{\partial}{\partial \hat{z}_k} [\lambda_2^{-1} (\Theta + a) - F] = v_k \dot{\hat{z}}_k. \quad (4.85)$$

Из условий трансверсальности

$$\frac{\partial [\mu(a - \Theta) - F]}{\partial \dot{\hat{z}}_k} = -\lambda \frac{\partial (A - T)}{\partial \dot{\hat{z}}_k}. \quad (4.86)$$

Тогда

$$\lambda_2 \frac{d}{dt} \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{\hat{z}}_k} - \frac{\partial (2\lambda_2 a)}{\partial \hat{z}_k} - \lambda \frac{\partial (A - T)}{\partial \dot{\hat{z}}_k} = v_k \dot{\hat{z}}_k. \quad (4.87)$$

На траектории линии переключения должен выполняться закон изменения количества движения

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Theta}{\partial \dot{\hat{z}}_k} = \frac{dp_k}{dt}, \quad (4.88)$$

поэтому

$$v_k \dot{\hat{z}}_k = -\lambda_2^{-1} \frac{\partial a}{\partial \hat{z}_k} - \lambda \frac{\partial (A-T)}{\partial \hat{z}_k} \quad (4.89)$$

или

$$v_k \dot{\hat{z}}_k = -\mu \frac{dp_k}{dt} - \lambda \frac{\partial (A-T)}{\partial \hat{z}_k}. \quad (4.90)$$

Если $a=0$, $T \neq T(z_k)$ возможны следующие варианты определения синтезирующей функции

$$v_k = -\lambda \frac{\left| \frac{\partial A}{\partial \hat{z}_k} \right|}{\left| \dot{\hat{z}}_k \right|} = -\lambda \frac{\left| A'_{\hat{z}_k} \right|}{\left| \dot{\hat{z}}_k \right|}. \quad (4.91)$$

Искомое возмущение (управление) будет таким

$$\eta_k = \lambda_2^{-1} \left\{ -\lambda \frac{\left| A'_{\hat{z}_k} \right| \dot{\hat{z}}_k}{\dot{\hat{z}}_k} - \sum_{s=1}^n V_{sk} \right\} = \lambda_2^{-1} \left\{ -\lambda \frac{\partial A}{\partial \hat{z}_k} \text{sign } \dot{\hat{z}}_k - \sum_{s=1}^n V_s G_{sk} \right\}. \quad (4.92)$$

Например, для дифференциального уравнения (4.23) при $z_1 = a$, $z_2 = b$, $z_3 = c$, $z_4 = k$, $Q=0$ обобщенная работа имеет вид

$$A = \int_{q_0}^q \left\{ \ddot{q} + z_1 \dot{q} + z_2 q + z_3 e^{-z_4 t} q^3 \right\} dq. \quad (4.93)$$

Тогда частные производные работы по параметрам в уравнении (4.92) равны

$$\frac{\partial A}{\partial \hat{z}_1} = \int_{q_0}^q \dot{q} d\hat{q}; \quad \frac{\partial A}{\partial \hat{z}_2} = \int_{q_0}^q \hat{q} d\hat{q}; \quad \frac{\partial A}{\partial \hat{z}_3} = \int_{q_0}^q e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^3 d\hat{q}; \quad \frac{\partial A}{\partial \hat{z}_4} = \int_{q_0}^q \hat{z}_3 e^{-\hat{z}_4 t} t \hat{q}^3 d\hat{q}. \quad (4.94)$$

Второй вариант определения знакопостоянной функции получается, если полную производную по времени в уравнении (4.91) заменить по способу Уиттекера производной по обобщенной координате. Тогда

$$v_k \hat{z}_k = -\lambda_2 \frac{dp_k}{d\hat{z}_k} \hat{z}_k \quad (4.95)$$

и

$$v_k = -\lambda_2 \left| \frac{dp_k}{d\hat{z}_k} \right|. \quad (4.96)$$

Искомое возмущение (управление) будет иметь вид

$$\eta_k = \lambda_2^{-1} \left\{ -\frac{1}{\lambda_2^{-1}} \left| \frac{dp_k}{d\hat{z}_k} \right| \hat{z}_k - \sum_{s=1}^n V_s G_{sk} \right\}. \quad (4.97)$$

Оказывается, что по физическому содержанию синтезирующая функция v_k есть модуль касательной к траектории параметров с коэффициентом деформации λ_2 .

В практических расчетах производную в формуле (4.96) можно заменить конечной разностью по теореме Лагранжа. Тогда

$$v_k = -\lambda_2 \frac{|p_k|}{|\eta_k| |\hat{z}_k|}, \quad (4.98)$$

где $|\eta_k|$ – константа Липшица. Искомое уравнение будет иметь вид [104]

$$\eta_k = \lambda_2^{-1} \left\{ -\frac{|p_k| |\dot{\hat{z}}_k|}{\lambda_2^{-1} |\eta_k| |\hat{z}_k|} - \sum_{s=1}^n V_s G_{sk} \right\}. \quad (4.99)$$

Линией переключения можно задаться так, чтобы при $t=0$, $\mathbf{z} = \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$, при $t \rightarrow \infty$, $\dot{\mathbf{z}} \rightarrow \infty$, $\mathbf{z} = \text{const}$, а коэффициенты формы линии подобрать тем или иным способом.

Например,

$$z_k = k z_k^{\tilde{m}_k}, p_k = \dot{z}_k, \quad (4.100)$$

тогда

$$\frac{d\dot{z}_k}{dz} = \frac{\dot{z}_k}{\tilde{m}_k z_k}, v_k = -\lambda_2 \frac{|\dot{\hat{z}}_k|}{|\tilde{m}_k| |\hat{z}_k|}. \quad (4.101)$$

Искомое управление будет иметь вид [111]

$$\eta_k = \lambda_2^{-1} \left\{ -\frac{|\dot{\hat{z}}_k| |\dot{\hat{z}}_k|}{|\tilde{m}_k| |\hat{z}_k|} - \sum_{s=1}^n V_s G_{sk} \right\}. \quad (4.102)$$

«Для широко распространенного случая, когда выполняется с достаточной степенью точности условие» [107], аналогичное обеспечившему получение (3.150), будем иметь $v_k = -|\dot{\hat{z}}_k| \left(|\tilde{m}_k| |\hat{z}_k| \right)^{-1} = \text{const}$. Отсюда получим аппроксимацию (4.102)

$$\eta_k = \lambda_2^{-1} \left\{ -v_k \dot{\hat{z}}_k - \sum_{s=1}^n V_s G_{sk} \right\}, v_k = \text{const}. \quad (4.103)$$

4.2.4 ПРИМЕРЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

4.2.4.1 Рассмотрим задачу идентификации параметра $z = 0,5$ в динамической системе второго порядка

$$\ddot{q} = z\dot{q} - 10q, \quad q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0. \quad (4.104)$$

Уравнение наблюдения имеет вид (4.18).

Требуется идентифицировать параметр из условия минимума целевого функционала (4.19). В соответствии с (4.82) алгоритм идентификации (4.74) определяется следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{q}} &= \hat{z}\dot{\hat{q}} - 10\hat{q} + \lambda^{-1}[y - \hat{q}], \quad \hat{q}(0) = 0, \quad \dot{\hat{q}}(0) = 1, \\ \ddot{\hat{z}} &= -\lambda_2^{-1} \left(\frac{|\dot{\hat{z}}|\dot{\hat{z}}}{L|\hat{z}| + \varepsilon} + (y - \hat{q})G \right), \quad \hat{z}(0) = 0,4, \quad \dot{\hat{z}}(0) = 1, \end{aligned} \quad (4.105)$$

$$\ddot{G} = \hat{z}\dot{G} - 10G + \dot{\hat{q}}, \quad G(0) = -0,1, \quad \dot{G}(0) = 0,8,$$

где синтезирующая функция выбрана в следующей форме:

$$v = \left| \dot{\hat{z}} \right| (L|\hat{z}| + \varepsilon)^{-1}, \quad \varepsilon = 0,0001, \quad L = 0,005. \quad (4.106)$$

Результаты математического моделирования представлены на рисунке 4.8.

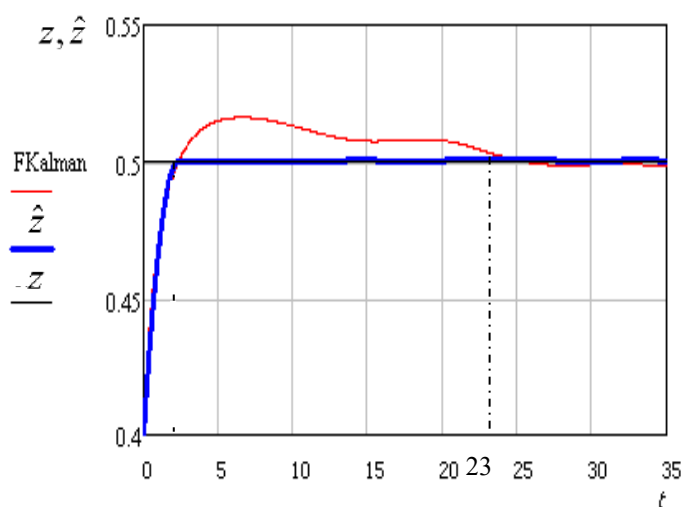


Рисунок 4.8 – Идентификация параметра: $FKalm$ – оценка параметра ФК, $\hat{z}$ – оценка, полученная на основе разработанного метода, z – истинное значение оцениваемого параметра (приложение Г)

Их анализ показывает, что использование алгоритма (4.74) в сравнении с ФК обеспечивает выигрыш в скорости сходимости, при этом относительная погрешность идентификации в установившемся режиме при $t=23$ составила соответственно $\delta_{\text{опт}} = 0,112$ и $\delta_{\text{ФК}} = 0,346$.

4.2.4.2 Рассмотрим пример многомерной идентификации параметров нелинейной динамической системы. Пусть неизвестны параметры динамической системы второго порядка (4.23) при $z_1 = a, z_2 = b, z_3 = c, z_4 = k, Q = 0, q(0) = 2, \dot{q}(0) = -2, \mathbf{z} = [3, 2, 2, 0, 1]^T$ [77], а уравнение наблюдения имеет вид (4.18). Требуется идентифицировать параметры из условия минимума целевого функционала (4.19). Решение поставленной задачи на основе синтезированного алгоритма многопараметрической вариационной идентификации (4.74) и использования метода интегральных связей определяется следующей системой:

$$\begin{aligned}
 \ddot{q} &= -\hat{z}_1 \dot{q} - \hat{z}_2 \dot{q} - \hat{z}_3 e^{-\hat{z}_4 t} \dot{q}^3 + \lambda^{-1} [y - \hat{q}], \hat{q}(0) = 0, \dot{q}(0) = 0, \\
 \ddot{\hat{z}}_1 &= \lambda_2^{-1} \frac{-|\dot{\hat{z}}_1| \dot{\hat{z}}_1}{L_1 |(y - \hat{q}) G_1| + C_1} - (y - \hat{q}) G_1, \hat{z}_1(0) = \dot{\hat{z}}_1(0) = 0, L_1 = 0,5, C_1 = 0,2, \\
 \ddot{\hat{z}}_2 &= \lambda_2^{-1} \frac{-|\dot{\hat{z}}_2| \dot{\hat{z}}_2}{L_2 |(y - \hat{q}) G_2| + C_2} - (y - \hat{q}) G_2, \\
 \hat{z}_2(0) &= 0, \dot{\hat{z}}_2(0) = 0, L_2 = 0,5, C_2 = 0,2, \\
 \ddot{\hat{z}}_3 &= \lambda_2^{-1} \frac{-|\dot{\hat{z}}_3| \dot{\hat{z}}_3}{L_3 |(y - \hat{q}) G_3| + C_3} - (y - \hat{q}) G_3, \\
 \hat{z}_3(0) &= 0, \dot{\hat{z}}_3(0) = 0, L_3 = 0,15, C_3 = 0,2, \\
 \ddot{\hat{z}}_4 &= \lambda_2^{-1} \frac{-|\dot{\hat{z}}_4| \dot{\hat{z}}_4}{L_4 |(y - \hat{q}) G_4| + C_4} - (y - \hat{q}) G_4, \\
 \hat{z}_4(0) &= 0, \dot{\hat{z}}_4(0) = 0, L_4 = 0,171, C_4 = 0,1, \\
 \ddot{G}_1 &= -\dot{G}_1 \hat{z}_1 - [\hat{z}_2 + 3\hat{z}_3 e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^2] G_1 - \dot{\hat{q}}, \quad G_1(0) = \dot{G}_1(0) = 0, \\
 \ddot{G}_2 &= -\dot{G}_2 \hat{z}_1 - [\hat{z}_2 + 3\hat{z}_3 e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^2] G_2 - \dot{\hat{q}}, \quad G_2(0) = \dot{G}_2(0) = 0, \\
 \ddot{G}_3 &= -\dot{G}_3 \hat{z}_1 - [\hat{z}_2 + 3\hat{z}_3 e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^2] G_3 - e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^3, \quad G_3(0) = \dot{G}_3(0) = 0, \\
 \ddot{G}_4 &= -\dot{G}_4 \hat{z}_1 - [\hat{z}_2 + 3\hat{z}_3 e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^2] G_4 + \hat{z}_3 e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^3 t, \quad G_4(0) = \dot{G}_4(0) = 0.
 \end{aligned} \tag{4.107}$$

Результаты математического моделирования представлены на рисунках 4.9 – 4.12.

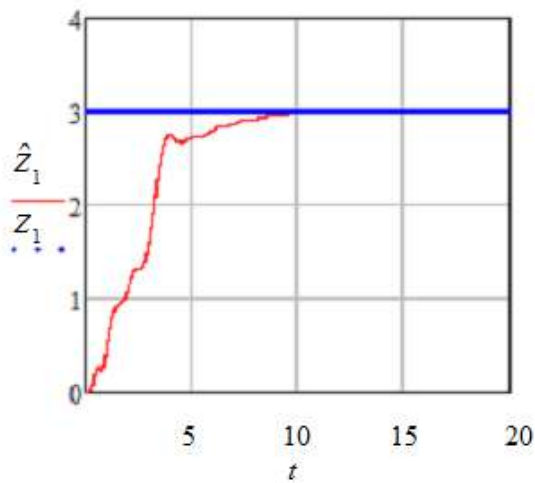


Рисунок 4.9 – Идентификация коэффициента диссипации

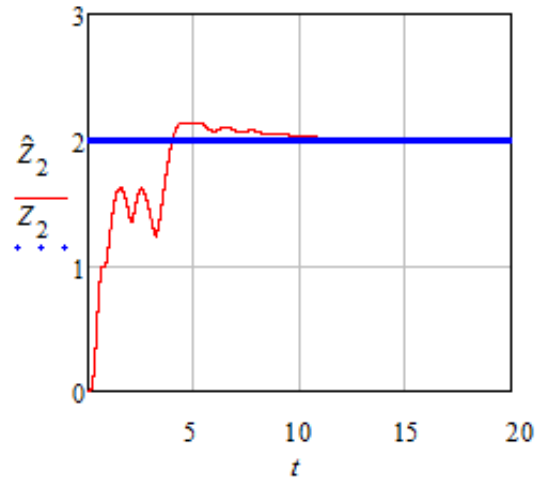


Рисунок 4.10 – Идентификация коэффициента жесткости

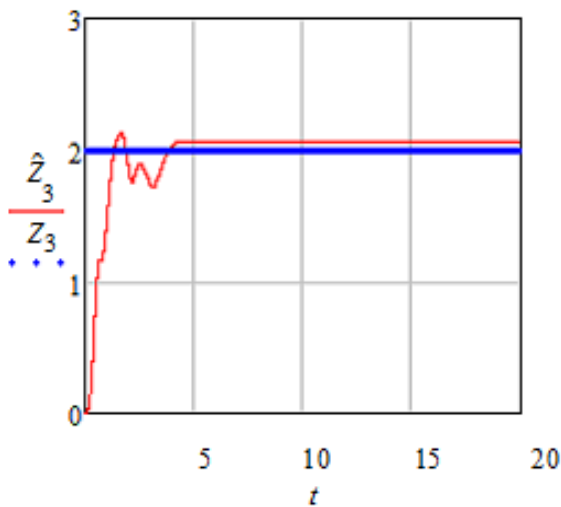


Рисунок 4.11 – Идентификация коэффициента упругости

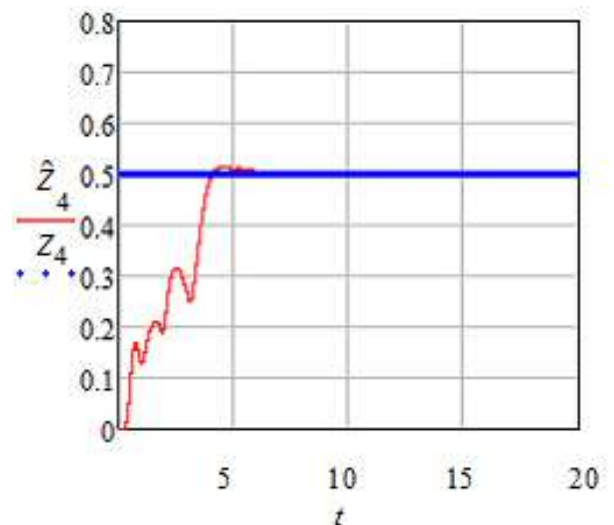


Рисунок 4.12 – Идентификация коэффициента нелинейной упругости

Их анализ позволяет сделать вывод о работоспособности нового алгоритма. Относительная погрешность оценок параметров составляет соответственно $\delta z_1 = 0,52\%$, $\delta z_2 = 0,15\%$, $\delta z_3 = 0,79\%$, $\delta z_4 = 2,98\%$.

Идентификация параметров разработанным методом требует решения $N = 2(2m + 1)$ дифференциальных уравнений первого порядка. В рассматриваемом

примере $N=18$. Для реализации фильтра Калмана в этом случае необходимо решить 54 дифференциальных уравнения первого порядка. Таким образом, использование предлагаемого метода обеспечит снижение вычислительных затрат.

4.2.5 УСТОЙЧИВОСТЬ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Перед выполнением вычислительных работ по оценке параметров необходимо провести подготовительный анализ областей устойчивости, которые определяются значениями множителей Лагранжа λ, λ_2 , допустимых управлений (констант) $\|\eta_k\|_{L_2} = L_k$. В этом случае можно обеспечить устойчивый алгоритм оценки. Построение областей устойчивости можно проводить методами А.М. Ляпунова [481], в частности, по первому приближению. Особенность здесь в том, что кроме уравнений динамической системы добавляются уравнения для функций чувствительности и параметров. Причем, множители Лагранжа будут входить нелинейно в выражения для определения корней характеристического уравнения.

Если применять теорему об устойчивости по первому приближению, теорему Виета о необходимых условиях отрицательности вещественных корней характеристического уравнения [333] или критерий Рауса-Гурвица, необходимо составить уравнения возмущенного движения, которые в самом общем виде будут иметь вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \delta T(\mathbf{q}, \mathbf{z})}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial \delta T(\mathbf{q}, \mathbf{z})}{\partial q_s} - \delta Q(\mathbf{q}, \mathbf{z}) - \lambda^{-1} \delta V_s = 0, \quad (4.108)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \delta \Theta(\dot{\mathbf{z}})}{\partial \dot{z}_k} - \delta \eta_k(\mathbf{q}, \mathbf{z}, \mathbf{G}) = 0. \quad (4.109)$$

Характеристический определитель имеет стандартную форму

$$\det |a_{kj}| = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & \dots & a_{NN} \end{vmatrix} = 0, \quad (4.110)$$

где $a_{kj} = a_{kj}(p, \lambda, \lambda_2, |\eta_k|)$ – элементы определителя, зависящие от собственных чисел p , множителей Лагранжа λ, λ_2 , допустимых возмущений (управлений).

Ввиду сложности задачи общего исследования устойчивости в дальнейшем определение областей устойчивости будем проводить для конкретно заданной системы.

Применим алгоритм устойчивой идентификации для оценки параметров динамического объекта.

Требуется идентифицировать параметры $z_2 = 2, z_4 = 0, 1$ динамической системы с нелинейной упругостью (4.23) (при $z_1 = a, z_2 = b, z_3 = c, z_4 = k$), подверженной деградации в процессе эксплуатации, если $q(0) = 2, \dot{q}(0) = 1, z_1 = 3, z_3 = 2, Q = 5 \sin 2t$, уравнение наблюдения имеет вид (4.18), целевой функционал задан выражением (4.19).

Уравнение оценки состояния исследуемой системы, согласно модифицированным уравнениям Лагранжа второго рода (4.45) имеет вид

$$\ddot{q} + 3\dot{q} + \hat{z}_2 \hat{x} + 2e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^3 = 5 \sin 2t - \lambda^{-1}(y - \hat{q}), \quad \hat{q}(0) = -1, \quad \dot{\hat{q}}(0) = -1. \quad (4.111)$$

Функции чувствительности $G_1 = \frac{\partial q}{\partial \hat{z}_2}; G_2 = \frac{\partial q}{\partial \hat{z}_4}$ удовлетворяют в

соответствии с (4.107) дифференциальным уравнениям

$$\begin{aligned} \ddot{G}_1 + 3\dot{G}_1 + \hat{z}_2 G_1 + 6e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^2 G_1 - \lambda^{-1} G_1 + \hat{q} &= 0, \\ \ddot{G}_2 + 3\dot{G}_2 + \hat{z}_2 G_2 + 6e^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^2 G_2 - 2te^{-\hat{z}_4 t} \hat{q}^3 - \lambda G_2 &= 0, \\ G_1(0) = \dot{G}_1(0) = G_2(0) = \dot{G}_2(0) &= 0. \end{aligned} \quad (4.112)$$

Дифференциальные уравнения для идентифицируемых параметров согласно (4.103) (при $v_1 = \text{const}; v_2 = \text{const}$)

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{z}}_2 - \lambda_2^{-1} [v_1 \dot{\hat{z}}_2 - (y - \hat{q}) G_1] &= 0, \quad \ddot{\hat{z}}_4 - \lambda_2^{-1} [v_2 \dot{\hat{z}}_4 - (y - \hat{q}) G_2] = 0, \\ \hat{z}_2(0) = \dot{\hat{z}}_2(0) = \hat{z}_4(0) = \dot{\hat{z}}_4(0) &= 0. \end{aligned} \quad (4.113)$$

Таким образом, задача идентификации параметров свелась к выбору постоянных множителей Лагранжа λ, λ_2 и величин v_1, v_2 . Неудачный выбор этих множителей приводит к неустойчивости алгоритма идентификации.

Для построения области устойчивости множителей воспользуемся теоремой

Ляпунова А.М. об устойчивости по первому приближению и теоремой Виета о необходимых условиях отрицательности вещественных корней характеристического уравнения для уравнения оценки состояния системы (4.111), уравнений для матрицы чувствительности (4.112) и уравнений для идентифицируемых параметров (4.113).

Уравнения возмущенного движения исследуемой системы имеют вид

$$\begin{aligned}
 \delta\ddot{q} + 3\delta\dot{q} + \hat{z}_2\delta q + 6e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^2\delta q - \lambda_2^{-1}\delta q + \hat{q}\delta z_2 - 2te^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^3\delta z_4 &= 0, \\
 \delta\ddot{G}_1 + 3\delta\dot{G}_1 + (\hat{z}_2 - \lambda_2^{-1})\delta G_1 + 6e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^2\delta G_1 + (12e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}G_1 + 1)\delta q + \\
 + G_1\delta z_2 - 6te^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^2G_1\delta z_4 &= 0, \\
 \delta\ddot{G}_2 + 3\delta\dot{G}_2 + (\hat{z}_2 - \lambda_2^{-1})\delta G_2 + (6e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^2 + 12e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}G_2)\delta q - \\
 - (6e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^2G_2 - 2te^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^3)\delta z_4 &= 0, \\
 \delta\ddot{z}_2 - \lambda_2^{-1}[\nu_1\delta\dot{z}_2 - (y - \hat{q})\delta G_1 + G_1\delta q] &= 0, \\
 \delta\ddot{z}_4 - \lambda_2^{-1}[\nu_2\delta\dot{z}_4 - (y - \hat{q})\delta G_2 + G_2\delta q] &= 0.
 \end{aligned} \tag{4.114}$$

Характеристический определитель пятого порядка этой системы имеет вид

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} & 0 \\ a_{51} & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} \end{vmatrix} = 0, \tag{4.115}$$

где a_{kj} – элементы определителя имеют вид

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= a_{22} = a_{23} = p^2 + 3p + (\hat{z}_2 - \lambda_2^{-1}) + 6e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^2; \\
 a_{44} &= p^2 - \lambda^{-1}\nu_1 p; \quad a_{55} = p^2 - \lambda^{-1}\nu_2 p; \\
 a_{12} &= a_{22} = a_{23} = a_{32} = a_{43} = a_{45} = a_{52} = a_{54} = 0; \\
 a_{14} &= \hat{q}; \quad a_{15} = -2te^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}^2; \\
 a_{21} &= 1 + 12e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}G_1; \quad a_{24} = G_1; \quad a_{25} = -6te^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}G_1; \\
 a_{31} &= 6e^{-\hat{z}_4 t}\hat{q}(2G_2 - t\hat{q}); \quad a_{34} = G_2; \quad a_{35} = 2te^{-\hat{z}_4 t}\hat{x}^2(-3G_2 + t\hat{q}); \\
 a_{41} &= -\lambda^{-1}G_1; \quad a_{42} = -\lambda^{-1}(y - \hat{x}); \quad a_{51} = -\lambda^{-1}G_2; \quad a_{53} = -\lambda^{-1}(y - \hat{x}).
 \end{aligned} \tag{4.116}$$

Анализ полученных уравнений показал, что для обеспечения устойчивости алгоритма идентификации множители Лагранжа должны удовлетворять условию

$\lambda > 0$, $\lambda_2 > 0$, $\nu_1 < 0$, $\nu_2 < 0$. Точность идентификации параметров достигается соответствующим подбором абсолютных значений указанных величин.

Результаты численного исследования полученного алгоритма идентификации параметров $\hat{z}_2, \hat{z}_4$ с учетом обеспечения его устойчивости представлены на рисунках 4.13 и 4.14 для множителей Лагранжа $\lambda = 1$, $\lambda_2 = 1$, $\nu_1 = -4,42$, $\nu_2 = -0,15$.

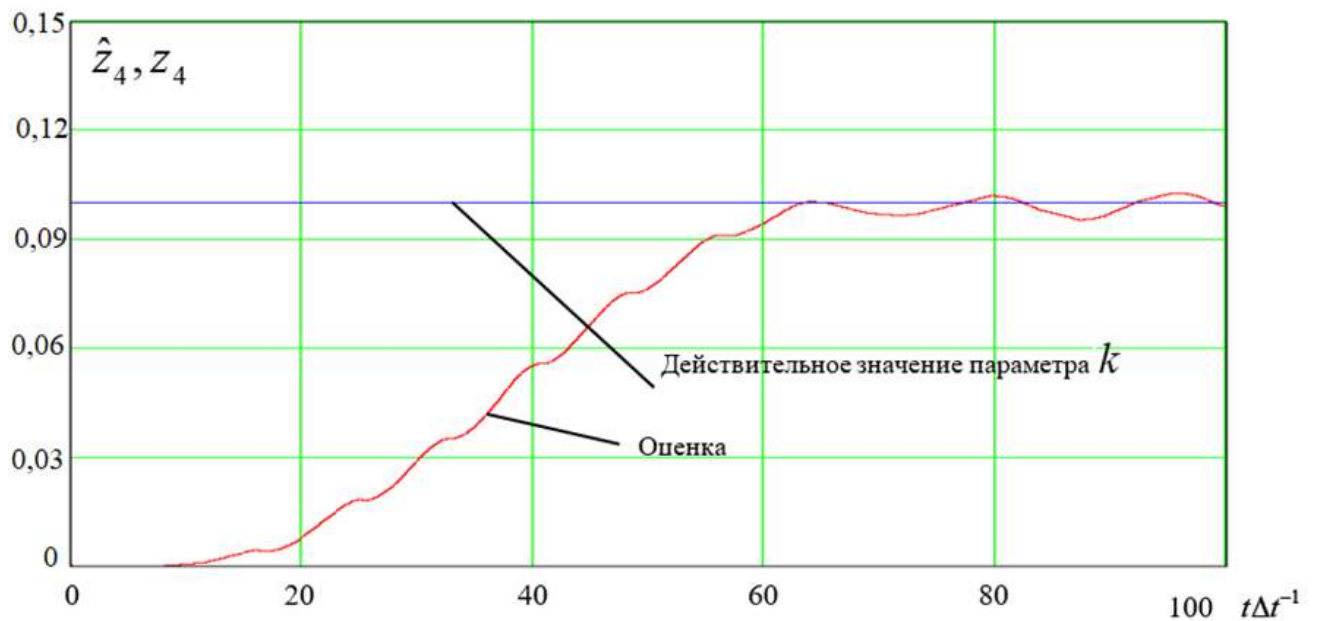


Рисунок 4.13 – Идентификация параметра $z_4=0,1$

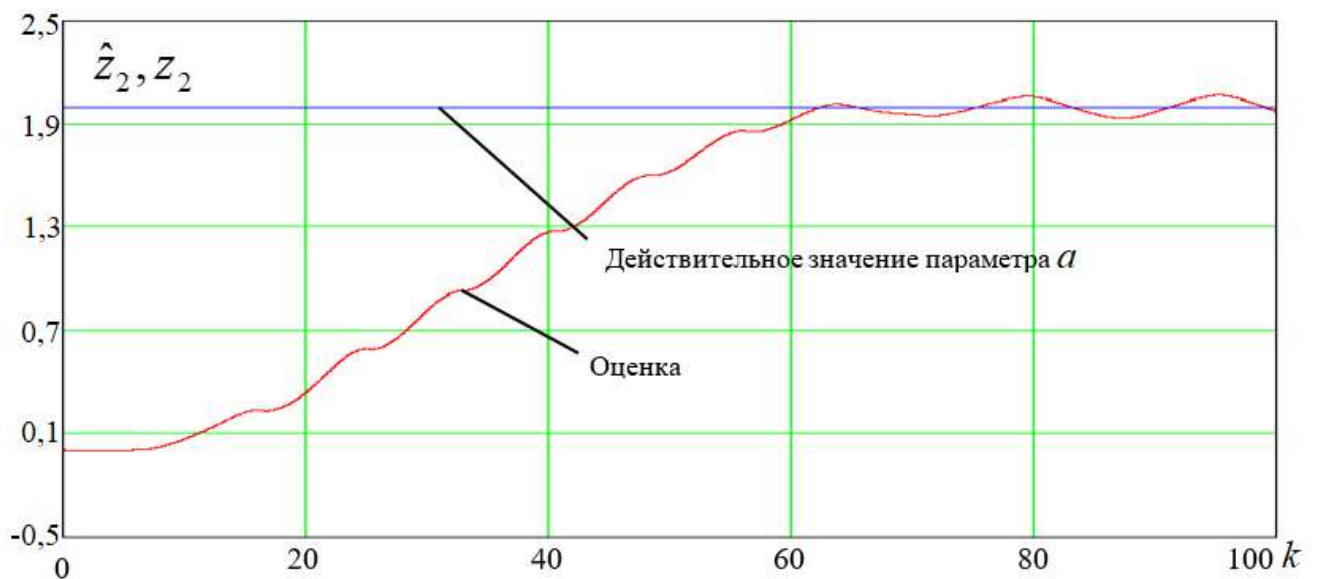


Рисунок 4.14 – Идентификация параметра $z_2 = 2$

4.3 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПРИРАЩЕНИЯ РАСШИРЕННОГО ФУНКЦИОНАЛА И РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

4.3.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ НА ОСНОВЕ КОМПЛЕКСНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВАРИАЦИОННОГО АНАЛИЗА И ИТЕРАЦИОННОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

4.3.1.1 Изучение и оптимизация реальных объектов и систем с помощью математических методов начинаются с построения их моделей, а эффективное функционирование в сложных условиях эксплуатации достигается постоянным контролем параметров моделей. Это в свою очередь позволяет обеспечить своевременную выработку корректирующих воздействий для стабилизации исправного состояния. Поскольку между вероятностью сохранения исправного состояния объекта или системы и точностью контроля существует неразрывная связь, то задача повышения точности оценки неизвестных параметров чувствительных элементов систем контроля является актуальной и практически значимой. Один из наиболее общих подходов к её решению заключается в использовании методов параметрической идентификации. В настоящее время методам и алгоритмам параметрической идентификации посвящено большое количество литературы [77, 478, 482]. Число работ по усовершенствованию предлагаемых алгоритмов устойчиво растет, а область практического использования постоянно расширяется. Особенно важное место они занимают на всех этапах создания, экспериментальной отработки и эксплуатации объектов ракетно-космической, авиационной, корабельной техники, а также других сложных автоматических и автоматизированных систем, комплексов различного назначения и видовой принадлежности. При этом наиболее сложные задачи оценки приходится решать в системах контроля параметров технических систем.

Традиционно при разработке и реализации современных систем контроля используются методы идентификации, базирующиеся на принципах регрессионного анализа [478], статистического синтеза [482] и градиентных методов [77, 468]. Получаемые на их основе решения далеко не всегда обладают требуемой точностью. При этом их использование, как правило, требует больших вычислительных затрат даже при достаточно медленно изменяющихся параметрах.

Избавиться от данных недостатков позволяет применение комплексного метода идентификации динамических систем с использованием вариационного принципа Гамильтона-Остроградского [326], из которого вытекают уравнения динамики объекта в форме дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода.

Далее исследуются вопросы многопараметрической вариационной идентификации модели динамической системы по критерию минимума функционала невязки [77].

4.3.1.2 Рассмотрим голономную динамическую систему. Для нее выполняется соотношение, аналогичное принципу Гамильтона-Остроградского [56],

$$\delta'W = \delta S + \int_0^{t_1} \delta' A dt = \int_0^{t_1} [\delta L + \mathbf{Q} \delta \mathbf{q}] dt = 0, \quad (4.117)$$

где S – действие по Гамильтону, L – кинетический потенциал.

Из требования (4.117) следует справедливость дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода [56]

$$\frac{\partial L^T}{\partial \mathbf{q}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L^T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (4.118)$$

Пусть уравнение состояния динамической системы известно и имеет вид (4.30).

Динамика идентифицируемых параметров $\mathbf{z}$ описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\eta}, \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0. \quad (4.119)$$

Уравнение наблюдения имеет вид (4.1).

Поставим задачу определения оценки $\hat{\mathbf{z}}$ вектора $\mathbf{z}$ из условия минимума функционала невязки (4.2).

Требуется определить вектор неизвестных параметров $\mathbf{z}$ из условия минимума заданного функционала качества. Эта задача является обратной измерительной задачей, некорректно поставленной по Адамару [326]. Для ее решения сконструируем сглаживающий функционал вида

$$J_2 = J_1 + \frac{1}{2} \alpha \int_0^T \boldsymbol{\eta}^T(t) \boldsymbol{\eta}(t) dt, \quad (4.120)$$

где α – параметр регуляризации.

Согласно методу А.Н. Тихонова, минимизация сглаживающего функционала (4.120) при соответствующем выборе параметра регуляризации как функции от величины погрешности исходных данных $\mathbf{y}(t)$, характеризуемой матрицей $\mathbf{R}_\xi$, позволит получить условия, определяющие оценку вектора параметров.

4.3.2 УРАВНЕНИЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ

В [483] на основе исследования свертки (4.120) с W решение поставленной задачи найдено в следующей форме:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{z}}} &= \mathbf{P}\mathbf{G}^T \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \mathbf{R}_\xi^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{q}}(\hat{\mathbf{z}}), t)), \quad \hat{\mathbf{z}}(0) = \mathbf{z}_0, \\ \dot{\mathbf{P}} &= \alpha^{-1} \mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{G}^T \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \left\{ \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{q}}(\hat{\mathbf{z}}), t)^T}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \mathbf{R}_\xi^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{q}}(\hat{\mathbf{z}}), t)) \right\} \mathbf{G}\mathbf{P}, \\ \ddot{\mathbf{G}} &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\hat{\mathbf{q}}}} \dot{\mathbf{G}} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \mathbf{G} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \hat{\mathbf{z}}}, \quad \mathbf{G}(0) = \dot{\mathbf{G}}(0) = \mathbf{0}, \\ \ddot{\hat{\mathbf{q}}} &= \mathbf{f}(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}, \mathbf{z}) - \lambda_2^{-1} \frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{q}}(\hat{\mathbf{z}}), t)^T}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \mathbf{R}_\xi^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{q}}(\hat{\mathbf{z}}), t)), \\ \mathbf{P}(0) &= \mathbf{P}_0, \quad \hat{\mathbf{q}}(0) = \hat{\mathbf{q}}_0, \quad \dot{\hat{\mathbf{q}}}(0) = \dot{\hat{\mathbf{q}}}_0. \end{aligned} \quad (4.121)$$

Оценка конструктивности применения (4.121) проводится на примере следующих задач идентификации параметров.

4.3.3 СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

4.3.3.1 Рассматривается задача идентификации переменного параметра в системе второго порядка (4.23) при $q(0)=2$, $\dot{q}(0)=0$, $z_1=-3$, $z_2=-2$, $z_3=2$, $z_4=0,1$, $Q=5\sin t$. При этом $a(t)=2e^{-0,1t}$ и принято, что неизвестны начальное значение и масштаб отсчета времени, т.е. $\dot{a}=-z_1z_2$. Требуется идентифицировать параметры z_1 , z_2 динамической системы (4.23) из условия минимума целевого функционала (4.19).

Тогда алгоритм многопараметрической идентификации (4.121) определяется следующей системой уравнений [112]:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{z}}} &= \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{P}\mathbf{G}^T(y - \hat{q}), \hat{\mathbf{z}}(0) = \mathbf{0}, \dot{\mathbf{P}} = \alpha^{-1} + \mathbf{P}\mathbf{G}^T\hat{q}\mathbf{G}\mathbf{P}, \mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_0, \\ \ddot{\mathbf{G}} &= -3\dot{\mathbf{G}} + (-2 - 2\hat{q}^2z_1)\mathbf{G} + [-x^3 \quad 0]^T, \mathbf{G}(0) = \dot{\mathbf{G}}(0) = \mathbf{0}, \\ \ddot{\hat{q}} &= f(\hat{q}, \dot{\hat{q}}, \hat{\mathbf{z}}) - \lambda_2^{-1}(y - \hat{q}), \hat{q}(0) = \dot{\hat{q}}(0) = 0, \lambda_2 = 0,25, \alpha = 0,6.\end{aligned}\quad (4.122)$$

Результаты численного моделирования в безразмерных величинах представлены на рисунках 4.15 и 4.16, где для сравнения показана оценка расширенного ФК.

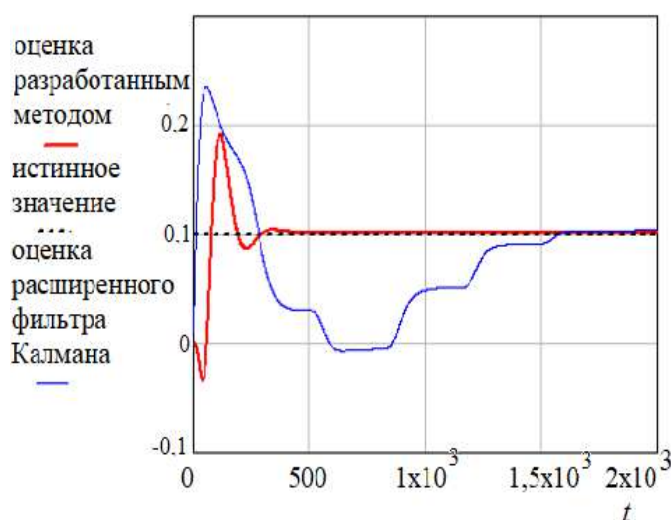


Рисунок 4.15 – Идентификация параметра z_1

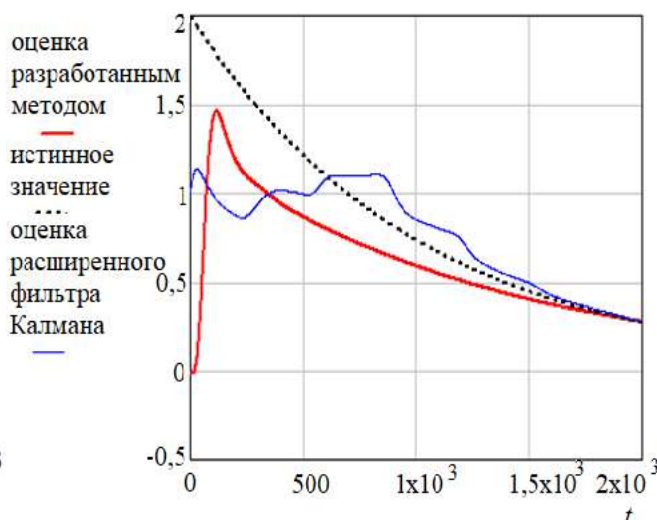


Рисунок 4.16 – Идентификация параметра z_2

Таким образом, алгоритм многопараметрической идентификации (4.121) выгодно отличается от фильтра Калмана точностью получаемых оценок и их скоростью сходимости к действительным значениям параметров.

Полученные на основе численного моделирования результаты позволяют утверждать, что оценки $\hat{z}_1$ и $\hat{z}_2$, определенные на основе предлагаемого подхода, при высокой точности обладают более высокой скоростью сходимости, чем оценки расширенного фильтра Калмана.

Проведенный подсчет вычислительных затрат (количество уравнений первого порядка, требующихся для осуществления алгоритма последовательного оценивания) показывает, что предлагаемый метод обладает высокой вычислительной эффективностью. Так, в рассмотренном вычислительном примере новый метод требует решения 10 дифференциальных уравнений, а расширенный фильтр Калмана – 20. С увеличением числа компонентов вектора состояния n и вектора параметров m выигрыш в использовании предлагаемого подхода оказывается достаточно внушительным, что поясняется расчетами, результаты которых приведены в таблице 4.2 (в числителе – количество уравнений, используемых при идентификации на основе предлагаемого метода; в знаменателе – ФК).

Таблица 4.2 – Оценки вычислительной сложности

	1	2	3	4	5
1	6/9	11/14	17/20	24/27	32/35
2	10/20	17/27	25/35	34/44	44/54
3	14/35	23/44	33/54	44/65	56/77
4	18/54	29/65	41/77	54/90	68/104
5	22/77	35/90	49/104	64/119	80/135

Синтезу алгоритмов идентификации на основе исследования свертки (4.120) с W посвящена работа [263].

4.3.3.2 Рассмотрим задачу идентификации параметров системы второго

порядка (4.16) при $b=z_1$, $c=z_2$. Тогда в математической модели q – прогиб мембраны; z_1 – коэффициент демпфирования колебаний мембраны; z_2 – жесткость мембраны; $Q(t)$ – измеряемое давление. Подавляющее большинство датчиков описывается именно такими уравнениями [484]. Например, емкостный датчик давления (см. рисунок 4.17), который представляет собой упругую систему, состоящую из гофрированной мембраны 1, подвижной системы пластин 2 и спиральной пружины сжатия 3.

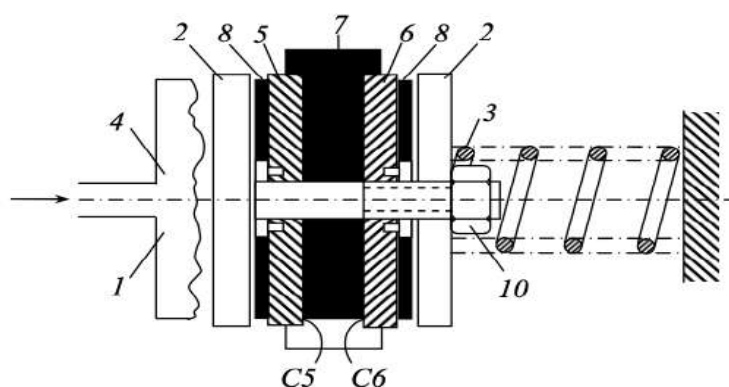


Рисунок 4.17 – Конструкция датчика давления

Вещество, давление которого контролируется, поступает в мембранную камеру 4, мембрана 1 прогибается, что вызывает перемещение пластин 2 относительно боковых пластин 5 и 6, впрессованных в гетинаксовую шайбу 7. Ёмкость конденсатора $C5$ между пластинами 5 и 2 и ёмкость конденсатора $C6$ между пластиной 6 и 2 изменяются при изменении давления. Максимальная ёмкость конденсатора $C5$ и $C6$ определяется толщиной слюдяных прокладок 8 и 9, а минимальная – расстоянием между пластинами 2 подвижной системы. Гайка 10 служит для фиксации этого расстояния.

Пусть выходной сигнал датчика описывается выражением (4.18).

Требуется идентифицировать параметры $z_1 = -0,25$, $z_2 = -2$ датчика с формой мембраны в виде квадратной пластины с жестким недеформируемым центром из условия минимума целевого функционала вида (4.19).

После расширения пространства состояний будем иметь:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ z_1 x_2 + z_2 x_1 \end{bmatrix}, \quad (4.123)$$

где $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2]^T$.

Уравнение наблюдения запишется следующим образом:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, t), \quad (4.124)$$

где $\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) = [x_1 \ 0]^T$.

Функция чувствительности системы (4.123) после расширения пространства состояний удовлетворяет уравнению

$$\dot{\mathbf{G}} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{G} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \hat{\mathbf{z}}}, \quad \mathbf{G}(0) = \dot{\mathbf{G}}(0) = \mathbf{0}. \quad (4.125)$$

Тогда регуляризированный алгоритм многопараметрической идентификации динамических систем определяется следующей системой уравнений [44]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{z}}} &= \mathbf{P} \mathbf{G}^T \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} (\mathbf{y} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}, t)), \quad \hat{\mathbf{z}}(0) = \mathbf{z}^0, \\ \dot{\mathbf{P}} &= \alpha^{-1} \mathbf{I} - \mathbf{P} \mathbf{G}^T \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{G} \mathbf{P}, \quad \mathbf{P}(0) = \mathbf{P}_0, \\ \dot{\mathbf{G}} &= \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \mathbf{G} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \hat{\mathbf{z}}}, \quad \mathbf{G}(0) = \dot{\mathbf{G}}(0) = \mathbf{0}, \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}) - \lambda_2 \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} (\mathbf{y} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}, t)), \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \dot{\hat{\mathbf{x}}}(0) = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (4.126)$$

Оценка эффективности разработанного алгоритма проведена на основе вычислительного эксперимента путем сравнения с расширенным фильтром Калмана [468].

В качестве входного измерительного сигнала была выбрана единичная ступенчатая функция вида

$$Q(t) = 1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases} \quad (4.127)$$

Результаты математического моделирования представлены на рисунке 4.18 ($\lambda_2 = 45$, $\alpha = 0,63$).

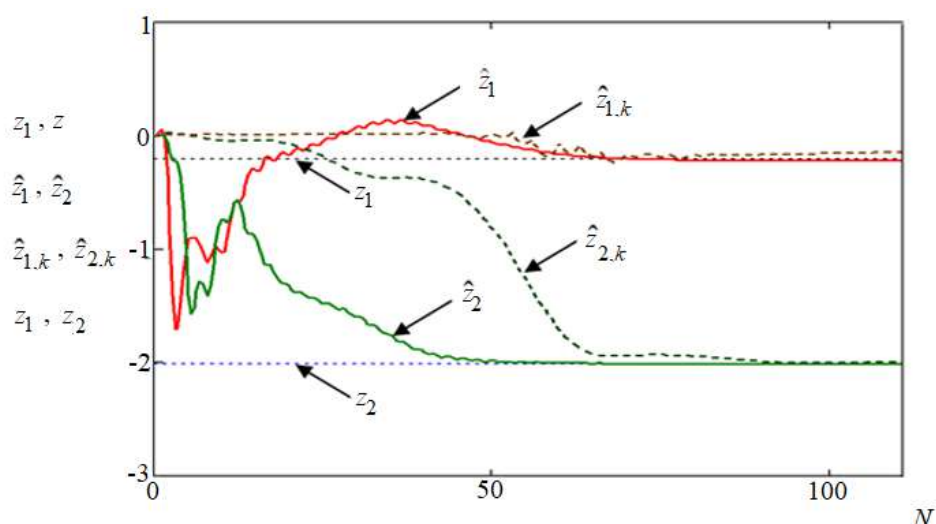


Рисунок 4.18 – Идентификация параметров датчика

На рисунке 4.18 приняты обозначения: z_1, z_2 – действительные значения параметров датчика; $\hat{z}_1, \hat{z}_2$ – оценки параметров датчика полученные с помощью предложенного алгоритма; $\hat{z}_{1,k}, \hat{z}_{2,k}$ – оценки расширенного ФК. Текущее время связано с расчетным соотношением $t = \frac{z_0}{z_1} N \Delta T [c]$, где $\Delta T = 0,1$.

В установившемся режиме определяется относительная погрешность идентификации первого и второго параметров 3,7%, 1,2% соответственно для (4.126) и 4,6%, 2,1% для расширенного ФК. Анализ результатов математического моделирования показывает, что решение задачи идентификации на основе (4.126) позволяет получить эффективный алгоритм многопараметрической идентификации динамических систем. Эффективность понимается в плане устойчивости и увеличения в сравнении с решением Калмана скорости сходимости и точности получаемых оценок параметров, относительная погрешность которых не превышает 3,7%. Практическое применение предлагаемый алгоритм многопараметрической идентификации может найти в машиностроении, в авиационной, космической, оборонной промышленности, в приборостроении при решении задач обработки измерительной информации в ИИУС.

4.3.3.3 Рассматривается задача идентификации параметров описанного выше датчика давления мембранного типа.

Выходной сигнал датчика описывается следующим уравнением:

$$y = q + \xi. \quad (4.128)$$

Требуется идентифицировать параметры $z_0 = 2$, $z_1 = 5$ датчика с формой мембраны в виде квадратной пластины с жестким недеформируемым центром из условия минимума целевого функционала

$$J_1 = 0,5 \int_{t_0}^{t_1} R_\xi^{-1} [y(t) - \hat{q}(\hat{z}_0, \hat{z}_1, t)]^2 dt \rightarrow \min, \quad (4.129)$$

характеризующего точность измерений. Время интегрирования представлено безразмерными величинами.

Для поставленной задачи уравнения (4.121) примут вид

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{z}}} &= \mathbf{P} \mathbf{G}^T R_\xi^{-1} (y - \hat{q}), \quad \hat{\mathbf{z}}(0) = \mathbf{0}, \\ \dot{\mathbf{P}} &= \alpha^{-1} \mathbf{I} - \mathbf{P} \mathbf{G}^T R_\xi^{-1} \mathbf{G} \mathbf{P}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix}, \\ \ddot{\mathbf{G}} &= \frac{\partial f}{\partial \dot{\hat{\mathbf{q}}}} \dot{\mathbf{G}} + \frac{\partial f}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \mathbf{G} + \frac{\partial f}{\partial \hat{\mathbf{z}}}, \quad \mathbf{G}(0) = \dot{\mathbf{G}}(0) = \mathbf{0}, \\ \ddot{\hat{q}} &= f - \lambda_2^{-1} R_\xi^{-1} (y - \hat{q}), \quad \hat{q}(t_0) = 2, \quad \dot{\hat{q}}(t_0) = 0, \end{aligned} \quad (4.130)$$

где $\alpha = 0,9$, $\lambda_2 = 0,7$, $R_\xi = 0,5$.

Алгоритм идентификации на основе (4.74) при (4.102) записывается в следующей форме

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{\mathbf{z}}}_k &= \lambda^{-1} \left[\frac{-|\dot{\hat{\mathbf{z}}}_k| \dot{\hat{\mathbf{z}}}_k}{\tilde{m}_k |\dot{\hat{\mathbf{z}}}_k|} - R_\xi^{-1} (y - \hat{q}) G_k \right], \quad \hat{\mathbf{z}}(0) = \dot{\hat{\mathbf{z}}}(0) = \mathbf{0}, \quad m = 2, \\ \ddot{\mathbf{G}} &= \frac{\partial f}{\partial \dot{\hat{\mathbf{q}}}} \dot{\mathbf{G}} + \frac{\partial f}{\partial \hat{\mathbf{q}}} \mathbf{G} + \frac{\partial f}{\partial \hat{\mathbf{z}}}, \quad \mathbf{G}(0) = \dot{\mathbf{G}}(0) = \mathbf{0}, \\ \ddot{\hat{q}} &= f(\hat{q}, \dot{\hat{q}}, \mathbf{z}) + \lambda_2^{-1} R_\xi^{-1} (y - \hat{q}), \quad \hat{q}(0) = 2, \quad \dot{\hat{q}}(0) = 0, \end{aligned} \quad (4.131)$$

где $\lambda = 0,9$, $\lambda_2 = 1$, $R_\xi = 0,5$, $\tilde{m}_1 = 0,9 \cdot 10^{-3}$, $\tilde{m}_2 = 0,05 \cdot 10^{-3}$.

Результаты математического моделирования процесса идентификации параметров z_1 и z_2 в условиях отсутствия шумов измерений для (4.130), (4.131) и ФК приведены на рисунках 4.19 и 4.20, где сплошной линией представлены оценки параметров, полученные на основе (4.130), пунктирной линией – на основе (4.131),

разряженной пунктирной линией – на основе ФК (обозначения сохранены и для рисунков 4.21, 4.22).

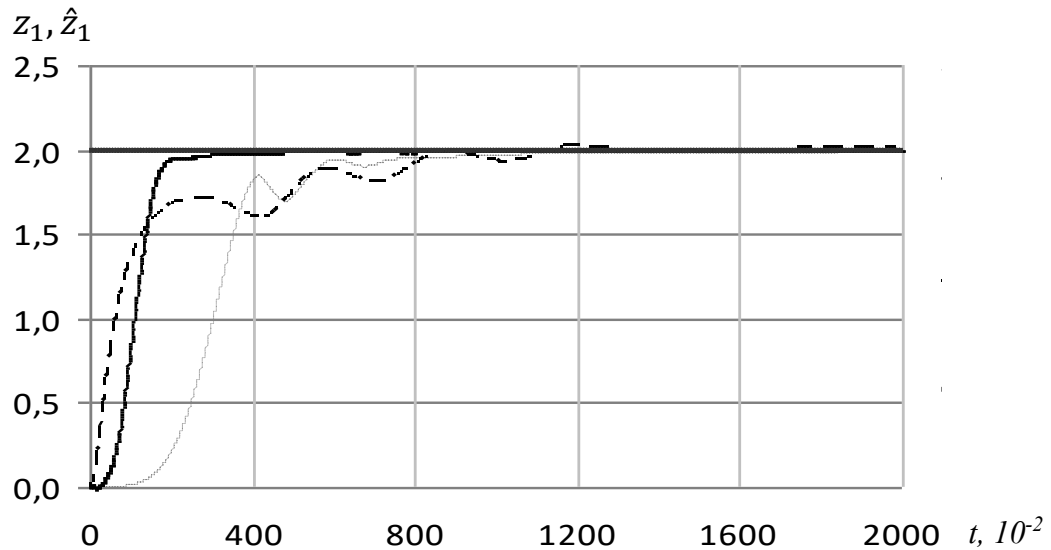


Рисунок 4.19 – Процесс идентификации коэффициента демпфирования

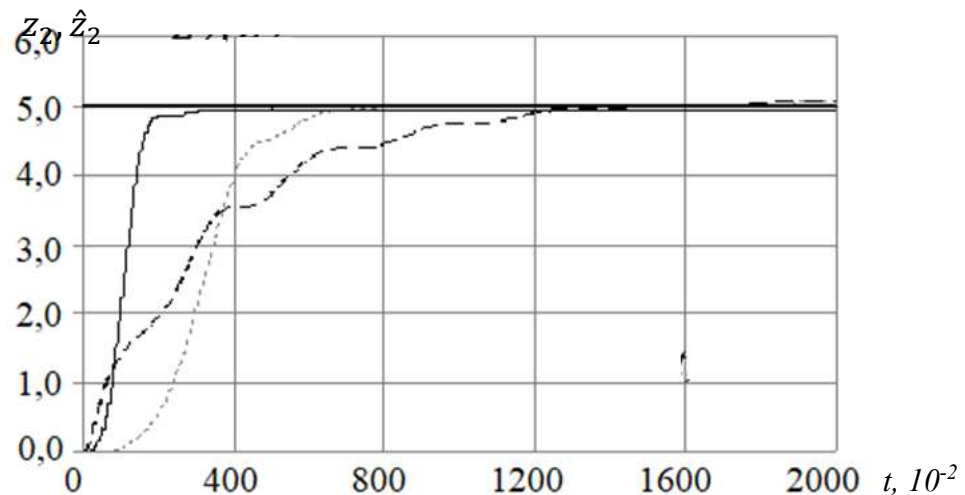


Рисунок 4.20 – Процесс идентификации коэффициента жесткости

При $t = t_1$ определена относительная погрешность идентификации первого и второго параметров, которая равна 0,48%, 0,19% соответственно для (4.130); 1,70%, 0,22% для метода (4.131) и 3,70%, 4,84% для ФК. При этом, как видно из рисунков, скорость сходимости оценок к их действительным значениям у разработанных авторами алгоритмов идентификации выше, чем у фильтра Калмана.

Синтезированные алгоритмы превосходят фильтр Калмана по критерию точности в условиях малых ошибок измерений. Это подтверждается результатами математического моделирования, усредненными по 25 прогонам для каждого значения СКО оценок параметров от СКО шума измерений, которые приведены на рисунках 4.21 и 4.22.

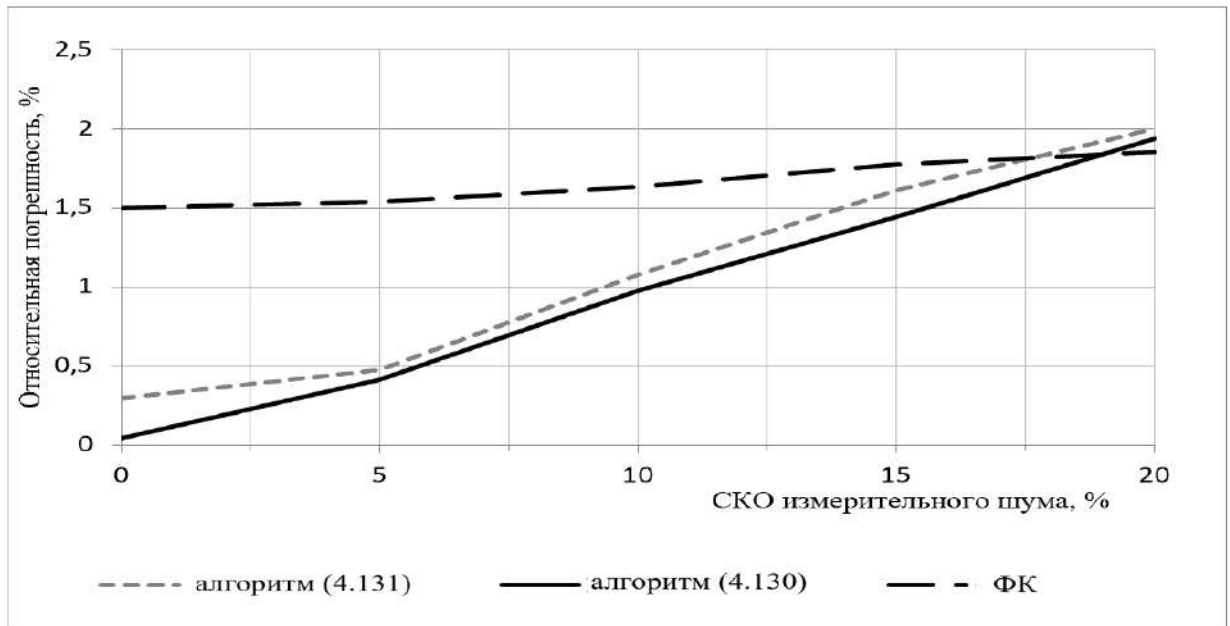


Рисунок 4.21 – Зависимость СКО оценок параметров от СКО измерительного шума для коэффициента демпфирования колебаний мембраны

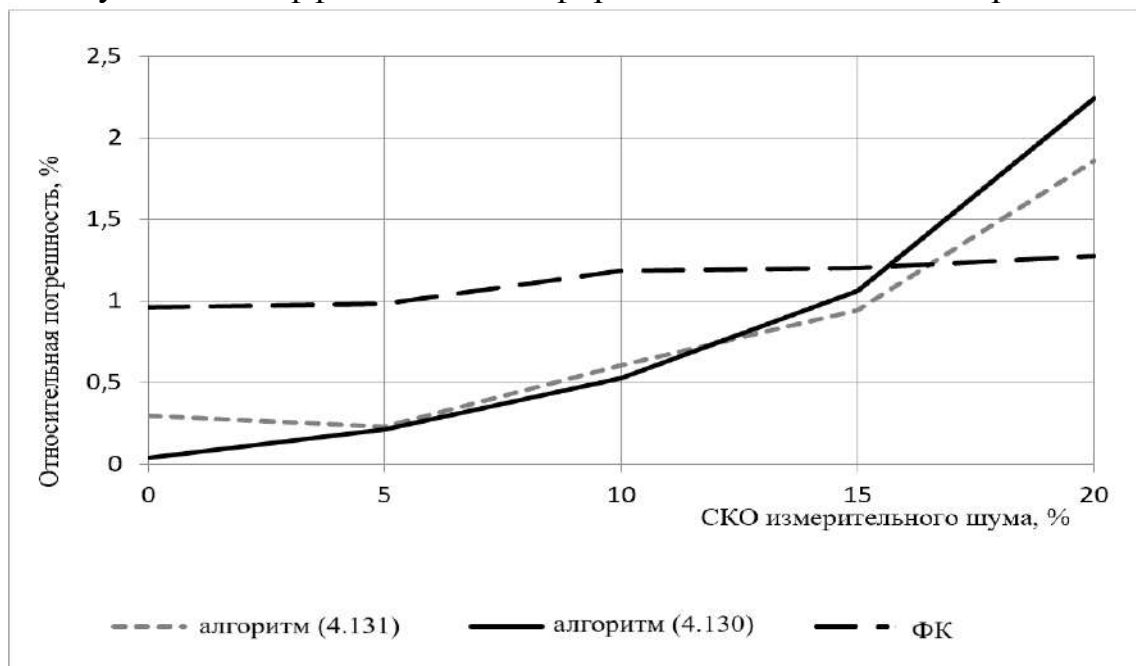


Рисунок 4.22 – Зависимость СКО оценок параметров от СКО измерительного шума для коэффициента жесткости мембраны

4.4 МЕТОД СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ЛАГРАНЖЕВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

4.4.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА

Результаты проведенных исследований показали, что применение условия максимума функции обобщенной мощности [40, 44, 113, 114, 118, 120, 125] для решения обратных измерительных задач, как правило, обеспечивает получение оценок параметров измерительных процессов, которые отличаются высокой точностью и скоростью сходимости. Это позволяет использовать признак истинного движения в форме интеграла действия по Гамильтону [56]. Применение процедуры расширения пространства состояний и положений негладкого анализа позволяет свести ее к многомерному варианту известной задачи [125].

Наиболее общий подход к построению математических моделей динамических систем различной природы основан на вариационных принципах [56, 485]. В соответствии с принципом Гамильтона-Остроградского динамика измерительных сигналов должна удовлетворять при $n=1$ математической модели в форме уравнения Лагранжа второго рода [118, 125]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = U(x, \dot{x}, \mathbf{z}, t), U \in \bar{G}, \dim \mathbf{z} = m, \quad (4.132)$$

где $T = 0,5a\dot{x}^2$ – энергетическая характеристика, имеющая смысл кинетической

энергии; a – коэффициент инерции; $A = \int_{x(t_0)}^{x(t_1)} U dx$ – мера действия известного с

точностью до параметров $\mathbf{z}$ входного измерительного сигнала U ; t_0, t_1 – время начала и окончания измерений, соответственно; $x, \dot{x}$ – выходной измерительный сигнал и скорость его изменения.

Вследствие влияния внешних факторов параметры могут меняться и быть

неизвестными изначально или, например, подлежать определению при выпуске СИ. Принято, что динамика процесса их идентификации также удовлетворяет принципу Гамильтона-Остроградского, тогда справедливо (4.32) [113, 114], откуда получим скалярную форму записи для математической модели динамики параметров

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \dot{z}_k} \right) - \frac{\partial \theta}{\partial z_k} = \eta_k, \quad \boldsymbol{\eta} \in \bar{G}_\eta, \quad k = \overline{1, m}. \quad (4.133)$$

Уравнение измерений задано выражением вида (4.1).

Применение процедуры расширения пространства состояний

$$\mathbf{Q} = [U, \eta_1, \dots, \eta_m]^T, \quad \mathbf{q} = [x, z_1, \dots, z_m]^T \quad (4.134)$$

позволяет рассматривать систему уравнений

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_s} = Q_s, \quad s = \overline{1, m+1}, \quad (4.135)$$

где $\mathbf{Q}$, $\mathbf{q}$ – расширенные векторы соответственно входных и выходных измерительных сигналов; E – аналог кинетической энергии.

Тогда *обратная измерительная задача* [125] формулируется следующим образом: требуется найти оценки расширенного вектора входных измерительных сигналов $\hat{\mathbf{Q}}$ как функции расширенных векторов выходных измерительных сигналов и скоростей их изменения $(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \in R^{2(m+1)}$, которые обеспечивают минимум характеризующего погрешность измерений целевого функционала

$$J = \frac{R_\varepsilon^{-1}}{2} \int_{t_0}^{t_1} [y(t) - h(\hat{\mathbf{q}}, t)]^2 dt \rightarrow \min. \quad (4.136)$$

4.4.2 УРАВНЕНИЯ ОЦЕНКИ

4.4.2.1 В соответствии с [125] для учета ограничения в форме интеграла действия Гамильтона, следующего из (4.135), требуется найти необходимое условие минимума расширенного целевого функционала

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{1}{2R_\xi} [y(t) - h(\hat{\mathbf{q}}, t)]^2 + \lambda (E(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) + A(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}})) \right] dt \rightarrow \min. \quad (4.137)$$

где λ – неопределенный множитель Лагранжа.

Применение аппарата негладкого анализа [125] для поиска необходимого условия минимума (4.136) приводит к условию максимума функции обобщенной мощности. Поэтому значения $\hat{\mathbf{Q}}$, соответствующие минимуму функционала ошибки (4.136), должны определяться так:

$$Q_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) = \lambda^{-1} \left\{ \mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{q}_s(t) - V_s(\hat{\mathbf{q}}) \right\}. \quad (4.138)$$

Получение конечных выражений в связи с использованием процедуры расширения пространства состояния требует рассмотрения конкретного вида функции V_s , который зависит от формы целевого функционала (4.136). С учетом сделанной ранее замены

$$V_1(\mathbf{q}) = \frac{1}{R_\xi} [y - \hat{h}] \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{q}_1}; \quad V_s(\mathbf{q}) = \frac{1}{R_\xi} [y - \hat{h}] \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{q}_1} \frac{\partial \hat{q}_1}{\partial \hat{q}_s}, \quad s = \overline{2, m+1}, \quad (4.139)$$

где $G_s = \partial \hat{q}_1 / \partial \hat{q}_s$ – функция чувствительности [113]. Тогда

$$\hat{Q}_1(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) = \lambda^{-1} \left[\mu_1(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{q}_1 - R_\xi^{-1} [y - \hat{h}] \partial \hat{h} / \partial \hat{q}_1 \right]; \quad (4.140)$$

$$\hat{Q}_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) = \lambda^{-1} \left[\mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{q}_s - R_\xi^{-1} [y - \hat{h}] G_s \partial \hat{h} / \partial \hat{q}_1 \right], \quad s = \overline{2, m+1}. \quad (4.141)$$

Отсюда следует, что линии переключения выражаются по-разному:

$$\mu_1(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{q}_1 - R_\xi^{-1} [y - \hat{h}] \partial \hat{h} / \partial \hat{q}_1 = 0, \quad s = 1; \quad (4.142)$$

$$\mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\hat{\mathbf{q}}}) \dot{q}_s - R_\xi^{-1} [y - \hat{h}] G_s \partial \hat{h} / \partial \hat{q}_1 = 0, \quad s = \overline{2, m+1}. \quad (4.143)$$

Вектор-функция чувствительности определяется уравнением в вариациях [113]:

$$\ddot{\mathbf{G}} = \frac{\partial U}{\partial \dot{\hat{q}}_1} \dot{\mathbf{G}} + \frac{\partial U}{\partial \hat{q}_1} \mathbf{G} + \frac{\partial U}{\partial \hat{\mathbf{z}}}, \quad (4.144)$$

где $\ddot{\mathbf{G}} = \delta \ddot{q}_1 / \delta \mathbf{z}$; $\dot{\mathbf{G}} = \delta \dot{q}_1 / \delta \mathbf{z}$; $\mathbf{G} = \delta q_1 / \delta \mathbf{z}$.

4.4.2.2 В [118] на основе исследования линии переключения (4.142), модификации условий трансверсальности, записанных в форме условия постоянства обобщенного кинетического потенциала в данный момент времени

$$\lambda E + 0,5R_{\xi}^{-1} \left[y(t) - h(\hat{q}_1, t) \right]^2 = \text{const}, \quad (4.145)$$

и применения к ним скобок Пуассона, получено выражение для синтезирующей функции

$$\mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) = -|\dot{q}_s| \left/ \left[L_s \left| (y - \hat{h}) \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{q}_1} \right| + \varepsilon_s \right] \right., s = 1. \quad (4.146)$$

Тогда в силу (4.132), (4.133), (4.134), (4.143) и (4.146) в соответствии с [13] следует

$$\mu_s(\hat{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}) = -|\dot{q}_s| \left/ \left[L_s |y - \hat{h}| G_s \frac{\partial \hat{h}}{\partial \hat{q}_1} + \varepsilon_s \right] \right., s = \overline{2, m+1}. \quad (4.147)$$

4.4.3 АНАЛИЗ И СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ДАТЧИКОВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

4.4.3.1 Решается обратная измерительная задача для измерительного преобразователя температуры, математическая модель которого представлена уравнением Лагранжа второго рода (4.132) [125]. С формальной точки зрения, если выходной измерительный сигнал q_1 – напряжение [125], то динамическая система рассеивает энергию, а также подвержена влиянию электрических и магнитных полей, следовательно [485]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial E}{\partial q_s} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} + Q_s, s = \overline{1, m+1}. \quad (4.148)$$

Пусть согласно [114, 125, 485]:

$$E = 0,5 \left[\dot{q}_1^2 + a_2 \dot{q}_2^2 + a_3 \dot{q}_3^2 \right]; D = 0,5 q_3 \dot{q}_1^2; \Pi = 0,5 q_2 q_1^2, \quad (4.149)$$

где a_s – коэффициенты инерции, а параметры являются мультипликативными функциями символов Кронекера: $q_3(s) = \delta_{1s} z_2$, $q_2(s) = \delta_{1s} z_1$, $s = \overline{1, 3}$. Это отражает предположение о независимости их динамики от входного измерительного сигнала. Поэтому в разрешенном относительно старшей производной виде получается система уравнений

$$\ddot{q}_1(t) = -q_3\dot{q}_1(t) - q_2q_1(t) + Q_1(t); \quad \ddot{q}_2 = Q_2/a_2; \quad \ddot{q}_3 = Q_3/a_3. \quad (4.150)$$

В соответствии с принятыми ранее обозначениями первое уравнение в (4.150) – математическая модель измерительного преобразователя, для которого $Q_1(t)$ – измеряемая температура [125];

$$q_2 = \lambda_t \frac{S_3}{c_3} \alpha_0 \frac{S_0}{c_0}, \quad q_3 = \lambda_t \left(\frac{S_3}{c_3} + \frac{S_3}{c_0} \right) + \alpha_0 \frac{S_0}{c_0} \quad (4.151)$$

– неизвестные параметры; λ_t – коэффициент теплопроводности промежутка между чувствительным элементом и оболочкой; S_0, S_3, c_0, c_3 – площади поверхностей и полные теплоемкости оболочки и чувствительного элемента; α_0 – коэффициент конвекционного обмена оболочки со средой [125].

Тогда уравнения Лагранжа второго рода (4.133), которые определяют динамику параметров, находятся из (4.147) [114]. Уравнение измерения представлено выражением $y(t) = q_1(\mathbf{Q})$. Требуется найти оценки измеряемой физической величины $\hat{Q}_1$ и параметров $\hat{q}_2, \hat{q}_3$ из условия минимума функционала невязки

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} [y(t) - \hat{q}_1(\mathbf{Q})]^2 dt \rightarrow \min. \quad (4.152)$$

Из (4.140), (4.141), (4.146) – (4.150) следует, что уравнения алгоритма структурно-параметрической идентификации измерительного преобразователя принимают вид

$$\begin{aligned} \ddot{\hat{q}}_1 &= \frac{1}{\lambda} \left[-\frac{|\dot{\hat{q}}_1|}{L_1 \left[|y - \hat{q}_1| \right] + \varepsilon_1} \dot{\hat{q}}_1 - [y - \hat{q}_1] \right] - \hat{q}_3 \dot{\hat{q}}_1 - \hat{q}_2 \hat{q}_1, \quad \hat{q}_1(0) = 0, \dot{\hat{q}}_1(0) = 0, \\ \ddot{\hat{q}}_s &= -\frac{1}{\lambda a_s} \left[\frac{|\dot{\hat{q}}_s|}{L_s \left[|y - \hat{q}_1| \right] G_s + \varepsilon_s} \dot{\hat{q}}_s + [y - \hat{q}_1] G_s \right], \quad \hat{q}_s(0) = \hat{q}_{0s}, \dot{\hat{q}}_s(0) = \dot{\hat{q}}_{0s}, s = 2, 3, \\ \ddot{G}_2 &= -\hat{q}_3 \dot{G}_2 - \hat{q}_2 G_2 - \dot{\hat{q}}_1, \quad \ddot{G}_3 = -\hat{q}_3 \dot{G}_3 - \hat{q}_2 G_3 - \dot{\hat{q}}_1, \\ \mathbf{G}(0) &= [G_2 \quad G_3], \dot{\mathbf{G}}(0) = [\dot{G}_2 \quad \dot{G}_3]. \end{aligned} \quad (4.153)$$

Эффективность алгоритма (4.153) оценена на основе математического моделирования. Было принято:

- действительные значения параметров математической модели устройства преобразования измерительной информации $q_2 = 6$, $q_3 = 0,3$;

- на вход СИ подается тестовый входной измерительный сигнал [441] – единичная ступенчатая функция

$$Q_1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0; \end{cases} \quad (4.154)$$

- начальные условия и параметры $\hat{q}_1(0)=0$, $\dot{\hat{q}}_1(0)=0$, $\hat{q}_2(0)=0$, $\dot{\hat{q}}_2(0)=0$, $\hat{q}_3(0)=7$, $\dot{\hat{q}}_3(0)=0$, $\lambda^{-1}=2 \cdot 10^{-5}$, $a_2^{-1}=a_3^{-1}=50$, $L_1=12000$, $L_2=8 \cdot 10^7$, $L_3=5,3 \cdot 10^{10}$, $\varepsilon_1=-250$, $\varepsilon_2=0,02$, $\varepsilon_3=100$, $\mathbf{G}(0)=[0 \ 0]$, $\dot{\mathbf{G}}(0)=[0 \ 0]$.

Все величины выражены в безразмерных единицах.

Результаты математического моделирования приведены на рисунках 4.23 и 4.24, где сплошными линиями показаны оценки параметров входного измерительного сигнала, а пунктирными – их действительные значения. Относительные погрешности идентификации параметров соответственно составили $\delta q_2 = 1,1 \%$, $\delta q_3 = 0,03 \%$.

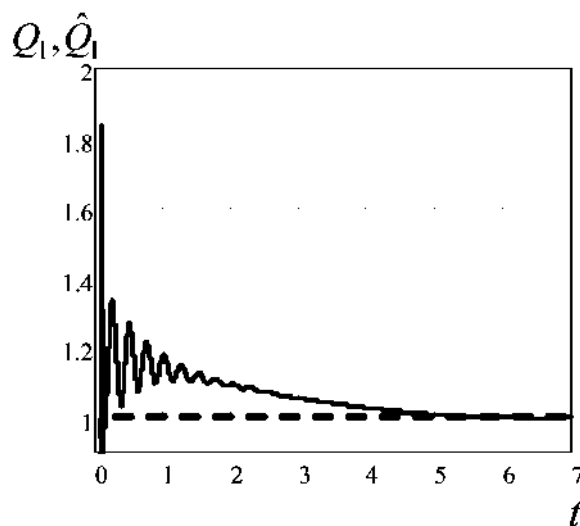


Рисунок 4.23 – Оценки входного измерительного сигнала

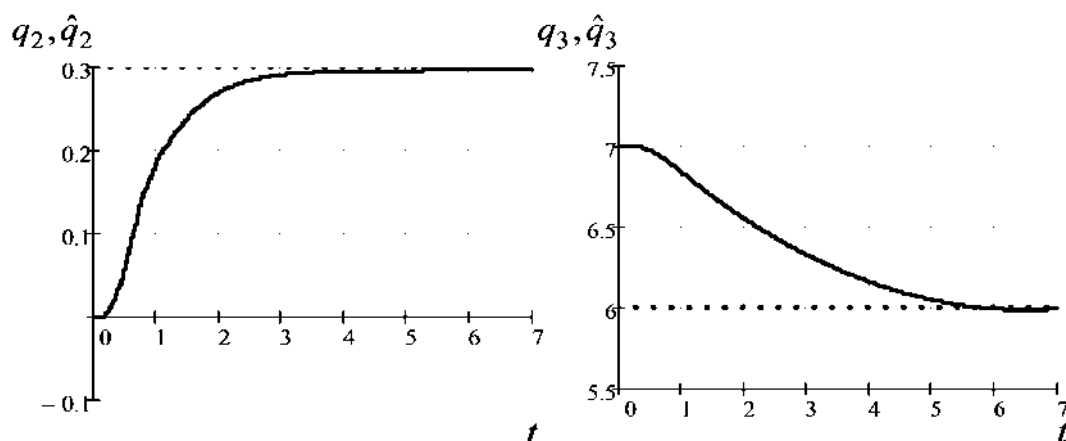


Рисунок 4.24 – Динамика идентификации параметров измерительного преобразователя

Идентификация параметров с использованием (4.153) так же, как и в [113], требует решения десяти дифференциальных уравнений первого порядка, а для реализации фильтра Калмана с учетом уравнения для ковариационной матрицы оценивания – 14 уравнений. Таким образом, использование предлагаемого метода обеспечит снижение вычислительных затрат в сравнении с традиционным методом.

4.4.3.2 Рассмотрим задачу определения неизвестных параметров МЭМС-акселерометра, состояние которого описывается следующим дифференциальным уравнением [10]:

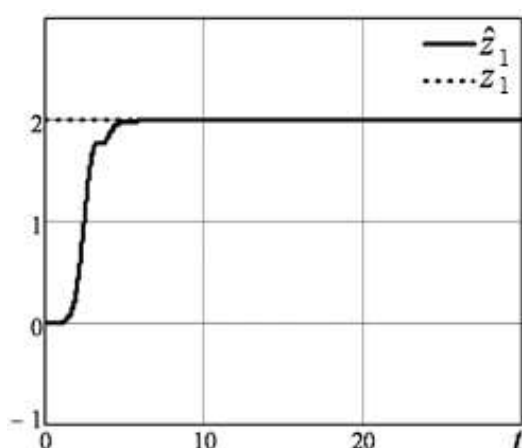
$$\ddot{q}_1 + q_3 \dot{q}_1 + q_2 q_1 = Q_1(t), \quad (4.155)$$

где q_1 – выходное напряжение МЭМС-акселерометра; q_2, q_3 – искомые параметры (z_1, z_2). МЭМС-акселерометр представляет собой дифференциальную конденсаторную конструкцию, в которой используется воздушный диэлектрик. Обкладки конденсатора изготовлены из поликремневой пленки толщиной 2 мкм путем резки или травления. Неподвижные обкладки рассматриваемого датчика инерциальной навигационной системы, например, беспилотного летательного аппарата, представляют собой простые консольные стержни, установленные на высоте 1 мкм над поверхностью кристалла на поликремневых столбиках-анкерах, которые надежно приварены к кристаллу. Поскольку параметры подобных измерительных преобразователей достаточно часто определяются в лабораторных

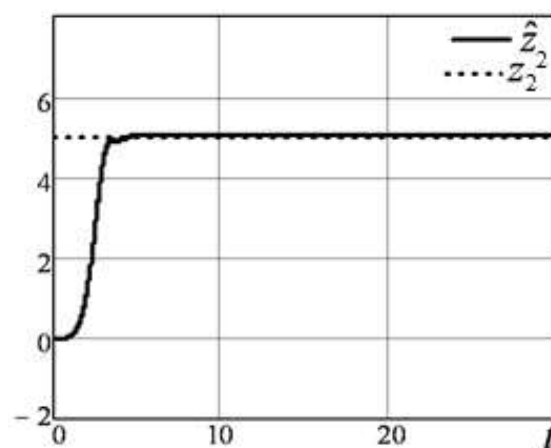
условиях, уравнение измерений запишем как (4.18). Найдем оценки вектора параметров МЭМС-акселерометра из условия минимума целевого функционала невязки измерений (4.152). С учетом (2.204) и (4.149) оценки параметров МЭМС-акселерометра инерциальной навигационной системы получим из следующих уравнений:

$$\begin{aligned}\ddot{\hat{q}}_1 &= \lambda_1^{-1} \left[-\frac{|a[y - \hat{q}_1]\dot{\hat{q}}_1|}{2\|U\|\hat{q}_1 + C} \dot{\hat{q}}_1 - [y - \hat{q}_1] \right] - \hat{q}_2\dot{\hat{q}}_1 - \hat{q}_3\hat{q}_1 + Q_1(t), \\ \hat{q}_1(0) &= \hat{q}_{10}, \dot{\hat{q}}_1(0) = \dot{\hat{q}}_{10}, \\ \ddot{\hat{q}}_s &= \lambda^{-1} \left[\frac{-|a_s[y - \hat{q}_1]\dot{\hat{q}}_s G_s|}{2\|\eta_{s-1}\|\hat{q}_s + C} - (y - \hat{q}_1)G_s \right], \quad \hat{q}_s(0) = \dot{\hat{q}}_s(0) = 0, \quad s=2,3, \quad (4.156) \\ \ddot{G}_2 &= -\dot{G}_2\hat{q}_3 - G_2\dot{\hat{q}}_2 - \dot{\hat{q}}_1, \quad G_2(0) = \dot{G}_2(0) = 0, \\ \ddot{G}_3 &= -\dot{G}_3\hat{q}_3 - G_3\dot{\hat{q}}_2 - \dot{\hat{q}}_1, \quad G_3(0) = \dot{G}_3(0) = 0.\end{aligned}$$

Результаты выполненного численного моделирования в графическом виде представлены на рисунке 4.25, где пунктирные линии соответствуют действительным значениям параметров, а сплошные – оценкам параметров. Значения относительной погрешности оценок параметров, рассчитанные в установившемся режиме, составили соответственно $\delta\hat{x}_1 = 0,83\%$ и $\delta\hat{x}_2 = 0,14\%$.



а)



б)

Рисунок 4.25 – Графическое представление результатов численного моделирования: идентификация параметров, характеризующих степень затухания колебаний (а) и частоту собственных колебаний (б)

Идентификация параметров с использованием предложенного метода подразумевает решение N дифференциальных уравнений 1-го порядка. В рассматриваемом случае $N = 2(2m + 1) = 10$. Отметим, что для идентификации только одного параметра с учетом уравнения для ковариационной матрицы применение фильтра Калмана потребует решения системы из девяти таких дифференциальных уравнений. Следовательно, с точки зрения вычислительной сложности преимущество синтезированного алгоритма очевидно.

4.5 СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ, НА КОТОРЫЕ ПОЛУЧЕНЫ ПАТЕНТЫ

Предложенные технические решения [87, 186, 187, 189, 194] относятся к сложным техническим системам (устройствам) с обратной связью, применяемым для идентификации параметров лагранжевых динамических систем.

С позиций системного анализа разработанные устройства представляют собой пример эффективного применения базовых принципов теории систем к решению сложных инженерных задач. Их ключевая особенность – структура обратных связей, строящихся на основе гипотезы о лагранжевой динамике параметров. Это позволяет реализовать фундаментальный принцип системного анализа – принцип декомпозиции. Система идентификации разделяется на две взаимосвязанные подсистемы: оценки состояния (отслеживание текущих параметров системы — координат, скоростей, ускорений и т.д.) и оценки параметров (анализ отклонений между моделью и реальными данными с последующей коррекцией параметров математической модели). Такая декомпозиция не нарушает целостность системы, а, напротив, подчеркивает ее сложную структуру, где каждая подсистема выполняет специализированную функцию, взаимодействуя с другой через четко определенные связи.

Принцип связности, лежащий в основе эффективности технических решений, позволяет рассматривать предложенные устройства одновременно в двух аспектах: как единое целое, нацеленное на минимизацию расхождения между моделью и реальным объектом (невязки наблюдения) (обратная связь объединяет подсистемы, передавая ошибки оценки состояния в подсистему оценки параметров и наоборот), и как подсистему для вышестоящих уровней иерархии (система идентификации может быть встроена в более сложные системы управления — например, в робототехнические комплексы, для получения уточненных параметров для принятия решений). Это обеспечивает согласованность работы всех компонентов, эффективную передачу информации между уровнями иерархии и адаптивность системы к изменениям внешней среды.

Требование формального математического описания динамических моделей в виде дифференциальных уравнений с точки зрения системного анализа можно трактовать как определение «языка взаимодействия» между подсистемами и внешней средой. Дифференциальные уравнения выполняют сразу несколько функций: задают формат входных и выходных данных, описывают законы эволюции системы (модель внутреннего поведения) и служат инструментом анализа устойчивости (позволяют оценить сходимость алгоритмов идентификации (см., например, подраздел 4.2.5)).

С позиций системного анализа перспективным направлением совершенствования предложенных технических решений является углубление иерархии системы идентификации путем включения дополнительных подсистем (адаптации к шумам, самообучения на основе нейросетей), усиление связности через использование более совершенных алгоритмов управления для координации подсистем и расширение класса моделей на неголономные динамические системы при сохранении модульности структуры. Таким образом, разработанные устройства представляют собой целостное системное решение для идентификации параметров лагранжевых математических моделей, сочетающее декомпозиционный подход, принцип связности и строгую математическую

формализацию, что делает их мощным инструментом для анализа и синтеза динамических систем электромеханической природы.

4.6 ВЫВОДЫ

4.6.1 Одним из перспективных направлений повышения эффективности решения задач идентификации динамических систем является подход к решению экстремальных задач, основанный на условии максимума функции обобщенной мощности [59, 290, 469, 470], который использует принцип Гамильтона-Остроградского [56], и позволяет записать условия оптимальности в форме максимума функции обобщенной мощности.

4.6.2 Разработан метод идентификации конструктивных параметров объектов, отличающийся способом формирования обратных связей на основе условия максимума функции обобщенной мощности. Он заключается в нахождении обобщенной силы, определяющей наблюдаемое движение, и сопоставлении ее с истинной силой, явная зависимость которой от конструктивных параметров известна. Его использование позволяет получить оценки неизвестных параметров, выгодно отличающиеся высокой точностью, простотой, минимумом вычислительных затрат, что демонстрируется математическим моделированием. Соответствующий алгоритм вычислений прост.

4.6.3 Предложена новая постановка задачи идентификации параметров математических моделей лагранжевых систем, базирующаяся на использовании вариационных принципов. Это приводит к необходимости исследования асинхронной вариации функционала, расширенного с использованием интеграла действия и его аналога для математической модели динамики параметров в форме уравнения Лагранжа второго рода (4.32). В результате установлено условие максимума функции обобщенной мощности для случая параметрической неопределенности (4.67) и получены с точностью до синтезирующей функции

уравнения последовательной идентификации математических моделей динамических систем (4.74).

4.6.4 Разработан метод интегральных связей, который обеспечивает построение синтезирующей функции в случае параметрической неопределенности и отличается от известных (в том числе от разработанного во второй главе метода и модифицированного в третьей главе метода) способом приведения уравнения Лагранжа второго рода для параметров к интегралу энергии.

4.6.5 Разработан метод фазовых траекторий, который обеспечивает построение синтезирующей функции в случае параметрической неопределенности и отличается от известных (в том числе от разработанного во второй главе метода и модифицированного в третьей главе метода) способом дополнения уравнений на линии переключения на основе закона изменения количества движения.

4.6.6 Синтезированные с использованием уравнений последовательной идентификации алгоритмы обеспечивают снижение вычислительных затрат в сравнении с алгоритмами идентификации калмановской структуры.

4.6.7 Устойчивость динамической идентификации параметров математических моделей лагранжевых систем с использованием уравнений последовательной идентификации и методов построения синтезирующей функции обеспечивается выбором параметров исходя из критерия Рауса-Гурвица. Это подтверждается результатами математического моделирования.

4.6.8 Решение задач идентификации динамических систем на основе анализа приращения расширенного функционала и регуляризации требует применения метода инвариантного погружения к соответствующей ДТКЗ. Это позволяет получить уравнения идентификации (4.121), которые как показывают результаты математического моделирования, обеспечивают прирост в точности оцениваемых параметров, снижение вычислительных затрат (таблица 4.1).

4.6.9 Синтезированные алгоритмы идентификации (4.122), (4.126), (4.131) обеспечивают получение сходящихся устойчивых оценок параметров динамических систем, превосходящих по точности оценки ФК. Их анализ, а также проведенное математическое моделирование с использованием программ для ЭВМ

(на некоторые из которых получены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ [27, 36]), показывает, что их применение для динамических систем обеспечит решение проблемы повышения точности измерений в различных областях науки и техники.

4.6.10 Разработанный метод структурно-параметрической идентификации измерительных систем, в отличие от метода многопараметрической идентификации конструктивных параметров на основе условия максимума функции обобщенной мощности, не требует решения систем уравнений. Его использование обеспечивает унифицированный подход к решению задач оценки в условиях структурно-параметрической неопределенности.

4.6.11 Синтезированные алгоритмы представлены в виде математической нотации и в формульно-словесной форме.

4.6.12 Разработанные методы идентификации параметров и структурно-параметрической идентификации лагранжевых динамических систем имеют общую отличительную особенность, которая состоит в способах построения обратных связей в замкнутой форме за счет гипотезы о лагранжевой динамике параметров, что приводит к декомпозиции системы идентификации на подсистемы оценки состояния и оценки параметров. Они обладают универсальностью и простотой. Их применение требует формального математического описания динамических моделей в виде дифференциальных уравнений. Эти методы могут быть с успехом использованы для решения задач идентификации в рамках широкого круга технических и экономических систем.

Ключевой принцип системного анализа, обеспечивший получение описанного эффекта – принцип связности, позволивший рассматривать одновременно исследуемую систему как единое целое и в то же время как подсистему для вышестоящих уровней.

4.6.13 Разработка методов идентификации – это один из важнейших этапов проектирования систем, который обеспечивает их максимально эффективное функционирование в реальном масштабе времени.

5 ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДОВ НА ПРИМЕРЕ РАДИОЛОКАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА

Ключевым принципом системного анализа, позволившим получить изложенные в главах 2 – 4 результаты, является декомпозиция (иерархичность), а главным методом системного анализа в этом исследовании выступает редукция, избыточное применение которой может привести к утрате эмерджентных свойств синтезируемой системы. Поэтому в соответствии с принципом целостности в пятой главе рассмотрен как единое целое частный случай ИТИУРЭС – радиолокационный комплекс. Согласно методологии системного проектирования относительное изменение величины предотвращенного ущерба ИТИУРЭС выбрано как общий критерий эффективности разработанных методов. Использование полученного во второй главе условия максимума функции обобщенной мощности в совокупности с приемами построения синтезирующей функции из третьей главы, математическими моделями наблюдения и движения динамических объектов позволяет разработать метод оценки параметров движения управляемого летательного аппарата с построением опорной траектории и получить эффективные алгоритмы оценки параметров движения ЛА. Эмерджентность радиолокационного комплекса проявляется в снижении СКО оценок в условиях возмущений в сравнении с ФК и повышении точности оценивания за счет взаимодополнения новых алгоритмов оценки параметров движения ЛА. Они обеспечивают устойчивое сопровождение управляемых ЛА при относительно небольшом объеме вычислительных затрат, а также увеличение расчетной величины предотвращенного ущерба.

5.1 МЕТОДОЛОГИЯ СИСТЕМНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

5.1.1 Разработка и внедрение методов синтеза ИТИУРЭС на основе

поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач Лагранжа – чрезвычайно важная задача. Это связано с тем, что ее решение с учетом особенностей построения ИТИУРЭС и условий их функционирования обеспечит повышение качества системного проектирования. Следуя [12] под системным проектированием понимается «выбор и организация функций и структуры системы в целом». Тогда «объект рассматривается как система, предназначенная для достижения определенных целей прежде всего за счет управляемого взаимодействия подсистем». С этой позиции системное проектирование следует рассматривать как построение обратных связей.

Для этого ИТИУРЭС как сложная система должна строиться по иерархическому принципу. Это предполагает

- автономность функционирования, которая в условиях многорежимности и неопределенности реализуется методами интеллектуализации;
- возможность управления подсистемами в условиях неопределенности;
- наличие частных целей для каждой подсистемы и общей цели всей системы;
- взаимовлияние подсистем идентификации, оценки и управления.

С позиций системного подхода сложность ИТИУРЭС предполагает использование методов декомпозиции.

Реализация принципа вариативности при проектировании систем предусматривает анализ множества вариантов их структур, что связано с использованием ЭВМ. Поэтому целесообразно связать процесс проектирования с решением экстремальных задач. В результате один из ключевых этапов системного проектирования – построение математической модели системы, которая на основе анализа взаимосвязей с подсистемами может уточняться для достижения целевых показателей эффективности. Это связано с тем, что в соответствии с изложенным решения задачи синтеза управления главы 1 определяют эффективность оценки параметров измерительных процессов и идентификации параметров математических моделей.

5.1.2 Выбор критериев эффективности функционирования ИТИУРЭС связан с критериями решения оптимизационных задач. Их использование, как правило,

позволяет оценить техническую эффективность, т.е. полноту выполнения задач в установленные сроки. При этом дополнительно привлекаются общие критерии эффективности, дополнительно обеспечивающие оценку экономической составляющей проектирования и/или эксплуатации ИТИУРЭС. Для ИТИУРЭС в качестве подобного общего критерия может выступать величина предотвращенного ущерба [12], которая является функцией введенного в разделе 1.4 критерия точности оценки. В таком случае необходимо рассмотреть радиолокационный комплекс как частный случай ИТИУРЭС.

5.2 РАДИОЛОКАЦИОННЫЙ КОМПЛЕКС: ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

5.2.1 Рассматриваются радиолокационные комплексы, которые можно разделить на информационные и управляющие, к примеру, РЛС управления воздушным движением или противовоздушной обороны (ПВО). При этом система обработки радиолокационной информации является частью радиолокационного комплекса в обоих случаях. Критерий эффективности ее функционирования задан функционалом (3.22), что определяет множество алгоритмов оценки. Как показано выше их структура зависит от математической модели наблюдаемого процесса и уравнения наблюдения.

5.2.2 При описании движения ЛА, динамика которых удовлетворяет дифференциальным уравнениям Лагранжа второго рода, применяют [231] инерциальную систему координат (декартовы, сферические, цилиндрические и другие); связанную систему координат, начало которой расположено в центре масс объекта; скоростную систему координат.

Оси инерциальной системы координат направлены следующим образом:

- ось $\bar{O}x_1$ – по предположенной линии курса в плоскости горизонта;
- ось $\bar{O}y_1$ – по восходящей вертикали в начале координат;
- ось $\bar{O}z_1$ – составляет правую тройку с осями $\bar{O}x_1$, $\bar{O}y_1$;

- ось Ox связанной системы координат направлена по строительной оси объекта от хвостового отсека к головному; перпендикулярно к ней в плоскости симметрии объекта направлена ось Oy ; ось Oz составляет с осями Ox , Oy правую тройку.

Ориентация объекта относительно инерциальной системы координат задается тремя углами ψ, ϑ, φ – рыскания, тангажа и крена – изображены на рисунке 5.1.

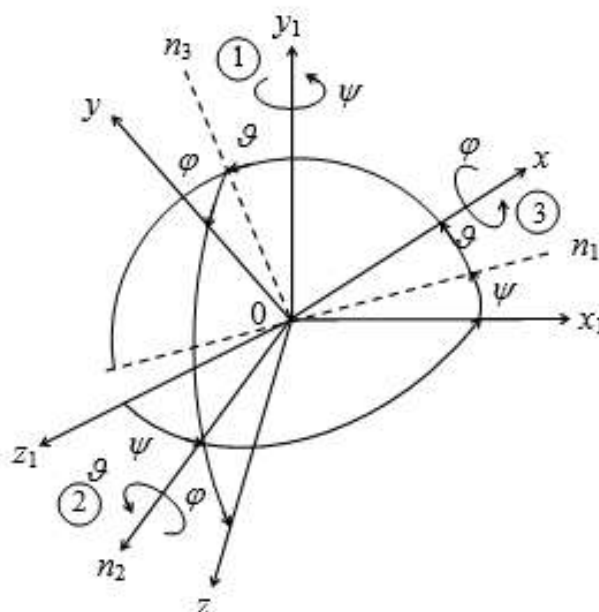


Рисунок 5.1 – Ориентация объекта относительно инерциальной системы координат

Принимают за основные оси Oy и Ox , при этом начала неподвижной и связанной систем координат совмещают. Три последовательными поворотами вокруг оси Oy , на угол рыскания ψ (поворот 1), вокруг оси Ox_2 на угол тангажа ϑ (поворот 2), вокруг оси Ox на угол крена φ (поворот 3), устанавливают ориентацию объекта относительно системы координат. Применяя операцию умножения матриц, составляют таблицу углов связанной системы координат. В соответствии с ней координаты одной системы можно определить через координаты другой системы.

Таблица 5.1 – Косинусы углов подвижных осей

	x_1, i_1	y_1, j_1	z_1, k_1
x, i	$\cos \psi \cos \nu$	$\sin \nu \varphi$	$-\sin \varphi \cos \nu$
y, j	$\sin \varphi \sin \psi - \cos \varphi \cos \psi \sin \nu$	$\cos \nu \cos \varphi$	$\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi \sin \nu$
z, k	$\cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi \sin \nu$	$-\cos \nu \sin \varphi$	$\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \sin \nu$

В расчетах ориентации объекта необходимы знания угловых скоростей вращения относительно связанных (подвижных) и инерциальных (неподвижных) осей. Их определение осуществляется по методике Эйлера [334]. Пусть ориентация изменилась на бесконечно малые углы $d\psi, d\vartheta, d\varphi$. Тогда вектор бесконечно малого угла поворота будет равен

$$d\Theta = \mathbf{j}_1 d\psi + \mathbf{n}_2 d\vartheta + \mathbf{i} d\varphi, \quad (5.1)$$

где $\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1$ – орты неподвижной системы координат $0x_1y_1z_1$; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты подвижной (связанной) системы координат $0xyz$; $\mathbf{n}_2 = \mathbf{j}_1 \sin \psi + \mathbf{k}_1 \cos \psi$ – согласно рисунка 5.1.

Выражая орты неподвижной системы координат через орты подвижной системы координат с помощью таблицы косинусов, получим для угловой скорости в относительной подвижной системе координат

$$\begin{aligned} d\Theta = & d\psi [\mathbf{i} \sin \vartheta + \mathbf{j} \cos \nu \cos \varphi - \mathbf{k} \cos \vartheta \sin \varphi] + \\ & + d\vartheta [\mathbf{i} \sin \vartheta + \mathbf{j} \cos \vartheta \cos \varphi - \mathbf{k} \cos \vartheta \sin \varphi] \sin \psi + \\ & + d\varphi [-\mathbf{i} \sin \psi \cos \vartheta + \mathbf{j} (\sin \varphi \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi \sin \vartheta) + \\ & + \mathbf{k} (\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \sin \vartheta)] \cos \psi + d\varphi \mathbf{i}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Теперь по определению вектора угловой скорости имеем

$$\Theta = \omega = \mathbf{i} \omega_x + \mathbf{j} \omega_y + \mathbf{k} \omega_z \quad (5.3)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_x = & \dot{\psi} \sin \vartheta + \dot{\vartheta} [\sin \vartheta \sin \psi - \sin \varphi \cos \varphi \cos \vartheta] + \dot{\varphi}; \\ \omega_y = & \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \varphi + \dot{\vartheta} [\cos \vartheta \cos \varphi \sin \psi + \sin \varphi \cos^2 \psi]; \\ \omega_z = & -\dot{\psi} \cos \vartheta \sin \varphi + \dot{\vartheta} [-\cos \vartheta \sin \varphi \sin \psi + \\ & + (\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi \sin \nu) \cos \psi]. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Здесь обозначено $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$; $\dot{\vartheta} = \frac{d\vartheta}{dt}$; $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$.

В расчетах при определении составляющих аэродинамических сил и моментов, а также реактивных и иных сил используются скоростная $O\xi\eta\zeta$ и связанная $Oxyz$ системы координат. Ось O_ξ скоростной системы координат направлена по вектору скорости $\vec{v}$ (обычно центра инерции объекта), ось O_η – в плоскости симметрии объекта перпендикулярно оси O_ξ ; ось O_ζ – образует правую тройку с осями O_ξ , O_η и перпендикулярна плоскости $O_{\xi\eta}$ [334].

Положение скоростных осей относительно неподвижных задается углами $\lambda(\psi), \mu(\vartheta), \nu(\varphi)$ и определяется точно такой же таблицей косинусов, что и для углов тангажа, рыскания и крена. Эти углы называются углами курса, угол подъема и угол скоростного крена.

Построение ориентации связанных осей объекта, когда заданы скоростные, осуществляется путем задания двух углов: скольжения (бокового дрейфа) β и атаки α , с последующими двумя последовательными поворотами: на угол β вокруг оси Oy и на угол α вокруг оси Oz . Таблица косинусов скоростных осей имеет вид, представленный ниже (таблица 5.2) [95].

Таблица 5.2 – Косинусы скоростных осей

	x, O_x	y, O_y	z, O_z
ξ, P_ξ	$\cos\alpha \cos\beta$	$-\cos\beta \sin\alpha$	$\sin\beta$
η, P_η	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	0
ζ, P_ζ	$-\cos\alpha \sin\beta$	$\sin\beta \sin\alpha$	$\cos\beta$

Согласно таблице косинусов проекции вектора скорости на подвижные оси будут такими. Так как $\dot{\xi} = v, \dot{\eta} = 0, \dot{\zeta} = 0$, то

$$\dot{x} = v_x = v \cos\alpha \cos\beta; \quad \dot{y} = v_y = -v \cos\beta \sin\alpha; \quad \dot{z} = v_z = v \sin\beta. \quad (5.5)$$

5.2.3 В соответствии с постановкой задачи общий вид модели измерений в

ИИУС описывается уравнением измерений (1.18). Его вид зависит от состава измеряемых величин, который выбирается в соответствии с используемой системой координат. В частности, примем, что для (3.18), (3.5)

$$n = 3, \quad q_1 = x, \quad q_2 = y, \quad q_3 = z. \quad (5.6)$$

При измерении азимута α :

$$h = \begin{cases} \alpha & \text{при } q_3 \leq 0, \\ 2\pi - \alpha & \text{при } q_3 > 0, \end{cases} \quad \alpha = \arccos \frac{q_1}{\sqrt{q_1^2 + q_3^2}}. \quad (5.7)$$

При измерениях дальности

$$h = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}. \quad (5.8)$$

При измерениях угла места β

$$h = \arcsin \frac{q_2}{R_d}. \quad (5.9)$$

При измерениях угла дрейфа θ

$$h = \arcsin \frac{q_2}{R_d}. \quad (5.10)$$

При измерениях угла подъема φ

$$h = \arccos \frac{q_3}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}}. \quad (5.11)$$

При измерении направляющих косинусов

$$h = \cos \theta = \frac{q_1}{R_d}, \quad (5.12)$$

$$h = \cos \varphi = \frac{q_3}{R_d}. \quad (5.13)$$

При измерении суммы и разности дальностей

$$h = R^1 \pm R^2, \quad (5.14)$$

где функции R^1 и R^2 вычисляются согласно (5.8) для пары измерительных пунктов.

При измерении скоростных параметров

$$h = \frac{\dot{q}_1 q_1 + \dot{q}_2 q_2 + \dot{q}_3 q_3}{R_d}, \quad (5.15)$$

$$h = \frac{R_d \dot{q}_1 - \dot{R}_d q_1}{R_d^2}, \quad (5.16)$$

$$h = \frac{R_d \dot{q}_3 - \dot{R}_d q_3}{R_d^2}. \quad (5.17)$$

К примеру, РЛС типа «Кама - А, Н» измеряют азимут α , угол места β и наклонную дальность R_d , а радиотехнические станции типа «Балхаш» и «Волна» — направляющие косинусы $\cos\theta$, $\cos\varphi$, сумму и разность дальностей $d^1 \pm d^2$.

Примем, что в качестве измерительной информации используются полученные на этапе первичной обработки значения координат и проекций вектора скорости.

5.2.4 Физические процессы, протекающие при движении ЛА в плотных слоях атмосферы, имеют весьма сложный характер. Если отвлечься от эффектов, связанных с уносом массы, изменением формы объекта, несимметричностью, перемещением в процессе движения центров масс и давления, то описать движение ЛА можно системой из 6 дифференциальных уравнений второго порядка [334], три из которых представляют движение центра масс ЛА, а три остальных — движение вокруг центра масс. Однако в составе внешнетраекторных измерений, как правило, измерения ориентации ЛА относительно центра масс отсутствуют [252]. Поэтому пространственное движение такого динамического объекта может быть описано в связанной подвижной системе координат, в силу ее равноправности с неподвижной, с добавлением переносной и кориолисовой сил инерции, если они будут иметь место.

При движении на ЛА будут действовать аэродинамические силы: лобового сопротивления P_ξ , подъемная P_η и дрейфа (бокового сноса) P_ζ , направленные вдоль линий скоростных осей, как показано на рисунке 5.2.

Проецируя эти силы на подвижные оси, получаем значение обобщенных сил с помощью таблицы 5.2

$$\begin{aligned} Q_x &= P_\xi \cos\alpha \cos\beta + P_\eta \sin\alpha + P_\zeta \cos\alpha \sin\beta; \\ Q_y &= P_\xi \cos\beta \sin\alpha + P_\eta \cos\alpha - P_\zeta \sin\alpha \cos\alpha; \\ Q_z &= P_\xi \sin\beta + P_\zeta \cos\beta. \end{aligned} \quad (5.18)$$

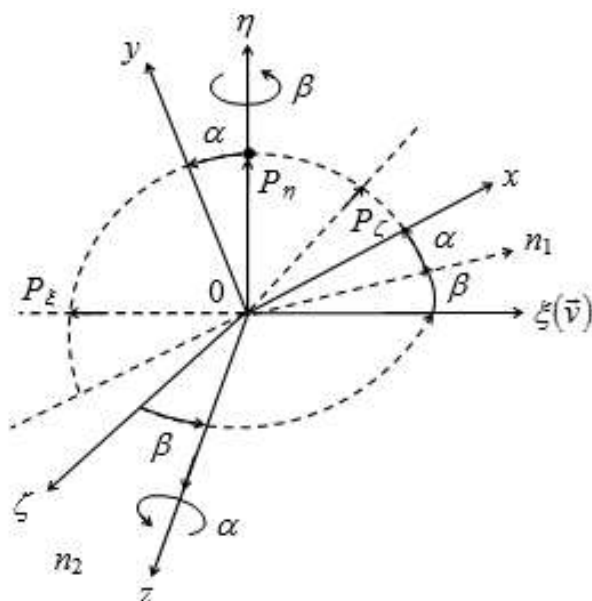


Рисунок 5.2 – Определение составляющих аэродинамических сил

Из соотношений (5.18) определим косинусы углов через проекции скорости $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ с учетом принятых обозначений

$$\cos \alpha = \frac{\dot{q}_1}{v_n}, \quad \cos \beta = \frac{v_n}{v}, \quad \sin \alpha = -\frac{\dot{q}_2}{v_n}, \quad \sin \beta = \frac{\dot{q}_3}{v}, \quad (5.19)$$

где $v = \sqrt{\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2}$ – планерная скорость; $v_n = \sqrt{\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2}$ – воздушная скорость.

Подстановка (5.19) в (5.18) дает следующие выражения для обобщенных сил (по x, y, z)

$$\begin{aligned} Q_x &= P_\xi \frac{\dot{q}_1}{v} - P_\eta \frac{\dot{q}_2}{v_n} - P_\zeta \frac{\dot{q}_1 \dot{q}_3}{v_n v}; \\ Q_y &= -P_\xi \frac{\dot{q}_2}{v} + P_\eta \frac{\dot{q}_1}{v_n} - P_\zeta \frac{\dot{q}_2 \dot{q}_3}{v_n v}; \\ Q_z &= -P_\xi \frac{\dot{q}_3}{v} + P_\zeta \frac{v_n}{v}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Силы лобового сопротивления, подъемную, дрейфа в практических расчетах находят теоретико-экспериментальными методами с использованием аэродинамических коэффициентов.

Согласно существующим методам:

- сила лобового сопротивления

$$P_{\xi} = \frac{1}{2} C_{\xi} S \rho v^2; \quad (5.21)$$

- подъемная сила

$$P_{\eta} = \frac{1}{2} C_{\eta} S \rho v^2; \quad (5.22)$$

- сила бокового скольжения (дрейфа)

$$P_{\zeta} = \frac{1}{2} C_{\zeta} S \rho v^2, \quad (5.23)$$

где $C_{\xi}, C_{\eta}, C_{\zeta}$ – коэффициенты лобового сопротивления, подъемной силы, силы дрейфа соответственно; S – площадь Миделя обтекаемой поверхности объекта; $\rho = \rho_0 e^{-H/b}$ – плотность воздуха, $\rho_0 = 1,25 \text{ кг/м}^3$; H – высота над уровнем моря.

Согласно теориям Н.Е. Жуковского и С.А. Чаплыгина, коэффициенты подъемной силы C_{η} и лобового сопротивления C_{ξ} зависят от угла атаки

$$C_{\xi} = 4\alpha^2 + c_{mp}, \quad C_{\eta} = 2\pi\alpha, \quad (5.24)$$

где c_{mp} – коэффициент трения. При обтекании объекта сверхзвуковым потоком лобовое сопротивление определяется формулой Прандтля-Глауэрта [90], а коэффициент подъемной силы формулой Аккерета.

С учетом (5.24), формул Прандтля-Глауэрта и Аккерета выражения для обобщенных сил (5.20) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{S}{2} \rho v^2 \left(C_{\xi} \frac{\dot{q}_1}{v} - C_{\eta} \frac{\dot{q}_2}{v_n} - C_{\zeta} \frac{\dot{q}_1}{v_n} \frac{\dot{q}_3}{v} \right); \\ Q_y &= \frac{S}{2} \rho v^2 \left(-C_{\xi} \frac{\dot{q}_2}{v} + C_{\eta} \frac{\dot{q}_1}{v_n} - C_{\zeta} \frac{\dot{q}_2}{v_n} \frac{\dot{q}_3}{v} \right); \\ Q_z &= \frac{S}{2} \rho v^2 \left(-C_{\xi} \frac{\dot{q}_3}{v} + C_{\zeta} \frac{v_n}{v} \right) - g, \end{aligned} \quad (5.25)$$

где g – ускорение свободного падения.

Так как кинетическая энергия для связанной подвижной системы координат может быть представлена выражением

$$T = \frac{1}{2} a (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2), \quad (5.26)$$

то, обозначив,

$$u_1 = \frac{SC_\xi}{m}, \quad u_2 = \frac{SC_\eta}{m}, \quad u_3 = \frac{SC_\zeta}{m}, \quad (5.27)$$

получим уравнения движения ЛА в плотных слоях атмосферы, которые описываются следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений (3.88), а именно:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= \frac{1}{2} \rho v^2 \left(u_1 \frac{\dot{q}_1}{v} - u_2 \frac{\dot{q}_2}{v_n} - u_3 \frac{\dot{q}_1 \dot{q}_3}{v_n v} \right) = Q_1; \\ \ddot{q}_2 &= \frac{1}{2} \rho v^2 \left(-u_1 \frac{\dot{q}_2}{v} + u_2 \frac{\dot{q}_1}{v_n} - u_3 \frac{\dot{q}_2 \dot{q}_3}{v_n v} \right) = Q_2; \\ \ddot{q}_3 &= \frac{1}{2} \rho v^2 \left(-u_1 \frac{\dot{q}_3}{v} + u_3 \frac{v_n}{v} \right) - g = Q_3. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Эти уравнения могут использоваться при расчете упрежденной точки встречи для наведения противоракет ИИУС или при проведении вычислительного эксперимента. Уравнения движения целесообразно получить в тех же обобщенных координатах, что и уравнения измерений. В этом случае исключаются дополнительные нелинейные преобразования шумов входящих в уравнения измерений.

Применение разработанных динамических математических моделей позволяет избежать трудностей, связанных с использованием нелинейных неортогональных координат, и построить эффективные алгоритмы оценки параметров движения ЛА.

5.2.5 Совместно с примером подраздела 3.6.3 рассмотрим еще один. Пусть время наблюдения $T=10,75$ с, выборки осуществлялись каждые $\Delta T=0,0125$ с. Координаты и плотность воздуха $x_0=22828,00$ м, $y_0=18059,31$ м, $z_0=-25881,03$ м, $\rho_0=1,25$ кг/м³; скорости $v_{x0}=-3171,45$ мс⁻¹, $v_{y0}=-2572,59$ мс⁻¹, $v_{z0}=3745,23$ мс⁻¹; измерительный шум характеризуется следующими значениями СКО $\sigma_1=150$ м, $\sigma_2=0,016$ рад, $\sigma_3=0,014$ рад. Опорная траектория сформирована следующим образом: начиная с $t=0$ с до момента времени $t=2$ с управляющие усилия $u_1=0,1 \cdot 10^{-4}$ м²кг⁻¹, $u_2=0,05 \cdot 10^{-4}$ м²кг⁻¹, $u_3=-1,5 \cdot 10^{-5}$ м²кг⁻¹; с $t=2$ с до $t=10,75$ с цель начинает осуществлять маневр, характеризуемый интенсивностью

$\sigma_m^2 = 98 \cdot 10^6 \text{ м}^2 \text{с}^{-4}$, что соответствует управляющим усилиям $u_1 = -1,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{кг}^{-1}$, $u_2 = -1,15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{кг}^{-1}$, $u_3 = -2,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \text{кг}^{-1}$.

Результаты математического моделирования представлены на рисунках 5.3 – 5.5 для алгоритма оценки параметров управляемого движения (АОУД) (синтезированного с использованием (3.92)), алгоритма оценки параметров возмущенного движения (АОВД) (синтезированного с использованием (3.91) и (2.204) при $A=0$), составляющих последовательный алгоритм оперативной оценки параметров движения ЛА (сокр. последовательный алгоритм или ПА; см. рисунок 5.6). Математическое моделирование показало, что СКО оценок в среднем для 20 прогонов с различными реализациями ошибок измерений составило:

- для АОУД 81,77 м, а по направляющим косинусам 0,0113 и 0,0145;
- для алгоритма АОВД 91,77 м, а по направляющим косинусам 0,0120 и 0,0150;
- для последовательного алгоритма 73,5 м, а по направляющим косинусам 0,0098 и 0,0140;
- для фильтра Калмана 96,74 м, 0,0132 и 0,0153;
- для нечетко-логического фильтра 97,01 м, 0,0137 и 0,0155.

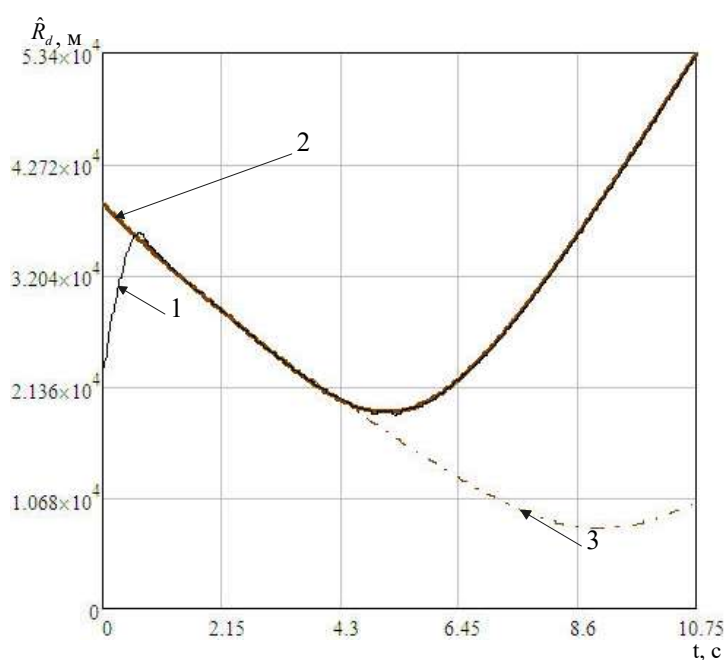


Рисунок 5.3 – Оценки наклонной дальности последовательного алгоритма

На рисунке 5.3 обозначено: кривая 1 – оценка последовательного алгоритма; кривая 2 – действительная наклонная дальность; кривая 3 – наклонная дальность в случае отсутствия маневра.

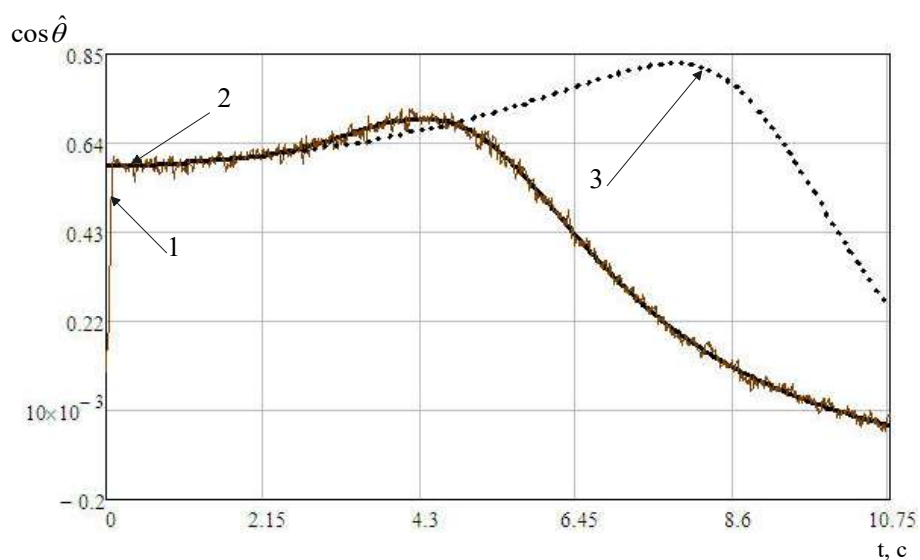


Рисунок 5.4 – Оценки $\cos\theta$ последовательного алгоритма

На рисунке 5.4 обозначено: кривая 1 – оценка последовательного алгоритма; кривая 2 – действительный $\cos\theta$; кривая 3 – направляющий косинус в случае отсутствия маневра.

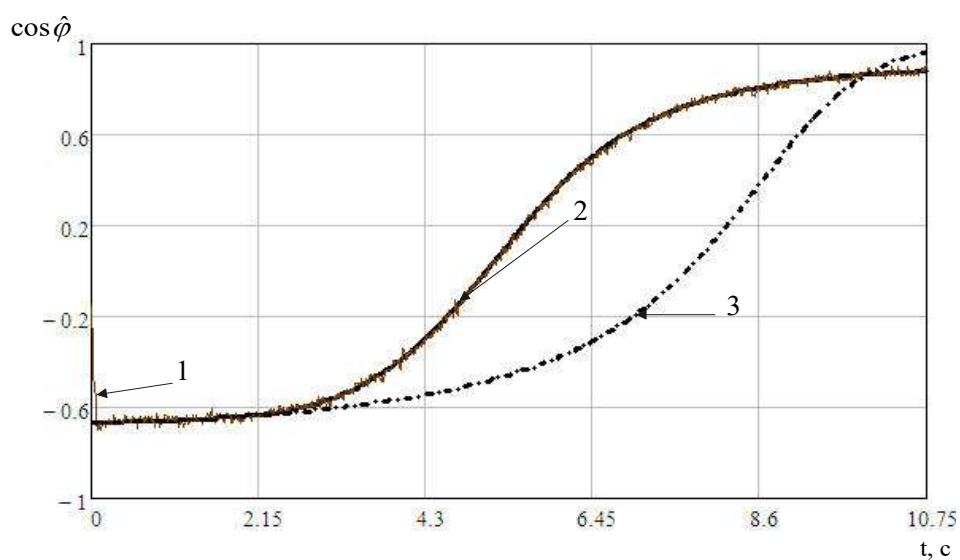


Рисунок 5.5 – Оценки $\cos\varphi$ последовательного алгоритма

На рисунке 5.5 обозначено: кривая 1 – оценка последовательного алгоритма; кривая 2 – действительный $\cos\varphi$; кривая 3 – направляющий косинус в случае отсутствия маневра.

Предлагаемая схема обработки радиолокационной информации, соответствующая изложенному, приведена на рисунке 5.6.

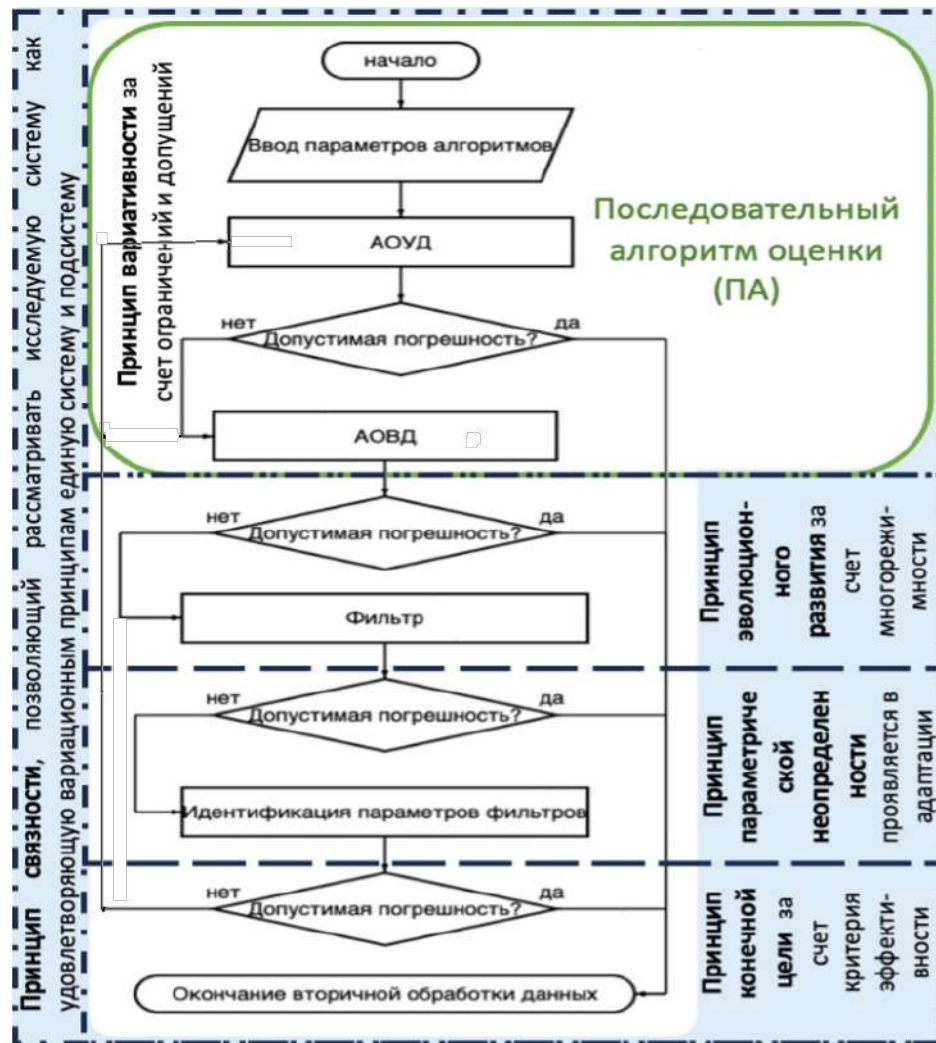


Рисунок 5.6 – Схема обработки радиолокационной информации и принципы системного анализа

5.2.6 Полученные результаты статистического моделирования представлены в виде усредненных по 20 прогонам для каждого значения СКО шума измерений и траектории с различными значениями интенсивностей маневра, значений СКО оценок наклонной дальности и направляющих косинусов. Они сведены в таблицы 5.3 – 5.5.

Таблица 5.3 – СКО оценок наклонной дальности и направляющих косинусов

№, П\П	$\sigma_{R_d},$ м	σ_θ	σ_φ	$\sigma K_{\hat{R}_d},$ м	σK_θ	σK_φ	$\sigma_{\hat{R}_d},$ м	$\sigma_{\hat{\theta}}$	$\sigma_{\hat{\varphi}}$
1.	0	0	0	5,60	000075	0,00076	4,76	0,00035	0,00039
2.	15	0,003	0,003	12,09	0,00150	0,00153	9,71	0,00065	0,00068
3.	30	0,004	0,004	21,21	0,00251	0,00296	14,39	0,00100	0,00131
4.	50	0,006	0,006	33,54	0,00404	0,00500	21,49	0,00280	0,00304
5.	75	0,008	0,008	47,43	0,0072	0,00750	39,58	0,00510	0,00568
6.	100	0,010	0,010	57,45	0,00883	0,00943	48,64	0,0073	0,00742
7.	137	0,012	0,012	75,04	0,00109	0,00112	68,93	0,0081	0,00861
8.	150	0,014	0,014	92,74	0,00132	0,00135	73,50	0,0098	0,0109
9.	175	0,016	0,016	103,94	0,00150	0,00153	89,92	0,0133	0,0140
10.	200	0,018	0,018	113,14	0,00171	0,00173	102,24	0,0151	0,0159

Таблица 5.4 – СКО оценок наклонной дальности и направляющих косинусов

№, П\П	$\sigma_{R_d},$ м	σ_θ	σ_φ	$\sigma_{H/\hat{R}_d},$ м	$\sigma_{H/\theta}$	$\sigma_{H/\varphi}$	$\sigma_{1\hat{R}_d},$ м	$\sigma_{1\hat{\theta}}$	$\sigma_{1\hat{\varphi}}$
1.	0	0	0	7,84	0,0010	0,0011	5,50	0,0006	0,0009
2.	15	0,003	0,003	14,60	0,0019	0,0024	10,30	0,0010	0,0015
3.	30	0,004	0,004	23,41	0,0031	0,0032	19,59	0,0021	0,0023
4.	50	0,006	0,006	34,88	0,0044	0,0057	29,78	0,0035	0,0041
5.	75	0,008	0,008	49,23	0,0077	0,0078	42,25	0,0065	0,0067
6.	100	0,010	0,010	59,75	0,0095	0,0096	50,25	0,0076	0,0081
7.	137	0,012	0,012	78,10	0,0117	0,0117	71,53	0,0099	0,0104
8.	150	0,014	0,014	97,01	0,0137	0,0139	81,77	0,0113	0,0116
9.	175	0,016	0,016	104,33	0,0151	0,0155	88,09	0,0144	0,0145
10.	200	0,018	0,018	114,7	0,0172	0,0176	109,19	0,0167	0,0169

Таблица 5.5 – СКО оценок наклонной дальности и направляющих косинусов

№, П\П	$\sigma_{R_d},$ м	σ_θ	σ_φ	$\sigma_{2\hat{R}_d},$ м	$\sigma_{2\theta}$	$\sigma_{2\varphi}$
1.	0	0	0	4,77	0,0004	0,0007

№, п\п	$\sigma_{R_d},$ м	σ_θ	σ_φ	$\sigma_{2\hat{R}_d},$ м	$\sigma_{2\theta}$	$\sigma_{2\varphi}$
2.	15	0,003	0,003	9,76	0,0009	0,0013
3.	30	0,004	0,004	14,43	0,0015	0,0019
4.	50	0,006	0,006	23,51	0,0036	0,0039
5.	75	0,008	0,008	42,13	0,0070	0,0072
6.	100	0,010	0,010	50,30	0,0079	0,0085
7.	137	0,012	0,012	72,33	0,0102	0,0109
8.	150	0,014	0,014	91,77	0,0120	0,0124
9.	175	0,016	0,016	100,09	0,0149	0,0150
10.	200	0,018	0,018	112,97	0,0170	0,0172

Примечание: σ_{R_d} , σ_θ , σ_φ – соответственно СКО шума измерений наклонной дальности и направляющих косинусов – $\cos\theta$, $\cos\varphi$; $\sigma K_{\hat{R}_d}$, σK_θ , σK_φ – СКО потенциальных оценок ФК для дальности и направляющих косинусов; $\sigma_{\hat{R}_d}$, $\sigma_{\hat{\theta}}$, $\sigma_{\hat{\varphi}}$ – соответственно СКО оценок полученных на основе последовательного алгоритма для дальности и направляющих косинусов; $\sigma_{\text{НЛ}\hat{R}_d}$, $\sigma_{\text{НЛ}\theta}$, $\sigma_{\text{НЛ}\varphi}$ – соответственно СКО оценок для дальности и направляющих косинусов, полученных на основе нечетко-логического фильтра [486]; $\sigma_{1\hat{R}_d}$, $\sigma_{1\hat{\theta}}$, $\sigma_{1\hat{\varphi}}$ – соответственно СКО оценок для дальности и направляющих косинусов, полученных на основе алгоритма оценки параметров управляемого движения (АОУД), синтезированного с использованием (3.92); $\sigma_{2\hat{R}_d}$, $\sigma_{2\hat{\theta}}$, $\sigma_{2\hat{\varphi}}$ – соответственно СКО оценок для дальности и направляющих косинусов, полученных на основе алгоритма оценки параметров возмущенного движения (АОВД), синтезированного с использованием (3.91) и (2.204) при $A=0$ (поскольку как показано ранее работа на поверхности переключения не производится).

На рисунке 5.7 обозначено: кривая 1 – оценка последовательного алгоритма, построенного с использованием метода оценки параметров движения управляемого ЛА с построением опорной траектории; кривая 2 – оценка АОУД;

кривая 3 – оценка АОВД; кривая 4 – оценка ФК; кривая 5 – оценка нечетко-логического фильтра.

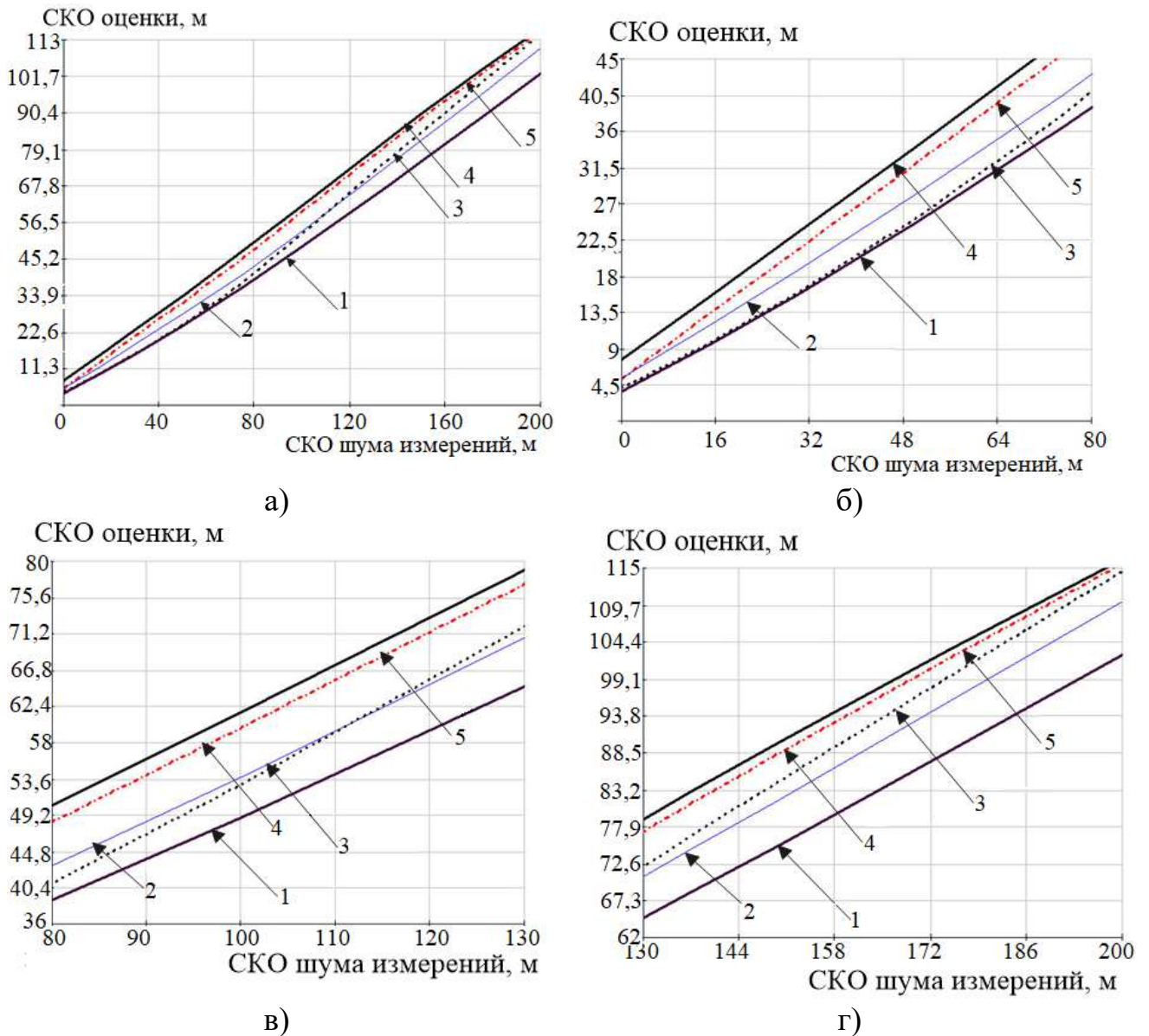


Рисунок 5.7 – Зависимость СКО оценки наклонной дальности от СКО шума измерений

Примем за эталон ФК. Тогда усредненный выигрыш в точности оценки параметров движения ЛА, полученный за счет применения последовательного алгоритма, АОУД, АОВД и нечетко-логического фильтра может быть представлен диаграммами на рисунке 5.8. На нем обозначено: столбец 1 – последовательный алгоритм; столбец 2 – АОУД; столбец 3 – АОВД; столбец 4 – нечетко-логический фильтр.

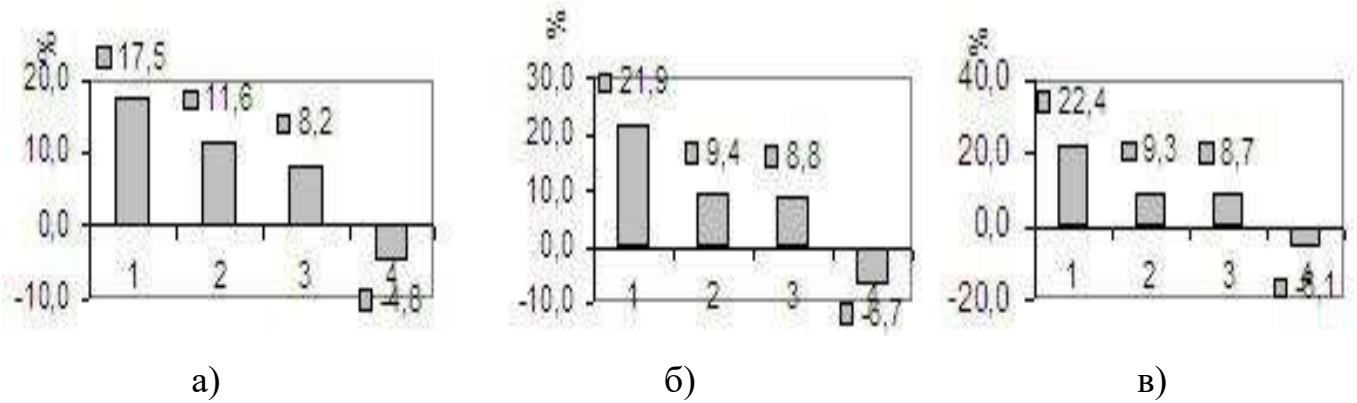


Рисунок 5.8 – Усредненный выигрыш в точности оценки параметров движения БПЛА в сравнении с ФК: а) R_d ; б) $\cos\theta$; в) $\cos\varphi$

Использование таблиц 5.3 – 5.5 позволяет рассчитать зависимость отношения СКО оценки–СКО шума измерений от СКО шума измерений. Полученные результаты представлены интерполированными кривыми на рисунке 5.9. На нем обозначено: кривая 1 – последовательный алгоритм; кривая 2 – АОУД; кривая 3 – АОВД; кривая 4 – ФК; кривая 5 – нечетко-логический фильтр.

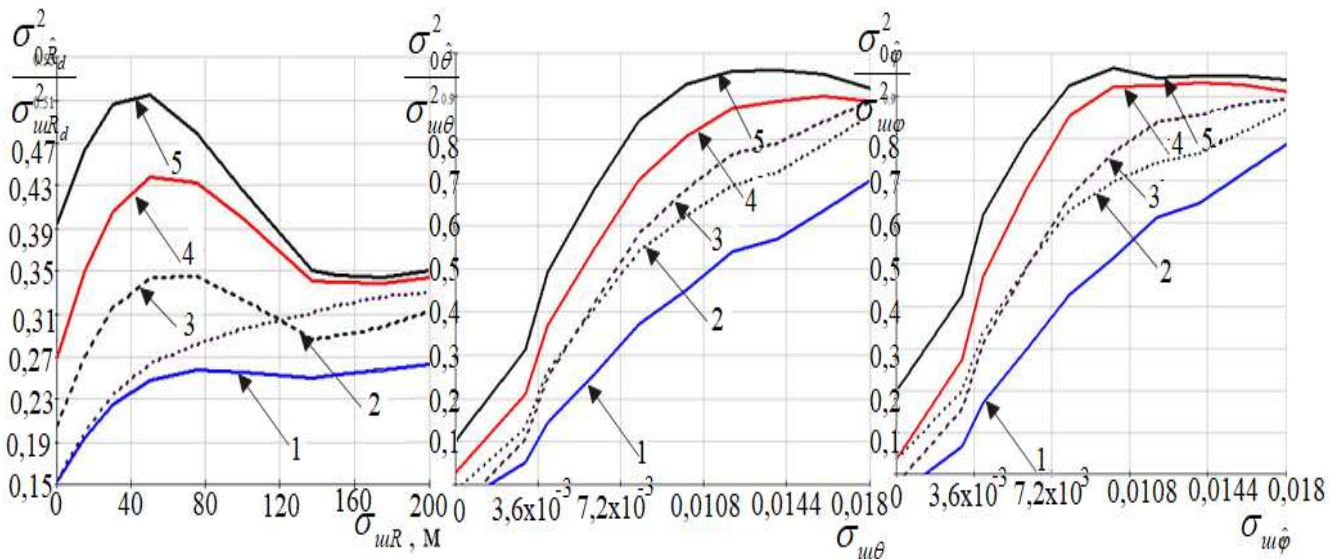


Рисунок 5.9 – Зависимость отношения СКО оценки–СКО шума измерений от СКО шума измерений: а) R_d ; б) $\cos\theta$; в) $\cos\varphi$

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

– при СКО шума измерений по дальности $\sigma_{uR_d} < 100$ м, по направляющим косинусам $\sigma_{u\varphi,\theta} < 0,004$ и интенсивности маневра $\sigma_m^2 \leq 10^6$ м²/с⁴ целесообразно

использовать АОВД, обеспечивающий $\sigma_{\hat{R}_d} < 50$ м, $\sigma_{\hat{\varphi}, \hat{\theta}} < 0,002$;

– при СКО шума измерений по дальности $100 \text{ м} \leq \sigma_{uR_d} \leq 137 \text{ м}$, по направляющим косинусам $0,004 \leq \sigma_{u\varphi, \theta} \leq 0,008$ и интенсивности маневра $\sigma_m^2 \leq 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^4$ целесообразно использовать АОУД, обеспечивающий $50 \text{ м} < \sigma_{\hat{R}_d} \leq 72 \text{ м}$, $0,002 \leq \sigma_{\hat{\varphi}, \hat{\theta}} \leq 0,007$;

– при СКО шума измерений по дальности $\sigma_{uR_d} > 140$ м, по направляющим косинусам $\sigma_{u\varphi, \theta} > 0,008$ и интенсивности маневра $\sigma_m^2 \leq 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^4$ целесообразно производить последовательную обработку измерительной информации с использованием АОУД и АОВД.

5.2.7 Оценку вычислительных затрат на реализацию разработанных алгоритмов проведем по количеству необходимых для реализации алгоритма в единицу времени арифметических операций. При оценке количества необходимых операций были сделаны следующие предположения: имеет место только один измерительный канал, расчет количества необходимых операций был сделан без учета возможности распараллеливания вычислительного процесса. Тогда за один такт необходимо выполнить следующее количество арифметических операций:

- для ФК – 2202;
- для нечетко – логического фильтра – 205;
- для АОУД – 249;
- для алгоритма АОВД – 255;
- для последовательного алгоритма – 504.

С учетом того, что в современных ИИУС интервал дискретизации может составлять – $5 \cdot 10^{-3}$ секунды, то время 1 такта алгоритмов составит $2 \cdot 10^{-4}$ с. За одну секунду для реализации разработанных алгоритмов необходимо выполнить следующее количество арифметических операций (рис. 5.10):

- для фильтра Калмана – $11000 \cdot 10^3$;
- для нечетко – логического фильтра – $1025 \cdot 10^3$;
- для АОУД – $1245 \cdot 10^3$;

- для алгоритма АОВД – $1275 \cdot 10^3$;
- для последовательного алгоритма $2520 \cdot 10^3$.

Результаты оценки вычислительной сложности представлены на рисунке 5.10, где обозначено: столбец 1 – последовательный алгоритм; столбец 2 – АОУД; столбец 3 – АОВД; столбец 4 – нечетко-логический фильтр; столбец 5 – ФК.

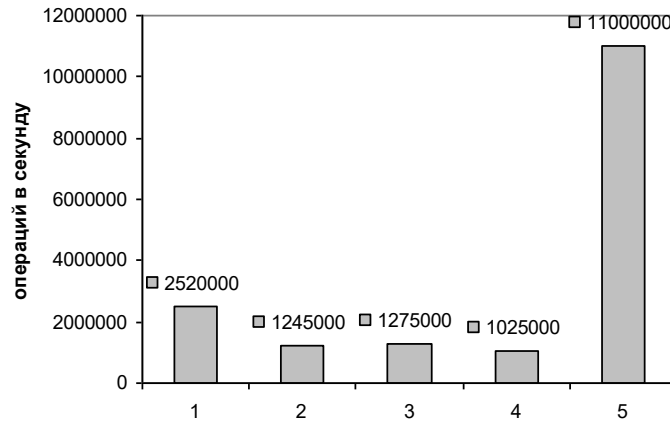


Рисунок 5.10 – Вычислительные затраты

Быстродействие современных вычислительных средств – миллиарды операций в секунду. Представленные результаты позволяют сделать вывод о возможности реализации АОУД, АОВД и последовательного алгоритма в реальном масштабе времени.

5.3 РАСЧЕТ ОБЩЕГО ПОКАЗАТЕЛЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАДИОЛОКАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА: СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА

В основу общего показателя эффективности положим величину предотвращенного ущерба $K(F(\mathbf{q}))$ [12] (см. раздел 1.4)

$$K(F(\mathbf{q})) = K_{об}^{-1} \left[\prod_{\ell=1}^L \left\{ 1 - K_{об}^{(\ell)} \prod_{i=1}^{C_{\ell}} (1 - p_{i\ell}(F(\mathbf{q}))) \right\} \right]^k, \quad (5.29)$$

где $K_{об}$ – важность обороняемого элемента объекта транспортной

инфраструктуры; $K_{oo}^{(\ell)}$ – ущерб, наносимый объекту ℓ - м ($\ell = \overline{1, L}$) боеприпасом БПЛА при отсутствии ИТИУРЭС; $p_{i\ell}$ – вероятность поражения ℓ - го боеприпаса БПЛА i - м поражающим средством ИТИУРЭС; L – число боеприпасов БПЛА; C_ℓ – число поражающих средств ИТИУРЭС, предназначенных для уничтожения ℓ - го боеприпаса БПЛА; k – число ударов противника по защищаемому объекту транспортной инфраструктуры (например, аэропорту, защита которого от БПЛА как объекта транспортной инфраструктуры необходима на основании ПП РФ № 1605 (ред. от 10.05.2026 г.) по информации ООО «БЕЗОПАСНОСТЬ»).

Увеличение значения предотвращенного ущерба K связано с повышением вероятности поражения цели

$$p_{i\ell}(F(\mathbf{q})) = p_\ell^{(1)} p_{i\ell}^{(2)}(F(\mathbf{q})), \quad (5.30)$$

где $p_\ell^{(1)}$ – вероятность определения координат ℓ - го боеприпаса БПЛА с заданной точностью; $p_{i\ell}^{(2)}$ – условная вероятность поражения ℓ - го боеприпаса БПЛА i - м поражающим средством ИТИУРЭС при определении координат БПЛА с заданной точностью. Значение условной вероятности $p_{i\ell}^{(2)}(F(\mathbf{q}))$ можно записать с использованием следующей формулы

$$p_{i\ell}^{(2)}(F(\mathbf{q})) = \left(1 + \frac{\sigma_\ell^2(F(\mathbf{q}))}{r_i^2} \right)^{-1}, \quad (5.31)$$

где σ_ℓ^2 – дисперсия определения положения точки прицеливания для уничтожения ℓ - го БПЛА; r_i – эффективный радиус поражения i - го средства поражения ИТИУРЭС (радиус сферы, в пределах которой i - е средство поражения (например, БПЛА типа «Елка», который впервые публично презентован, по-видимому, в марте 2026 г.) поражает цель с заданной вероятностью).

Вероятность поражения БПЛА при прочих равных условиях связана с дисперсией определения точки прицеливания для поражения средства воздушно-космического нападения. Составляющими этой дисперсии являются ошибки определения координат цели $\sigma_{1\ell}^2$ и ошибки наведения средств поражения ИТИУРЭС на цель $\sigma_{2\ell}^2$. Считая эти составляющие статистически независимыми,

можно записать, что

$$\sigma_{\ell}^2 = \sigma_{1\ell}^2(F(\mathbf{q})) + \sigma_{2\ell}^2. \quad (5.32)$$

Точность определения координат цели, в свою очередь, может быть представлена суммой следующих слагаемых

$$\sigma_{1\ell}^2(F(\mathbf{q})) = \sigma_{\ell R_d}^2(F(\mathbf{q})) + (\sigma_{\ell\theta}^2(F(\mathbf{q})) + \sigma_{\ell\varphi}^2(F(\mathbf{q})))R_d^2, \quad (5.33)$$

где R_d, φ, θ – расстояние до цели и углы подъема и дрейфа, определяющие положение цели в системе координат, связанной с РЛС; $\sigma_{\ell R_d}^2, \sigma_{\ell\theta}^2$ и $\sigma_{\ell\varphi}^2$ – дисперсии ошибок оценки соответствующих координат, которые определяются точностью данных измерения траектории и используемым алгоритмом оценки параметров движения ЛА. Поскольку в соответствии с (3.31) $\mathbf{q}^T = [R_d \ \varphi \ \theta]$, то $\sigma_{\ell R_d}^2 = \sigma_{\ell q_1}^2, \sigma_{\ell\theta}^2 = \sigma_{\ell q_2}^2, \sigma_{\ell\varphi}^2 = \sigma_{\ell q_3}^2$. Принимая во внимание (1.7) в соответствии с ГОСТ Р 8.736-2011 [487] получим:

$$\sigma_{\ell q_s}^2 = \frac{2}{n-1} \sum_{s=1}^n R_{\xi s} F(q_s), F(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \Delta^T \mathbf{R}_{\xi}^{-1} \Delta = \sum_{s=1}^n \frac{1}{2} R_{\xi s}^{-1} \Delta_s^2 = \sum_{s=1}^n F(q_s), s = \overline{1, n}, \quad (5.34)$$

т.е. обобщенный критерий эффективности (5.29) определяется введенным в первой главе критерием эффективности (1.11).

Расчет относительного выигрыша в эффективности ИТИУРЭС, который может быть получен за счет применения ПА, АОУД и АОВД, проведем в соответствии с критерием (5.29) для гипотетической ИИУС с зенитно-ракетным комплексом, обеспечивающим защиту аэродрома (или снабженным дронами-перехватчиками типа «Елка»). Пусть, к примеру, на расстоянии до цели в $R_d = 12000$ м ИУС обеспечивает следующие значения параметров: $p_{\ell}^{(1)} = 0,9$, $K_{оо} = 1$, $K_{оо}^{(\ell)} = 1$, $L = 2$, $C_{\ell} = 2$, $r = 100$ м. Поскольку вопросы, связанные с ошибками наведения средств поражения БПЛА на цель, не исследуются, то положим $\sigma_{2\ell}^2 = 0$. Воспользуемся данными для математического моделирования. Усредненные по 20 прогонам результаты расчетов представлены в виде графиков на рисунке 5.11. Относительный выигрыш в эффективности (относительное изменение величины предотвращенного ущерба) рассчитывался в соответствии со следующим выражением:

$$\Delta K_x = \frac{K_x - K_K}{K_K} 100\%, \quad (5.35)$$

где K_K – величина предотвращенного ущерба, рассчитанная для ФК; K_x – величина предотвращенного ущерба, рассчитанная для x -го сравниваемого алгоритма ($x=1...3$) (примечание: ΔK_1 – характеризует выигрыш в эффективности от применения ПА, ΔK_2 – характеризует выигрыш в эффективности от применения АОУД, ΔK_3 – характеризует выигрыш в эффективности от применения АОВД).

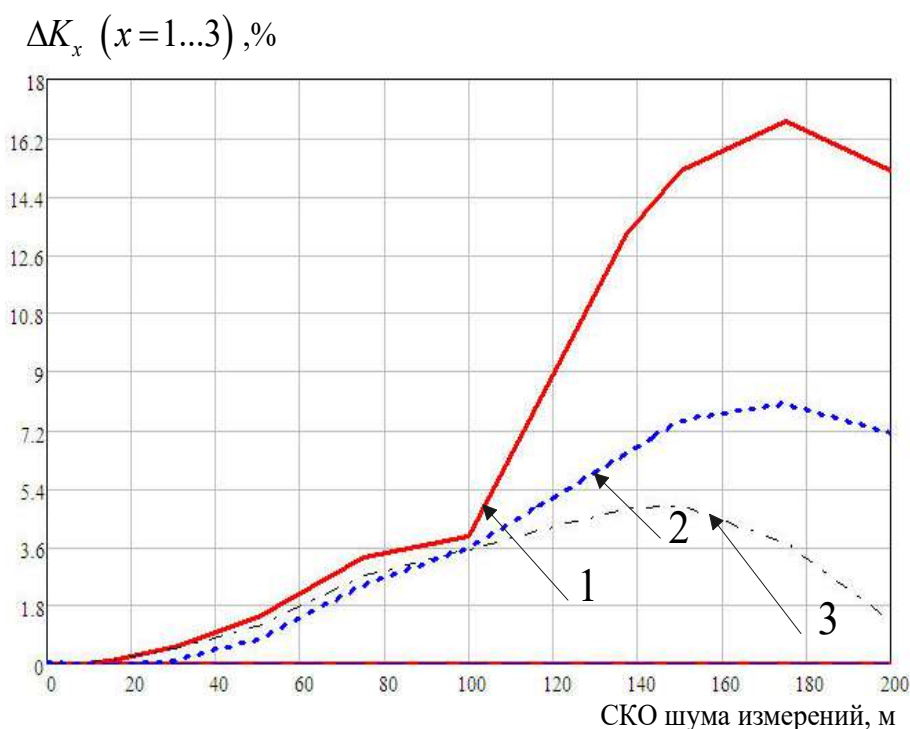


Рисунок 5.11 – Относительный выигрыш в эффективности ИТИУРЭС

На рисунке 5.11 обозначено: кривая 1 – ПА; кривая 2 – АОУД; кривая 3 – АОВД. Его анализ говорит о том, что с ростом СКО шума измерений новые алгоритмы оценки параметров движения ЛА обеспечивают рост величины предотвращенного ущерба ИТИУРЭС в сравнении с ИТИУРЭС, в основе которых лежит ФК. Наибольшее преимущество в величине предотвращенного ущерба обеспечивает последовательный алгоритм оперативной оценки параметров движения ЛА. Его применение в условиях возмущений в сравнении с ФК обеспечивает относительный выигрыш в эффективности ИТИУРЭС в среднем до 16,2%.

5.4 НАУЧНО ОБОСНОВАННЫЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ПОСТРОЕНИЮ ПРОГРАММНО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И УСТРОЙСТВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

Для синтеза ИТИУРЭС на основе поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач Лагранжа необходимо выполнить следующие действия:

1. Задать исходные данные (раздел 1.6):
 - 1.1 Множество PrC/C ;
 - 1.2 Множество известных прецедентов (правил) PV ;
 - 1.3 Возможные механизмы выбора рационального решения текущей PrC/C в виде системы правил;
 - 1.4 Модель измерительной системы;
 - 1.5 Модель системы обработки измерений и формирования ситуационного вектора;
 - 1.6 Показатели и критерии эффективности функционирования ИТИУРЭС;
2. Определить структуру динамической системы (раздел 3.5);
3. Определить параметры динамической системы и при необходимости одновременно уточнить ее состояние (как правило, апостериорно) (разделы 4.1 – 4.4);
4. Задать требования к оперативности решения задач оценки;
5. Оценить вычислительную мощность ЭВМ ИТИУРЭС;
6. Оценить состояние системы в соответствии с разделами 3.6 – 3.8 при требованиях к оперативности решения оптимизационных задач и/или в соответствии с разделами 3.10 – 3.11 при достаточных вычислительных ресурсах. Вывод о достаточности вычислительных ресурсов требуется сделать на основе сравнения требуемых вычислительных затрат для оценки состояния с

вычислительной мощностью ЭВМ ИТИУРЭС с учетом выполнения вспомогательных, сервисных операций и т.д.;

7. Сформировать управляющее воздействие (разделы 2.7, 2.8, 2.10);
8. Определить показатель эффективности ИТИУРЭС (в частности, показатель предотвращенного ущерба, раздел 5.4).

Соответствующий изложенному выше алгоритм приведен на рисунке 5.12.

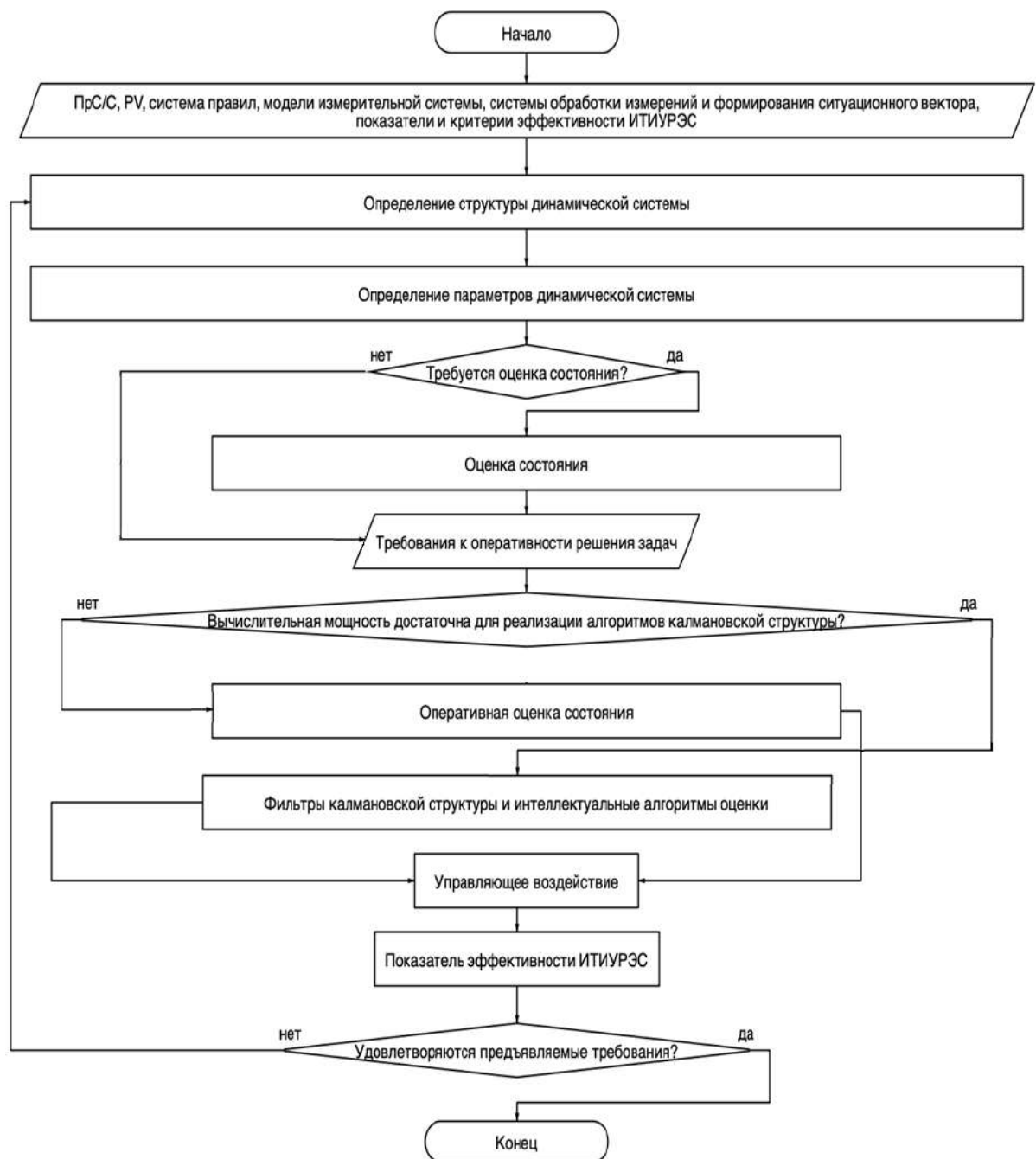


Рисунок 5.12 – Алгоритм синтеза ИТИУРЭС на основе поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач

Технические предложения по построению устройств управления, оценки и идентификации интеллектуальных информационно-управляющих систем состоят в их разработке на основе изложенных выше методов в соответствии с изложенными выше пунктами. В качестве основы предлагается выбирать известные из [86 – 88, 177 – 194] решения. Как показано в приложении А, это позволяет повысить эффективность ИТИУРЭС по показателям точности и быстродействия. Технические предложения по построению программно-алгоритмического обеспечения интеллектуальных информационно-управляющих систем аналогичны [127 – 174].

5.5 ВЫВОДЫ

5.5.1 Применение условия максимума функции обобщенной мощности и приемов построения синтезирующей функции позволило впервые получить последовательный алгоритм, АОУД, АОВД, которые реализуют уравнения оценки (3.94), (3.95).

5.5.2 Применение условия максимума функции обобщенной мощности позволяет синтезировать алгоритмы оценки параметров движения, структура которых не зависит от выбора системы координат.

5.5.3 Впервые разработан последовательный алгоритм оперативной оценки параметров движения ЛА. Его применение в сравнении с ФК обеспечивает уменьшение ошибок оценки параметров движения в среднем на 15 – 22%.

5.5.4 Синтезированные алгоритмы представлены в графической форме и как математическая нотация.

5.5.5 Проведенный сравнительный анализ впервые синтезированных алгоритмов позволил разработать следующие рекомендации по их применению:

– при СКО шума измерений по дальности $\sigma_{uRd} < 100$ м, по направляющим косинусам $\sigma_{u\varphi,\theta} < 0,004$ и интенсивности маневра $\sigma_m^2 \leq 10^6$ м²/с⁴ целесообразно

использовать АОВД, обеспечивающий $\sigma_{\hat{R}_d} < 50$ м, $\sigma_{\hat{\varphi}, \hat{\theta}} < 0,002$;

– при СКО шума измерений по дальности $100 \text{ м} \leq \sigma_{uR_d} \leq 137 \text{ м}$, по направляющим косинусам $0,004 \leq \sigma_{u\varphi, \theta} \leq 0,008$ и интенсивности маневра $\sigma_m^2 \leq 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^4$ целесообразно использовать АОУД, обеспечивающий $50 \text{ м} < \sigma_{\hat{R}_d} \leq 72 \text{ м}$, $0,002 \leq \sigma_{\hat{\varphi}, \hat{\theta}} \leq 0,007$;

– при СКО шума измерений по дальности $\sigma_{uR_d} > 140 \text{ м}$, по направляющим косинусам $\sigma_{u\varphi, \theta} > 0,008$ и интенсивности маневра $\sigma_m^2 \leq 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^4$ целесообразно производить последовательную обработку измерительной информации с использованием АОУД и АОВД.

5.5.6 Эмерджентность радиолокационного комплекса проявляется в снижении СКО оценок в условиях возмущений в сравнении с ФК и повышении точности оценивания за счет взаимодополнения новых алгоритмов оценки параметров движения ЛА.

5.5.7 Математическое моделирование показало, что разработанные методы обеспечивают повышение эффективности ИТИУРЭС в условиях нестационарных возмущений, а также могут стать основой разрешения сформулированной во введении и описанной в первой главе прагматической проблемы, поскольку они позволяют уменьшить величину предотвращенного ущерба (5.29) в сравнении с традиционным подходом, который базируется на использовании ФК.

5.5.8 Синтезированный последовательный алгоритм оперативной оценки параметров движения ЛА в условиях нестационарных возмущений позволяет повысить эффективность ИТИУРЭС в среднем до 16,4% в сравнении с ИТИУРЭС, в которых используется известный ФК. Эффективность понимается в смысле величины предотвращенного ущерба (5.29).

5.5.9 Относительное увеличение величины предотвращенного ущерба ΔK_1 в среднем превышает требуемое значение показателя эффективности (раздел 1.4) на 0,3%. Следовательно, цель исследования достигнута.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации решена научная проблема разработки методов синтеза ИТИУРЭС на множестве решений оптимизационных задач управления, оценки и идентификации в условиях нечеткости фазового пространства лагранжевых голономных систем на основе поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач Лагранжа.

В работе решены следующие частные научные проблемы исследования:

1. Разработка методов синтеза управлений динамическими системами, удовлетворяющими уравнениям Лагранжа второго рода (подразделы 2.8.2, 2.8.3, 2.10.2) или Аппеля (подраздел 2.8.5), с построением на их основе нечетких алгоритмов (раздел 2.11) (ЧНП 1);
2. Разработка методов синтеза алгоритмов оценки и фильтров в условиях нестационарных возмущений на основе построения динамических математических моделей (разделы 3.5, 3.6, 3.8, 3.10) и интеллектуализации (разделы 3.11, 3.12) для адаптации к наблюдаемой динамике (ЧНП 2);
3. Разработка методов (подраздел 4.1.2, разделы 4.2, 4.4) и алгоритмов (подразделы 4.1.3, 4.3.3, 4.4.3) структурно-параметрического синтеза и идентификации лагранжевых систем (ЧНП 3);
4. Выработка рекомендаций по применению методов и синтезированных на их основе алгоритмов оценки, идентификации, управления при разработке программно-алгоритмического обеспечения ИТИУРЭС (разделы 2.12, 2.13, 3.13, 3.14, 4.5, 4.6, 5.4) (ЧНП 4).

Декомпозиция ЧНП 1 привела к необходимости:

- а) получения исходных положений, обеспечивающих разработку методов синтеза управлений, что потребовало:
 - постановки задачи синтеза законов управления нелинейными системами в областях фазового пространства с нечеткими границами;

- постановки задачи с использованием принципа Даламбера-Лагранжа как основы структурного синтеза в областях фазового пространства с четкими границами;

- постановки двухточечной краевой задачи синтеза управления лагранжевой динамической системой;

- редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче;

- исследования первой асинхронной вариации расширенного целевого функционала;

- постановки и решения двухточечной краевой задачи синтеза управления аппелевой динамической системой;

б) разработки методов структурного синтеза управляемых лагранжевых динамических систем на основе исследования инвариантов на гиперповерхности переключения:

- метода фазовых траекторий как основы структурного синтеза квазиоптимальных систем;

- метода структурного синтеза квазиоптимальных систем на основе гипотезы о стационарности Гамильтониана на гиперповерхности переключения;

в) разработки методов синтеза управлений подвижными объектами в областях фазового пространства с четкими границами:

- метода синтеза ограниченных управлений лагранжевыми системами в условиях внешних неконтролируемых воздействий;

- метода синтеза параметрических управлений транспортных средств;

- метода синтеза терминальных управлений с использованием энергии ускорений Аппеля;

г) установления связи полученных результатов с известными оптимальными и квазиоптимальными решениями задач синтеза управлений, оценки эффективности результатов синтеза управлений;

д) синтеза управлений подвижными объектами в областях фазового пространства с четкими границами;

е) разработки метода квазиоптимального синтеза многорежимных систем синхронизации в условиях регулярных возмущений;

ж) синтеза нечетких управлений в базисе решений задач структурного синтеза с использованием условия максимума функции обобщенной мощности.

Декомпозиция ЧНП 2 привела к необходимости:

а) получения исходных положений, обеспечивающих синтез и интеллектуализацию алгоритмов оценки, что потребовало:

- постановки задачи синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров измерительных сигналов ИУС как стохастической задачи оценки;

- редукции стохастической задачи оценки к детерминированным задачам типа оптимального управления;

- построения динамических математических моделей для задач оценки параметров движения маневрирующих летательных аппаратов;

б) разработки методов:

- оценки параметров движения управляемого летательного аппарата с построением опорной траектории;

- синтеза алгоритмов оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем на основе условия максимума функции обобщенной мощности;

- структурной адаптации дискретных фильтров на основе динамических математических моделей;

- интеллектуализации измерительных процедур на базе использования адаптивных математических моделей и теории регуляризации;

в) анализа и синтеза адаптивных алгоритмов «грубой оценки» параметров измерительных сигналов;

г) применения нечеткой логики в задаче адаптации алгоритмов оценки параметров движения подвижных объектов.

Декомпозиция ЧНП 3 привела к необходимости:

а) постановки задачи структурно-параметрического синтеза;

б) разработки методов

- построения синтезирующей функции в задаче идентификации;
- многопараметрической идентификации конструктивных параметров на основе условия максимума функции обобщенной мощности;
- структурно-параметрического синтеза лагранжевых динамических систем;
- в) получения уравнений последовательной идентификации математических моделей динамических систем;
- г) идентификации параметров датчиков ИИУС;
- д) рассмотрения примеров динамической идентификации параметров математических моделей динамических систем;
- е) синтеза алгоритмов идентификации и анализа результатов их математического моделирования.

Декомпозиция ЧНП 4 потребовала системного анализа технических решений, на которые получены патенты, касающиеся устройств, обеспечивающих функционирование подсистемы измерения, нечеткой подсистемы управления и настройки управления, а также подсистем оценки, структурной адаптации фильтров и идентификации ИТИУРЭС, что формализовано рисунком 1.5.

В работе получены следующие новые научные результаты:

- а) впервые предложены постановки задач синтеза для ИТИУРЭС (разделы 1.6, 2.1, 3.1, 3.2, подразделы 2.3.1, 2.5.1, 2.5.2, 2.6.1, 2.6.2, 4.4.1), отличающиеся от известных процедурой редукции к изопериметрическим задачам на основе использования уравнения Даламбера-Лагранжа, энергии ускорений Аппеля или интеграла действия для построения расширенного целевого функционала, что позволяет решать задачи управления, оценки и идентификации нелинейных динамических систем;
- б) впервые получены условие для асинхронной вариации (подраздел 2.3.2) и вытекающие из него краевые задачи синтеза управлений (подразделы 2.6.2, 2.5.3), которые отличаются от известных ограничениями для динамических систем, удовлетворяющих принципам Гаусса и Гамильтона-Остроградского, что позволяет установить множество решений экстремальных задач;

в) новые методы построения поверхности переключения как синтезирующей функции, которые отличаются от известных за счет использования фазовых траекторий и гипотезы о стационарности Гамильтониана для решения задач управления (подразделы 2.7.3, 2.7.4), оценки (подраздел 3.5.2) и идентификации (подраздел 4.2.3);

г) новые методы синтеза управлений, которые отличаются от известных способами построения обратных связей для лагранжевых и аппелевых динамических систем (подразделы 2.8.2, 2.8.3, 2.8.5, 2.10.2);

д) новые методы синтеза алгоритмов оценки в непрерывном и дискретном времени, которые отличаются от известных способами построения обратных связей в замкнутой форме за счет поэтапной оптимизации и построения динамических математических моделей с использованием стесняющих краевую задачу условий, что позволяет получать оценки параметров измерительных процессов при ограничениях на вычислительные затраты (разделы 3.6, 3.8);

е) новый метод структурной адаптации дискретных фильтров на основе динамических математических моделей (раздел 3.10), который отличается от известных способом построения обратных связей в замкнутой форме за счет поэтапной оптимизации с редукцией экстремальных задач лагранжевых систем, что позволяет получать оценки параметров измерительных процессов в условиях регулярных возмущений;

ж) новые методы идентификации параметров и структурно-параметрической идентификации лагранжевых динамических систем (подраздел 4.1.2, разделы 4.2, 4.4), которые отличаются от известных способами построения обратных связей в замкнутой форме за счет гипотезы о лагранжевой динамике параметров, что приводит к декомпозиции системы идентификации на подсистемы оценки состояния и оценки параметров;

з) новый метод интеллектуализации измерительных процедур, отличающийся от известных за счет использования адаптивных математических моделей и теории регуляризации в совокупности с процедурой целенаправленного выбора наиболее близкой к истинному значению оценки измеряемого параметра (раздел 3.11);

и) новые алгоритмы синхронизации, управления, оценки параметров процессов и динамических систем, отличающиеся от известных структурой за счет использования вариационных принципов при построении обратных связей для формирования базы правил ИТИУРЭС (разделы 2.9, 2.11, 3.12, подразделы 2.8.1, 2.8.2, 2.8.4, 2.10.1, 3.6.2, 3.7.2, 3.7.3, 3.8.2, 3.9.2, 4.1.3, 4.2.4, 4.3.3);

к) научно обоснованные рекомендации и технические предложения по построению программно-алгоритмического обеспечения и устройств ИТИУРЭС, на основе которых разработаны оригинальные структуры специализированных вычислителей, позволяющие реализовать интеллектуальную обработку данных в реальном масштабе времени (разделы 2.12, 2.13, 3.13, 3.14, 4.5, 4.6, 5.4).

Результаты исследования соответствуют паспорту специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика по пунктам:

1. Теоретические основы (подразделы 2.3.2, 2.5.3, 2.6.2, 2.7.3, 2.7.4, 3.5.2, 4.2.3) и методы системного анализа, оптимизации, управления (подразделы 2.8.2, 2.8.3, 2.8.5, 2.10.2), принятия решений, обработки информации (разделы 3.6, 3.8, 3.10) и искусственного интеллекта (раздел 3.11);

2. Формализация и постановка задач системного анализа (раздел 1.6), оптимизации, управления (подразделы 2.3.1, 2.5.1, 2.5.2, 2.6.1, 2.6.2), принятия решений, обработки информации (разделы 3.1, 3.2, 3.6, 3.8, подраздел 4.4.1) и искусственного интеллекта (раздел 2.1);

4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления (раздел 2.9, подразделы 2.8.1, 2.8.2, 2.8.4, 2.10.1), принятия решений, обработки информации (подразделы 2.8.1, 2.8.2, 2.8.4, 3.6.2, 3.7.2, 3.7.3, 3.8.2, 3.9.2, 4.1.3, 4.2.4, 4.3.3) и искусственного интеллекта (разделы 2.11, 3.12);

7. Методы (подраздел 4.1.2, разделы 4.2, 4.4) и алгоритмы (подразделы 4.1.3, 4.2.4, 4.3.3) структурно-параметрического синтеза и идентификации сложных систем.

При решении задач управления, идентификации и оценки использовались частные критерии эффективности. Математическое моделирование и анализ его

результатов подтвердили повышение соответствующих показателей эффективности, что позволило предложить рекомендации по применению полученных результатов и научно обоснованные технические решения, защищенные патентами [86 – 88, 177 – 194]. В соответствии с методологией системного проектирования величина предотвращенного ущерба ИТИУРЭС была выбрана как общий критерий эффективности разработанных методов. Расчеты показали, что разработанные методы обеспечивают повышение эффективности ИТИУРЭС, а также могут стать основой разрешения сформулированной во введении прагматической проблемы, поскольку они обеспечивают снижение величины предотвращенного ущерба. Конструктивность полученных результатов подтверждена с использованием разработанных макетов СИ (*МИМО*-радар), экспериментальных образцов ИУС (полетные контроллеры [5] «Заря») и подвижных объектов (транспорта): квадрокоптеров, макетов сигвея, что отражено в НИОКР *FZNE-2022-0006* (положительное заключение РАН №2522025/225020608719-0), а также РЛС обзора типа «Акса́й-М».

Таким образом, в диссертации решена научная проблема, имеющая важное значение для развития транспортных и машиностроительных технологий, в частности, для авиационного, а также автомобильного, железнодорожного, морского транспорта и приборостроения. Ее решение позволяет увеличить частные показатели эффективности в сравнении с известными техническими решениями. Это приводит к росту величины предотвращенного ущерба, что способствует сохранению здоровья и жизни людей, развитию народного хозяйства и обеспечению обороноспособности страны на основе выработки новых научно обоснованных рекомендаций и технических предложений по построению программно-алгоритмического обеспечения и устройств ИТИУРЭС.

Цель исследования достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Полубояринов, П. С. Моделирование боевой живучести беспилотных летательных аппаратов при противодействии оружию на основе систем направленной энергии : монография / П. С. Полубояринов, С. В. Лазаренко, И. Н. Котлов. – Краснодар : ФГКВО УВО «Краснодарское высшее военное авиационное училище летчиков имени Героя Советского Союза А. К. Серова» Министерства обороны Российской Федерации, 2020. – 154 с. – Текст : непосредственный.
2. Полубояринов, П. С. Обоснование предложений технических обликов летательных аппаратов для противодействия системам направленной энергии : монография / П. С. Полубояринов, С. В. Лазаренко, Л. Г. Козак [и др.]. – Краснодар : ФГКВО УВО «Краснодарское высшее военное авиационное училище летчиков имени Героя Советского Союза А. К. Серова» Министерства обороны Российской Федерации, 2019. – 129 с. – Текст : непосредственный.
3. Метод механико-математического синтеза при построении оптимального управления механическими системами / С. В. Лазаренко, А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов [и др.] // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 6. – URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=7733>. – Дата публикации: 12.12.2012.
4. Ляшенко, З. В. Методы синтеза многорежимных алгоритмов управления и обработки информации на основе условия максимума обобщенной мощности : специальность 2.3.1 «Системный анализ, управление и обработка информации» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Ляшенко Зоя Владимировна. – Ростов-на-Дону, 2022. – 204 с. – Текст : непосредственный.
5. Синтез измерительной процедуры оценки ориентации малого беспилотного летательного аппарата в условиях изменения статуса результатов измерений / С. В. Лазаренко, А. А. Костоглотов, В. О. Зехцер [и др.] //

Измерительная техника. – 2023. – № 12. – С. 4–11.

6. Алгоритм стабилизации привязного дрона в пространстве / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2024. – Т. 22, № 1. – С. 44–52.

7. Костоготов, А. А. Метод синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров динамических систем на основе принципа декомпозиции и методологии объединенного принципа максимума / А. А. Костоготов, А. С. Пеньков, С. В. Лазаренко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2020. – Т. 208, № 4. – С. 22–28.

8. Пеньков, А. С. Методы синтеза адаптивных моделей и алгоритмов оценки параметров движения подвижных объектов в информационных системах комплексов управления железнодорожными переездами : специальность 2.3.1 «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Пеньков Антон Сергеевич. – Ростов-на-Дону, 2023. – 187 с. – Текст : непосредственный.

9. Костоготов, А. А. Объединенный принцип максимума в задачах оценки параметров движения маневрирующего летательного аппарата / А. А. Костоготов, А. И. Костоготов, С. В. Лазаренко // Радиотехника и электроника. – 2009. – Т. 54, № 4. – С. 450–457.

10. Костоготов, А. А. Синтез адаптивных систем сопровождения на основе гипотезы о стационарности Гамильтониана гиперповерхности переключения / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко // Радиотехника и электроника. – 2017. – Т. 62, № 2. – С. 121–125.

11. Костоготов, А. А. Синтез модели процесса с нестационарными возмущениями на основе максимума функции обобщенной мощности / А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко // Математическое моделирование. – 2016. – Т. 28, № 12. – С. 133–142.

12. Кузьмин, С. З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации / С. З. Кузьмин. – Москва : Радио и связь, 1986. – 352 с. – Текст : непосредственный.

13. Метод оценивания частотно-математических параметров сигналов в системе одновременно и независимо функционирующих генераторов / Д. Д. Габриэлян, С. В. Лазаренко, Б. Х. Кульбикоян [и др.] // Журнал радиоэлектроники : электронный журнал. – 2020. – № 12. – URL: <https://pj.ph.ras.ru/article/view5617/3143>. – Дата публикации: 01.12.2020.

14. Костоглолов, А. А. Метод квазиоптимального синтеза многорежимных систем синхронизации в условиях регулярных возмущений на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглолов, А. А. Агапов, С. В. Лазаренко // Инженерный вестник Дона : электронный журнал. – 2019. – Т. 57, № 6. – URL: <https://ivdon.ru/ru/magazine/archive/N6y2019/6040>. – Дата публикации: 26.09.2019.

15. Костоглолов, А. А. Синтез систем фазовой автоподстройки частоты в условиях возмущений на основе модели объединенного принципа максимума и дискретного метода инвариантного погружения / А. А. Костоглолов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев // Инженерный вестник Дона : электронный журнал. – 2020. – Т. 72, № 12. – URL: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6710>. – Дата публикации: 25.11.2020.

16. Худяков, Г. И. Транспортные информационно-управляющие радиоэлектронные системы : учебное пособие / Г. И. Худяков. – Санкт-Петербург : Северо-Западный государственный заочный технический университет, 2003. – 184 с. – Текст : непосредственный.

17. Шахрай, Е. А. Многорежимные системы управления и особенности аппаратного и программного инструментария для их реализации / Е. А. Шахрай, Е. В. Лубенцова, В. Ф. Лубенцов // Современные наукоемкие технологии. – 2021. – № 3. – С. 112–118.

18. ГОСТ Р 8.673 – 2009. Датчики интеллектуальные и системы измерительные интеллектуальные. – Введ. 2009–12–15. – Москва : Стандартинформ, 2019. – 7 с.

19. Метод синтеза алгоритмов динамической оценки возмущенных измерительных процессов с использованием объединенного принципа максимума /

А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, Д. С. Андрашитов [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2018. – Т. 16, № 10. – С. 30–35.

20. Планирование маршрутов полета БПЛА в задачах группового патрулирования протяженных территорий / А. Б. Филимонов, Н. Б. Филимонов, Т. К. Нгуен [и др.] // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Т. 24, № 7. – С. 374–381.

21. ОДМ 218.9.017–2019. Методические рекомендации по производству аэрофототопографических работ с использованием беспилотных летательных аппаратов при изысканиях в целях строительства и реконструкции автомобильных дорог. – Введ. 2019–07–29. – Москва : Росавтодор, 2019. – 73 с.

22. Мёрфи, К. Выбор оптимального акселерометра для конкретного приложения. Часть 1 / Крис Мёрфи ; перевод М. Русских // Компоненты и технологии. – 2018. – № 1. – С. 6–12.

23. Синтез квазиоптимального многорежимного закона управления на основе условия максимума функции обобщенной мощности и принципа освобождаемости / С. В. Лазаренко, А. А. Костоглотов, А. А. Агапов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2020. – Т. 208, № 4. – С. 29–35.

24. Андрашитов, Д. С. Метод синтеза интеллектуальных управлений на основе анализа поведения динамических мер на гиперповерхности переключения в областях фазового пространства с нечеткими границами / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. – 2020. – Т. 22, № 1. – С. 46–54.

25. Принципы построения прецизионной системы ориентации и стабилизации космического телескопа / А. В. Фатеев, Ю. В. Вилков, В. Е. Чеботарев [и др.] // Космические аппараты и технологии. – 2023. – Т. 7, № 4. – С. 288–295.

26. Чумаков, Д. А. Повышение виброзащитных свойств пневматической подвески автотранспортных средств комбинированными защитными устройствами разных типов : специальность 2.5.11 «Наземные транспортно-технологические средства и комплексы» : диссертация на соискание ученой степени кандидата

технических наук / Чумаков Дмитрий Александрович. – Волгоград, 2022. – 158 с. – Текст : непосредственный.

27. Синтез оптимального регулятора на основе использования физических принципов / А. А. Костоготов, А. И. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Нелинейный мир. – 2012. – № 11. – С. 819–826.

28. Лазаренко, С. В. Синтез интеллектуального закона управления электровозом на основе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче / С. В. Лазаренко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2024. – Т. 95, № 3. – С. 119–129.

29. Агапов, А. С. Синтез интеллектуальных алгоритмов управления транспортными системами с использованием квазиоптимальных законов и нечеткого логического вывода : специальность 2.9.8 «Интеллектуальные транспортные системы» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Агапов Александр Сергеевич. – Ростов–на–Дону, 2023. – 149 с. – Текст : непосредственный.

30. Исаев, М. А. Метод вычисления параметров линейного движения беспилотного летательного аппарата в условиях отсутствия сигналов спутниковых радионавигационных систем на этапе посадки / М. А. Исаев, А. М. Исаев, Г. И. Линец // Системы управления, связи и безопасности. – 2022. – № 3. – С. 67–89.

31. Гусев, П. Ю. Методология управления многофункциональными интеллектуальными системами с использованием условно-реальных данных на основе оптимизационного моделирования : специальность 2.3.1 «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Гусев Павел Юрьевич. – Воронеж, 2025. – 295 с. – Текст : непосредственный.

32. Елисеев, А. В. Метод адаптивной настройки фильтра Калмана в задаче слежения за динамическим объектом с неизвестным ускорением / А. В. Елисеев, Н. Ю. Музыченко // Радиотехника. – 2014. – № 8. – С. 39–44.

33. Синтез алгоритмов компенсации систематических погрешностей на

основе построения полиномиальных математических моделей радиолокационных измерений / С. В. Лазаренко, А. А. Костоглолов, И. В. Калиенко [и др.] // Измерительная техника. – 2022. – № 2. – С. 59–64.

34. Синтез дискретных алгоритмов оценки параметров возмущенных измерительных процессов на основе максимума обобщенной мощности / А. А. Костоглолов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев [и др.] // Информатизация и связь. – 2018. – № 6. – С. 19–25.

35. Динамическая фильтрация методом объединенного принципа максимума / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоглолов, С. В. Лазаренко [и др.] // Информация и космос. – 2018. – № 3. – С. 70–74.

36. Метод оптимальной фильтрации на основе анализа поведения инвариантов на характеристических траекториях в фазовом пространстве / А. А. Костоглолов, С. В. Лазаренко, И. В. Дерябкин [и др.] // Инженерный вестник Дона : электронный журнал. – 2016. – Т. 43, № 4. – URL: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2016/3786>. – Дата публикации: 01.04.2016.

37. Костоглолов, А. А. Метод синтеза терминальных управлений с использованием энергии ускорений Апделя в задачах информационно-алгоритмического обеспечения робототехнических комплексов / А. А. Костоглолов, С. В. Лазаренко // Информатизация и связь. – 2018. – № 6. – С. 26–32.

38. Мансимов, К. Б. К необходимым условиям оптимальности особых управлений в стохастических системах Гурса–Дарбу / К. Б. Мансимов, Р. О. Масталиев // Автоматика и телемеханика. – 2022. – № 4. – С. 47–61.

39. Структурный синтез терминальных управлений с использованием энергии ускорений / А. А. Костоглолов, С. В. Лазаренко, А. А. Кузнецов [и др.] // Вестник Донского государственного технического университета. – 2015. – Т. 15, № 4. – С. 94–100.

40. Синтез алгоритма автономного управления математическим маятником на основе объединенного принципа максимума / С. В. Лазаренко, А. А. Костоглолов, А. А. Кузнецов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский

регион. Технические науки. – 2010. – Т. 155, № 3. – С. 9–14.

41. Синтез оптимального управления на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2010. – Т. 154, № 2. – С. 31–37.

42. Универсальный метод синтеза оптимальных управлений нелинейными лагранжевыми динамическими системами / С. В. Лазаренко, Д. С. Андрашитов, А. А. Костоглотов [и др.] // Инженерный Вестник Дона : электронный журнал. – 2014. – Т. 28, № 1. – URL: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6710>. – Дата публикации: 10.01.2014.

43. Синтез интеллектуальных управлений лагранжевыми системами на основе объединенного принципа максимума / А. А. Кузнецов, А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко [и др.] // Воронежский научно-технический Вестник. – 2018. – Т. 25, № 3. – С. 55–60.

44. Андрашитов, Д. С. Регуляризованный алгоритм многопараметрической вариационной идентификации динамических систем / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко // Сервис в России и за рубежом. – 2011. – № 8(27). – С. 25–36.

45. Модифицированный метод инвариантного погружения при синтезе измерительных процедур оценки параметров движения маневрирующей цели / А. А. Костоглотов, А. С. Корнев, И. В. Пугачев [и др.] // Измерительная техника. – 2023. – № 2. – С. 47–54.

46. Метод интеллектуализации измерительных процедур на базе использования адаптивных моделей динамических процессов объединенного принципа максимума и теории регуляризации / С. В. Лазаренко, А. А. Костоглотов, А. А. Агапов [и др.] // Инженерный Вестник Дона : электронный журнал. – 2019. – Т. 56, № 5. – URL: https://ivdon.ru/back_media/uploads/article/pdf/IVD_73_Kostoglotov__6y2019_N.pdf_932907c42e.pdf. – Дата публикации: 10.04.2019.

47. The synthesis of algorithms for parameters estimation of adaptive systems /

S. V. Lazarenko, I. V. Pugachev, A. A. Kostoglotov [et al.] // 2017 International Conference on Mechanical, System and Control Engineering (ICMSC). – St. Petersburg, 2017. – Pp. 267–271.

48. Идентификация параметров МЭМС датчиков на базе вариационных принципов в задачах мониторинга железнодорожной инфраструктуры / А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, А. П. Кузин [и др.] // Информатизация и связь. – 2017. – № 4. – С. 50–55.

49. Метод структурно-параметрической идентификации Лагранжевых динамических систем в задачах обработки измерительной информации / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко [и др.] // Измерительная техника. – 2014. – № 2. – С. 32–36.

50. Метод синтеза алгоритмов оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем и средств измерений на основе объединенного принципа максимума / С. В. Лазаренко, А. А. Костоглотов, Д. С. Андрашитов [и др.] // Измерительная техника. – 2019. – № 6. – С. 20–24.

51. ГОСТ 22315 – 77. Средства агрегатные информационно-измерительных систем. Общие положения. – Введ. 1978–01–01. – Москва : Издательство стандартов, 1977. – 8 с.

52. Моисеев, Н. Н. Математические задачи системного анализа / Н. Н. Моисеев. – Москва : Наука, 1981. – 488 с. – Текст : непосредственный.

53. Новоселов, В. С. Вариационные методы в механике / В. С. Новоселов. – Ленинград [Санкт-Петербург] : Издательство Ленинградского университета, 1966. – 66, [5] с. – Текст : непосредственный.

54. Пугачев, И. В. Повышение точности радиолокационных систем транспорта в условиях возмущений измерительных процессов на основе модификации инвариантного погружения: специальность 2.3.1 «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Пугачев Игорь Владимирович. – Ростов-на-Дону, 2024. – 165 с. – Текст : непосредственный.

55. Бескровный, И. М. Системный анализ и информационные технологии

в организациях : учебное пособие / И. М. Бескровный. – Москва : РУДН, 2012. – 392 с. – Текст : непосредственный.

56. Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – Москва : ГИФМЛ, 1961. – 824 с. – Текст : непосредственный.

57. Костоглолов, А. А. Метод квазиоптимального синтеза законов управления на основе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче с использованием асинхронного варьирования / А. А. Костоглолов, С. В. Лазаренко // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2021. – № 6. – С. 3–12.

58. Оптимальное управление разгоном автомобиля / А. И. Костоглолов, А. А. Костоглолов, В. В. Дерюшев [и др.] // Наука – производству. – 2004. – Т. 2. – С. 40–45.

59. Костоглолов, А. А. Идентификация параметров динамических систем на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглолов, В. В. Дерюшев, А. И. Костоглолов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2004. – № 2. – С. 13–18.

60. Kostoglov, A. A. Invariant Manifolds in Optimal System Synthesis / A. A. Kostoglov // Automatic Control and Computer Sciences. – 2001. – Vol. 35, № 4. – Pp. 43–50.

61. Костоглолов, А. А. Метод синтеза оптимального алгоритма угловой стабилизации на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглолов // Автоматика и вычислительная техника. – 2002. – № 5. – С. 26–34.

62. Костоглолов, А. А. Решение задачи А. Фуллера на основе объединенного принципа Понтрягина–Гамильтона–Остроградского / А. А. Костоглолов // Автоматика и вычислительная техника. – 2007. – № 4. – С. 3–14.

63. Костоглолов, А. А. Синтез оптимального алгоритма оценки фазы на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглолов // Автоматика и вычислительная техника. – 2003. – № 6. – С. 25–33.

64. Костоглолов, А. А. Объединенный принцип максимума в задачах оценки параметров движения маневрирующего летательного аппарата / А. А.

Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко // Радиотехника и электроника. – 2009. – Т. 54, № 4. – С. 450–457.

65. Костоглотов, А. А. Синтез оптимальных по быстродействию систем на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2007. – № 12. – С. 34–40.

66. Лазаренко, С. В. Метод синтеза оптимального управления с использованием принципа Гаусса / С. В. Лазаренко // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2013. – Т. 11, № 12. – С. 37–43.

67. Лазаренко, С. В. Принцип Даламбера–Лагранжа как основа синтеза управлений с использованием редукции к изопериметрической задаче / С. В. Лазаренко // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2025. – Т. 23, № 2. – С. 19–30.

68. Методы синтеза квазиоптимальных систем с использованием решения обратных задач динамики и инструментов нейро-нечёткого моделирования : монография / А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, А. С. Пеньков [и др.]. – Ростов-на-Дону : Издательство ИП Беспмятников С. В., 2024. – 133 с. – Текст : непосредственный.

69. Практические аспекты обработки сигналов в телекоммуникационных системах : монография / А. Д. Андрашитов, Я. Т. Астола, Д. А. Безуглов [и др.]. – Ростов-на-Дону : РТИСТ ФГБОУ ВПО «ЮРГУЭС», 2013. – 96 с. – Текст : непосредственный.

70. Современные методы анализа и синтеза оптимальных систем, алгоритмы обработки сигналов в информационных, навигационных и управляющих системах : монография / Д. А. Безуглов, В. И. Марчук, К. О. Егiazарян [и др.]. – Ростов-на-Дону : РТИСТ ФГБОУ ВПО «ЮРГУЭС», 2012. – 124 с. – Текст : непосредственный.

71. Методы многопараметрической идентификации динамических систем на основе объединенного принципа максимума / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов [и др.]. – Ростов-на-Дону : РИО РТИСТ ФГБОУ

ВПО «ЮРГУЭС», 2011. – 103 с. – Текст : непосредственный.

72. Костоглотов, А. А. Объединенный принцип максимума в информационных технологиях анализа и синтеза : монография / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко. – Ростов-на-Дону : Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса, 2010. – 165 с. – Текст : непосредственный.

73. Комплексы с беспилотными летательными аппаратами. Принципы построения и особенности применения комплексов с БЛА / под ред. В. С. Вербы и Б. Г. Татарского. – Москва : Радиотехника, 2017. – 512 с. – Текст : непосредственный.

74. Крутько, П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления : цикл лекций : учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений / П. Д. Крутько. – Москва : Машиностроение, 2004. – 576 с. – Текст : непосредственный.

75. Матюхин, В. И. Многорежимные законы управления движением твердого тела / В. И. Матюхин // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2012. – № 4. – С. 21–31.

76. Меркулов, В. И. Синтез алгоритма оптимального фильтра с обнаружителем маневра для радиоэлектронной системы автоматического сопровождения воздушных объектов по направлению / В. И. Меркулов, В. Д. Добыкин, Н. Р. Халилов // Радиотехника и электроника. – 1996. – Т. 41, № 9. – С. 1081–1087.

77. Сейдж, Э. П. Идентификация систем управления / Эндрю П. Сейдж, Джеймс Л. Мелса ; перевод с английского В. А. Потоцкого, А. С. Мандел ; под редакцией Н. С. Райвмана. – Москва : Наука ; Главная редакция физико-математической литературы, 1974. – 248 с. – Текст : непосредственный.

78. Пятницкий, Е. С. Принцип декомпозиции в управлении механическими системам / Е. С. Пятницкий // Доклады АН СССР. – 1988. – Т. 300, № 2. – С. 300–303.

79. Ананьевский, И. М. Непрерывное управление механической системой

на основе метода декомпозиции / И. М. Ананьевский, С. А. Решмин // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2014. – № 4. – С. 3–17.

80. Уткин, В. И. Условно устойчивая система с переменной структурой в работе А.М. Летова / В. И. Уткин // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 11. – С. 140–142.

81. Федун, Б. Е. Бортовые оперативно-советующие системы для антропоцентрических объектов / Б. Е. Федун // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2003. – № 6. – С. 145–152.

82. Черноусько, Ф. Л. Методы управления нелинейными механическими системами / Ф. Л. Черноусько, И. М. Ананьевский, С. А. Решмин. – Москва : Физматлит, 2006. – 328 с. – Текст : непосредственный.

83. Лазаренко, С. В. Нечеткая стратегия настройки параметров фильтра сопровождения для автоматизации управления воздушным движением / С. В. Лазаренко // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2024. – Т. 22, № 1. – С. 33–43.

84. Синтез интеллектуального алгоритма оценки ориентации подвижных объектов транспортной инфраструктуры на базе многопараметрического идентификатора / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, А. С. Пеньков [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2023. – Т. 89, № 1. – С. 144–151.

85. Синтез интеллектуальных алгоритмов обработки информации инерциальных датчиков в условиях деградации измерительного канала / С. В. Лазаренко, Д. С. Андраштов, А. А. Костоготов [и др.] // Радиотехника. – 2024. – Т. 88, № 8. – С. 146–155.

86. Патент № 2436228 Российская Федерация, МПК H03H 17/00. Цифровой интеллектуальный многокаскадный фильтр : № 2010115924/08 : заявл. 21.04.2010 : опубл. 10.12.2011 / А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко [и др.]. – Текст : непосредственный.

87. Патент № 2464615 Российская Федерация, МПК G05B 23/00. Устройство идентификации параметров динамических систем на основе

вариационных принципов : № 2011130583/08 : заявл. 21.07.2011 : опубл. 20.10.2012 / А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко [и др.]. – Текст : непосредственный.

88. Патент № 2452080 Российская Федерация, МПК H03H 17/04, G06F 17/17. Цифровой многоитерационный фильтр : № 2011123400/08 : заявл. 08.06.2011 : опубл. 27.05.2012 / А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко [и др.]. – Текст : непосредственный.

89. Костоготов, А. А. Метод синтеза адаптивных алгоритмов оценки параметров динамических систем на основе принципа декомпозиции и методологии объединенного принципа максимума / А. А. Костоготов, А. С. Пеньков, С. В. Лазаренко // Известия высших учебных заведений. Северо–Кавказский регион. Естественные науки. – 2020. – № 4 (208). – С. 22–28.

90. Синтез квазиоптимальных многорежимных законов управления на основе условия максимума функции обобщенной мощности и условия трансверсальности / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, А. А. Агапов [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2020. – Т. 80, № 4. – С. 170–179.

91. Синтез алгоритма автономного управления математическим маятником на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, Д. С. Андрашитов [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо–Кавказский регион. Технические науки. – 2010. – № 3. – С. 9–14.

92. Андрашитов, Д. С. Анализ эффективности метода структурно-параметрической идентификации инерциальных навигационных систем с использованием вариационных принципов / Д. С. Андрашитов, С. В. Лазаренко // Радиотехника. – 2025. – Т. 89, № 2. – С. 94–101.

93. Параметрическая идентификация модели MEMS–акселерометра с использованием численного решения уравнения чувствительности / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2024. – Т. 22, № 1. – С. 24–32.

94. Метод синтеза алгоритмов сопровождения с использованием

формирующего фильтра и квазиоптимальных законов управления маневрирующими объектами / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Радиотехника. – 2023. – Т. 87, № 2. – С. 93–104.

95. Агапов, А. А. Анализ эффективности квазиоптимальных законов управления с применением аппарата нечеткой логики в задачах интеллектуализации транспортных систем / А. А. Агапов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2023. – Т. 89, № 1. – С. 126–135.

96. Синтез нелинейных систем при воздействии ограниченных возмущений с использованием многорежимных законов управления на основе условия максимума функции обобщенной мощности / С. В. Лазаренко, А. А. Костоготов, А. А. Агапов [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2022. – Т. 20, № 1–2. – С. 37–47.

97. Агапов, А. А. Синтез квазиоптимального закона управления на основе построения линии переключения с учетом анализа пучка квадратичных форм в составе интеллектуальной транспортной системы / А. А. Агапов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2022. – Т. 85, № 1. – С. 177–185.

98. Костоготов, А. А. Структурно-параметрический синтез фильтра сопровождения на базе декомпозиции по целевому функционалу с адаптацией к возмущениям траектории / А. А. Костоготов, А. С. Пеньков, С. В. Лазаренко // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2021. – Т. 19, № 2. – С. 14–25.

99. Костоготов, А. А. Структурно-параметрический синтез адаптивного фильтра оценки состояния динамических систем с использованием принципа декомпозиции / А. А. Костоготов, А. С. Пеньков, С. В. Лазаренко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2020. – № 4 (80). – С. 180–188.

100. Костоготов, А. А. Алгоритм оценки параметров движения с учетом структуры фазового пространства и анализ эффективности его реализации в

системах контроля радиоэлектронной обстановки в условиях неопределенности / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, А. А. Мурашев // Радиотехника. – 2019. – Т. 83, № 7. – С. 103–108.

101. Анализ и синтез нелинейных многорежимных законов управления с использованием объединенного принципа максимума / А. А. Агапов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2019. – Т. 73, № 1. – С. 119–125.

102. Костоготов, А. А. О синтезе многорежимных инерционных регуляторов на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоготов, А. А. Агапов, С. В. Лазаренко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2018. – Т. 61, № 1. – С. 152–159.

103. Метод синтеза алгоритмов оценки при нестационарных возмущениях измерительных процессов методом объединенного принципа максимума / С. В. Лазаренко, А. А. Костоготов, И. В. Пугачев [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2018. – Т. 70, № 2. – С. 148–154.

104. Вариационный метод идентификации адаптивных динамических систем с построением дополнительных инвариантов / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2016. – Т. 14, № 11. – С. 55–63.

105. Костоготов, А. А. Синтез управления с адаптацией к неконтролируемым воздействиям в неустойчивом состоянии / А. А. Костоготов, З. В. Лященко, С. В. Лазаренко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2016. – Т. 61, № 1. – С. 66–71.

106. Синтез адаптивных многорежимных регуляторов на основе комбинированного управления объединенного принципа максимума / А. А. Костоготов, З. В. Лященко, С. В. Лазаренко [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2016. – № 3 (63). – С. 124–132.

107. Метод структурной адаптации дискретных алгоритмов объединенного принципа максимума в задачах оценки параметров движения / А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко [и др.] // Информационно-измерительные и

управляющие системы. – 2016. – Т. 85, № 6. – С. 10–15.

108. Структурный синтез Лагранжевых систем автоматического управления с использованием первых интегралов движения / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоглотов, А. А. Кузнецов [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2015. – Т. 13, № 12. – С. 12–18.

109. Совмещенный синтез адаптивного к маневру фильтра сопровождения / А. А. Костоглотов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко [и др.] // Радиотехника. – 2015. – № 7. – С. 95–103.

110. Синтез фильтра сопровождения со структурной адаптацией на основе объединенного принципа максимума / С. В. Лазаренко, А. А. Костоглотов, А. А. Кузнецов [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2015. – Т. 77, № 4. – С. 2–9.

111. Метод коррекции динамической погрешности акселерометра с текущей идентификацией его параметров на основе объединенного принципа максимума / С. В. Лазаренко, Д. С. Андрашитов, И. В. Дерябкин [и др.] // Радиотехника. – 2014. – № 12. – С. 17–23.

112. Анализ функционирования алгоритмов параметрической идентификации информационно-управляющих систем, удовлетворяющих принципу Гамильтона–Остроградского / С. В. Лазаренко, Д. С. Андрашитов, И. В. Дерябкин [и др.] // Динамика сложных систем – XXI век. – 2014. – Т. 8, № 2. – С. 90–95.

113. Многопараметрическая вариационная идентификация динамических систем на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко [и др.] // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2012. – № 4. – С. 68–76.

114. Метод идентификации параметров динамических систем на основе совмещенного с физическими принципами синтеза / С. В. Лазаренко, И. В. Дерябкин, А. А. Костоглотов [и др.] // Нелинейный мир. – 2012. – № 11. – С. 801–809.

115. Совмещенный синтез параметрического управления при стабилизации

динамических объектов / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Нелинейный мир. – 2012. – № 11. – С. 810–818.

116. Метод оценки параметров движения управляемого летательного аппарата на основе объединенного принципа максимума с построением опорной траектории / А. А. Костоготов, А. И. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Успехи современной радиоэлектроники. – 2012. – № 6. – С. 61–66.

117. Вариационный метод многопараметрической идентификации динамических систем на основе итерационной регуляризации / С. В. Лазаренко, А. А. Костоготов, Д. С. Андрашитов [и др.] // Успехи современной радиоэлектроники. – 2012. – № 6. – С. 67–72.

118. Костоготов, А. А. Многопараметрическая идентификация конструктивных параметров методом объединенного принципа максимума / А. А. Костоготов, А. И. Костоготов, С. В. Лазаренко // Инженерный Вестник Дона : электронный журнал. – 2011. – Т. 15, № 1. – С. 208–218. – URL: <https://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2011/348>. – Дата публикации: 10.01.2011.

119. Итеративные регуляризованные алгоритмы обработки измерительной информации / Д. С. Андрашитов, И. В. Дерябкин, С. В. Лазаренко [и др.] // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2010. – Т. 77, № 11. – С. 3–9.

120. Костоготов, А. А. Метод решения обратных измерительных задач с применением аппарата негладкого анализа / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2009. – Т. 7, № 10. – С. 38–45.

121. Костоготов, А. А. Квазиоптимальные законы управления на основе редукции экстремальных задач в динамических алгоритмах оценки положения маневрирующих объектов / А. А. Костоготов, А. С. Пеньков, С. В. Лазаренко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2023. – Т. 219, № 3. – С. 23–33.

122. Метод синтеза нелинейных квазиоптимальных законов управления

многомерными системами на основе условия максимума функции обобщенной мощности и анализа пучка квадратичных форм / В. О. Зехцер, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко [и др.] // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2023. – Т. 220, № 4. – С. 34–42.

123. Математическое моделирование функций ошибок принятия решения при допусковом контроле работоспособности измерительной техники / С. В. Лазаренко, Р. З. Хайруллин, А. С. Корнев [и др.] // Метрология. – 2020. – № 3. – С. 3–15.

124. Структурный синтез дискретных адаптивных следящих систем на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, А. А. Кузнецов [и др.] // Вестник Донского государственного технического университета. – 2017. – Т. 17, № 1. – С. 105–112.

125. Костоготов, А. А. Негладкий анализ в задачах обработки измерительной информации / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко // Измерительная техника. – 2009. – № 2. – С. 6–11.

126. Zvezdina M. Yu. Peculiarities of Unmanned Aerial Vehicle Use in Crop Production in Russia: A Review / M. Yu. Zvezdina, Yu. A. Shokova, S. V. Lazarenko // AgriEngineering. – 2024. – Vol. 6, № 1. – Pp. 455–478.

127. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024666031 Российская Федерация. Программа обработки измерительной информации интеллектуального датчика напряжения : № 2024664609 : заявл. 24.06.2024 : зарегистр. 09.07.2024 : опубл. 09.07.2024 / Д. С. Андрашитов, С. В. Лазаренко, О. Е. Лазаренко, И. В. Пугачев ; правообладатель Общество с ограниченной ответственностью "Технологическая универсальная Ростовская научно-исследовательская компания". – Текст : непосредственный.

128. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024667959 Российская Федерация. Программа стабилизации скорости беспилотного транспортного средства : № 2024667186 : заявл. 23.07.2024 : зарегистр. 01.08.2024 : опубл. 01.08.2024 / С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст :

непосредственный.

129. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024668539 Российская Федерация. Программа расчета параметров измерительных преобразователей : № 2024667649 : заявл. 29.07.2024 : зарегистр. 07.08.2024 : опубл. 07.08.2024 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев [и др.] ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

130. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024668541 Российская Федерация. Программа интеллектуальной оценки параметров подвижных объектов транспортной инфраструктуры : № 2024667276 : заявл. 23.07.2024 : зарегистр. 07.08.2024 : опубл. 07.08.2024 / С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

131. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024669580 Российская Федерация. Программа интеллектуального управления нелинейной динамической системой : № 2024668734 : заявл. 12.08.2024 : зарегистр. 20.08.2024 : опубл. 20.08.2024 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев, А. С. Корнев ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

132. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024687443 Российская Федерация. Программа расчета демпфирующих устройств транспорта : № 2024686143 : заявл. 02.11.2024 : зарегистр. 19.11.2024 : опубл. 19.11.2024 / С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

133. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024687827 Российская Федерация. Программа оценки параметров датчиков инерциальной навигационной системы : № 2024686208 : заявл. 02.11.2024 : зарегистр. 21.11.2024 : опубл. 21.11.2024 / С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

134. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024688036 Российская Федерация. Программа расчета квазиоптимального по быстродействию управления : № 2024686124 : заявл. 02.11.2024 : зарегистр. 25.11.2024 : опубл. 25.11.2024 / С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

135. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024690412 Российская Федерация. Программа для анализа эффективности использования квазиоптимальных законов управления на основе редукции задачи лагранжа к изопериметрической в процессах оценки параметров управляемых подвижных объектов : № 2024689930 : заявл. 04.12.2024 : зарегистр. 16.12.2024 : опубл. 16.12.2024 / А. С. Пеньков, А. А. Костоготов, В. О. Зехцер, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Ростовский государственный университет путей сообщения. – Текст : непосредственный.

136. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023687002 Российская Федерация. Программа идентификации параметров динамических систем с использованием аналитического решения уравнения чувствительности для случая двух вещественных корней : № 2023686456 : заявл. 04.12.2023 : зарегистр. 11.12.2023 : опубл. 11.12.2023 / В. О. Зехцер, А. С. Пеньков, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

137. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023687879 Российская Федерация. Программа для анализа эффективности алгоритмов оценки ориентации беспилотных летательных аппаратов в условиях деградации измерительного канала на основе статистического моделирования : № 2023686133 : заявл. 30.11.2023 : зарегистр. 19.12.2023 : опубл. 19.12.2023 / А. С. Пеньков, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

138. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023688847 Российская Федерация. Программа идентификации модели квадрокоптера по углу крена (тангажа) по данным переходного процесса с

использованием непрерывного и дискретного алгоритмов оценки : № 2023687213 : заявл. 08.12.2023 : зарегистр. 25.12.2023 : опубл. 25.12.2023 / В. О. Зехцер, А. С. Пеньков, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

139. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023688888 Российская Федерация. Программа для оценки ориентации подвижных объектов с использованием дискретного адаптивного алгоритма на основе динамической модели движения : № 2023686660 : заявл. 04.12.2023 : зарегистр. 25.12.2023 : опубл. 25.12.2023 / А. С. Пеньков, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

140. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023689210 Российская Федерация. Программа оценивания параметров возмущенных измерительных процессов бортовых средств измерений с использованием модифицированных уравнений инвариантного погружения : № 2023686949 : заявл. 07.12.2023 : зарегистр. 26.12.2023 : опубл. 26.12.2023 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев, Р. Ч. Халилов ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

141. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023689213 Российская Федерация. Программа идентификации параметров динамических систем с использованием аналитического решения уравнения чувствительности для случая двух комплексных корней : № 2023686883 : заявл. 07.12.2023 : зарегистр. 26.12.2023 : опубл. 26.12.2023 / В. О. Зехцер, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

142. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021665509 Российская Федерация. Программа настройки параметров многорежимного нелинейного регулятора на основе условия максимума функции обобщенной мощности для квазиоптимальных режимов работы и анализа их

эффективности : № 2021664261 : заявл. 10.09.2021 : зарегистр. 10.09.2021 : опубл. 27.09.2021 / А. А. Агапов, А. А. Костоготов, З. В. Лященко [и др.] – Текст : непосредственный.

143. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020615493 Российская Федерация. Оперативная оценка параметров движения маневрирующих объектов : № 2020614348 : заявл. 24.04.2020 : зарегистр. 25.05.2020 : опубл. 25.05.2020 / Ю. О. Жуков, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко, М. Н. Чивардов ; правообладатель Ю. О. Жуков. – Текст : непосредственный.

144. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020616376 Российская Федерация. Исследование дискретного алгоритма оценки параметров движения : № 2020615434 : заявл. 01.06.2020 : зарегистр. 17.06.2020 : опубл. 17.06.2020 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев [и др.] ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

145. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020616733 Российская Федерация. Анализ эффективности алгоритмов оценки параметров измерительных процессов : № 2020615517 : заявл. 01.06.2020 : зарегистр. 22.06.2020 : опубл. 22.06.2020 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев [и др.] ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

146. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020661466 Российская Федерация. Программа интеллектуального анализа дорожной сцены на базе методов структурной адаптации моделей движения : № 2020660670 : заявл. 18.09.2020 : зарегистр. 24.09.2020 : опубл. 24.09.2020 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев [и др.] ; правообладатель Общество с ограниченной ответственностью "Джинт". – Текст : непосредственный.

147. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020661621 Российская Федерация. Программа по осуществлению структурной адаптации моделей движения : № 2020660757 : заявл. 17.09.2020 : зарегистр. 28.09.2020 : опубл. 28.09.2020 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев

[и др.] ; правообладатель Общество с ограниченной ответственностью "Джинт". – Текст : непосредственный.

148. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019615573 Российская Федерация. Оценка параметров измерительных процессов в условиях нестационарных возмущений : № 2018665193 : заявл. 26.12.2018 : зарегистр. 29.04.2019 : опубл. 29.04.2019 / В. А. Лосев, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель В. А. Лосев. – Текст : непосредственный.

149. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019615574 Российская Федерация. Программа оценки параметров процессов по неполным данным с использованием максимума обобщенной мощности : № 2018665202 : заявл. 26.12.2018 : зарегистр. 29.04.2019 : опубл. 29.04.2019 / В. А. Лосев, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель В. А. Лосев. – Текст : непосредственный.

150. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018614217 Российская Федерация. Программа для оценивания параметров возмущенных измерительных процессов : № 2017662549 : заявл. 04.12.2017 : зарегистр. 03.04.2018 : опубл. 03.04.2018 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев, А. С. Корнев ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

151. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018618360 Российская Федерация. Программа идентификации параметров моделей датчиков положения : № 2018615262 : заявл. 24.05.2018 : зарегистр. 11.07.2018 : опубл. 11.07.2018 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

152. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018661527 Российская Федерация. Программа идентификации параметров моделей датчиков положения : № 2018619079 : заявл. 17.08.2018 : зарегистр. 07.09.2018 : опубл. 07.09.2018 / А. А. Костоготов, А. С. Корнев, С. В. Лазаренко, А. П. Гончаров ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

153. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018665322 Российская Федерация. Исследование условий оптимальности лагранжевых динамических систем на множестве ограниченных и непрерывных функций : № 2018662879 : заявл. 14.11.2018 : зарегистр. 04.12.2018 : опубл. 04.12.2018 / А. А. Костоглотов, Д. С. Андрашитов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

154. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018665556 Российская Федерация. Исследование универсального алгоритма управления : № 2018662863 : заявл. 14.11.2018 : зарегистр. 06.12.2018 : опубл. 06.12.2018 / А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев, З. В. Лященко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

155. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017613308 Российская Федерация. Процедура вторичной обработки данных следящих систем с использованием гипотезы о стационарности гамильтониана линии переключения : № 2016663357 : заявл. 25.11.2016 : зарегистр. 15.03.2017 : опубл. 15.03.2017 / И. В. Дерябкин, А. А. Бедник, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко ; правообладатель И. В. Дерябкин. – Текст : непосредственный.

156. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017613322 Российская Федерация. Программа фильтра сопровождения маневрирующей цели с вектор–функцией объединенного принципа максимума : № 2017610427 : заявл. 20.01.2017 : зарегистр. 16.03.2017 : опубл. 16.03.2017 / А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, В. А. Лосев, Б. М. Ценных ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

157. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017613356 Российская Федерация. Программа процедуры вторичной обработки данных следящих систем с использованием гипотезы о стационарности гамильтониана линии переключения : № 2017610426 : заявл. 20.01.2017 : зарегистр.

16.03.2017 : опублик. 16.03.2017 / А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, В. А. Лосев ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

158. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017613566 Российская Федерация. Программа коррекции динамической погрешности акселерометра с текущей идентификацией его параметров : № 2016664464 : заявл. 27.12.2016 : зарегистрир. 22.03.2017 : опублик. 22.03.2017 / Д. С. Андрашитов, И. В. Гежа, С. В. Лазаренко, А. С. Залесков ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

159. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017613898 Российская Федерация. Программа, реализующая алгоритм сопровождения управляемых динамических систем с эффектом структурной адаптации на основе объединенного принципа максимума : № 2016662982 : заявл. 18.11.2016 : зарегистрир. 03.04.2017 : опублик. 03.04.2017 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, В. А. Лосев ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

160. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017614057 Российская Федерация. Фильтр сопровождения маневрирующей цели с вектор–функцией объединенного принципа максимума : № 2016663306 : заявл. 25.11.2016 : зарегистрир. 25.11.2016 : опублик. 06.04.2017 / И. В. Дерябкин, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев, Б. М. Ценных ; правообладатель И. В. Дерябкин. – Текст : непосредственный.

161. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017617498 Российская Федерация. Адаптивный экстраполятор объединенного принципа максимума : № 2016663015 : заявл. 18.11.2016 : зарегистрир. 05.07.2017 : опублик. 05.07.2017 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, В. А. Лосев ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

162. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016610463 Российская Федерация. Программа терминального управления манипулятором : № 2015661088 : заявл. 17.11.2015 : зарегистрир. 12.01.2016 : опублик.

12.01.2016 / Д. С. Андрашитов, А. С. Залесков, С. В. Лазаренко ; правообладатель Частное образовательное учреждение высшего образования "Московский университет имени С.Ю. Витте". – Текст : непосредственный.

163. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016612191 Российская Федерация. Исследование динамики ФАПЧ при синтезе обратной связи с использованием инвариантов : № 2015662825 : заявл. 24.12.2015 : зарегистр. 19.02.2016 : опубл. 19.02.2016 / В. А. Лосев, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

164. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015613924 Российская Федерация. Программа интерполяции на основе объединенного принципа максимума : № 2015611053 : заявл. 19.02.2015 : зарегистр. 31.03.2015 : опубл. 31.03.2015 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, А. А. Авакян, С. В. Лазаренко ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

165. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015613927 Российская Федерация. Программа непрерывного алгоритма идентификации параметров динамических систем с использованием инвариантного погружения : № 2015611055 : заявл. 19.02.2015 : зарегистр. 31.03.2015 : опубл. 31.03.2015 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

166. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015614125 Российская Федерация. Программа идентификации параметров акселерометра с использованием объединенного принципа максимума : № 2015611085 : заявл. 19.02.2015 : зарегистр. 07.04.2015 : опубл. 07.04.2015 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, И. В. Дерябкин, С. В. Лазаренко ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

167. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015614396 Российская Федерация. Программа фильтрации информационных сообщений измерительных преобразователей с учетом их физических

особенностей : № 2015611122 : заявл. 19.02.2015 : зарегистр. 16.04.2015 : опубл. 16.04.2015 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, Б. М. Ценных ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

168. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015614433 Российская Федерация. Рекуррентный фильтр Красовского : № 2015611035 : заявл. 19.02.2015 : зарегистр. 17.04.2015 : опубл. 17.04.2015 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, Б. М. Ценных, С. В. Лазаренко ; правообладатель Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

169. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011613981 Российская Федерация. Алгоритм многопараметрической идентификации моделей экономических систем : № 2011612077 : заявл. 29.03.2011 : зарегистр. 23.05.2011 : опубл. 23.05.2011 / Д. А. Безуглов, А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов [и др.] ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

170. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2011619234 Российская Федерация. Программа определения параметров оптимального регулятора на основе объединенного принципа максимума : № 2011617411 : заявл. 05.10.2011 : зарегистр. 30.10.2011 : опубл. 30.10.2011 / А. А. Костоготов, Д. А. Безуглов, Д. С. Андрашитов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

171. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010616569 Российская Федерация. Расчет оптимального управления математическим маятником на основе объединенного принципа максимума : № 2010614758 : заявл. 05.08.2010 : зарегистр. 01.10.2010 : опубл. 01.10.2010 / Д. А. Безуглов, Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов [и др.] ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

172. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009612757 Российская Федерация. Программа управления лагранжевой

динамической системой на основе объединенного принципа максимума : № 2009611436 : заявл. 03.04.2009 : зарегистр. 29.05.09: опубл. 29.05.09 / Д. А. Безуглов, А. А. Костоготов, А. И. Костоготов ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

173. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009612758 Российская Федерация. Программа оценки параметров маневрирующих летательных аппаратов на основе негладкого анализа : № 2009611437 : заявл. 03.04.2009 : зарегистр. 29.05.2009 : опубл. 29.05.2009 / Д. А. Безуглов, Н. О. Цугурян, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

174. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009612825 Российская Федерация. Программа восстановления входного измерительного сигнала на основе решения обратной измерительной задачи с применением негладкого анализа : № 2009611440 : заявл. 03.04.09: зарегистр. 01.06.09: опубл. 01.06.09 / Д. А. Безуглов, А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко ; правообладатель ФГБОУ ВО Донской государственный технический университет. – Текст : непосредственный.

175. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025660399 Российская Федерация. Программа интеллектуального датчика напряжения : № 2025617207 : заявл. 01.04.2025 : зарегистр. 23.04.2025 : опубл. 23.04.2025 / Д. С. Андрашитов, С. В. Лазаренко, О. Ю. Шуплецова, Д. А. Букланов ; правообладатель Общество с ограниченной ответственностью "Центр развития компетенций". – Текст : непосредственный.

176. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025683807 Российская Федерация. Программа цифровой обработки радиолокационной информации МІМО–радар на основе алгоритма с адаптивной динамической математической моделью № 2025682482 : заявл. 25.07.2025 : зарегистр. 08.09.2025 : опубл. 08.09.2025 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, И. В. Пугачев [и др.] ; правообладатель Общество с ограниченной

ответственностью "Технологическая универсальная Ростовская научно-исследовательская компания". – Текст : непосредственный.

177. Патент № 2810551 Российская Федерация, МПК H03L 7/06. Устройство синхронизации с нечетким контроллером : № 2023115911 : заявл. 16.06.2023 : опубл. 27.12.2023 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, В. О. Зехцер, А. С. Пеньков. – Текст : непосредственный.

178. Патент № 2740337 Российская Федерация, МПК G06F 17/17. Адаптивный экстраполятор с коррекцией прогноза : № 2020114002 : заявл. 03.04.2020 : опубл. 13.01.2021 / А. А. Кузнецов, Ю. О. Жуков, Н. Н. Несмеянов, М. Н. Чивардов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, Д. С. Андрашитов. – Текст : непосредственный.

179. Патент № 2713726 Российская Федерация, МПК H03L 7/06. Многорежимное устройство синхронизации с адаптацией : № 2019118698 : заявл. 17.06.2019 : опубл. 07.02.2020 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев, З. В. Лященко, А. А. Егорова, Ю. А. Бабичев. – Текст : непосредственный.

180. Патент № 2713875 Российская Федерация, МПК G06F 17/17. Устройство оценки параметров возмущенных процессов с использованием максимума обобщенной мощности : № 2019110202 : заявл. 05.04.2019 : опубл. 07.02.2020 / Д. С. Андрашитов, В. В. Касьянов, С. В. Лазаренко, И. В. Павлова, А. А. Костоготов. – Текст : непосредственный.

181. Патент № 2697728 Российская Федерация, МПК G05B 13/02(2006.01), G06G 7/122(2006.01). Устройство управления автоматическими системами при структурной неопределенности : № 2018145069 : заявл. 19.12.2018 : опубл. 19.08.2019 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев. – Текст : непосредственный.

182. Патент № 2675906 Российская Федерация, МПК G06G 17/30 (2006.01). Квазилинейный адаптивный экстраполятор : № 2017144065 : заявл. 15.12.2017 : опубл. 25.12.2018 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, А. С. Корнев, И. В. Пугачев. – Текст : непосредственный.

183. Патент № 2646373 Российская Федерация, МПК G06G 7/30, G05B

15/00. Устройство адаптивного регулирования на основе объединённого принципа максимума : № 2016149888 : заявл. 20.12.2016 : опубл. 02.03.2018 / А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев, Д. С. Андрашитов, И. А. Зацаринная, Б. М. Ценных. – Текст : непосредственный.

184. Патент № 2657477 Российская Федерация, МПК G05B 23/00, G06F 17/11. Устройство оценки параметров с использованием априорной информации в форме интеграла действия : № 2016145331 : заявл. 18.11.2016 : опубл. 14.06.2018 / Д. С. Андрашитов, А. А. Бедник, И. В. Дерябкин, А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко. – Текст : непосредственный.

185. Патент № 2613623 Российская Федерация, МПК G05B 19/00. Устройство терминального управления на основе вариационных принципов : №2015149950 : заявл. 23.11.2015 : опубл. 21.03.2017 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, И. Е. Кирилов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев. – Текст : непосредственный.

186. Патент № 2628279 Российская Федерация, МПК G05B 19/00. Устройство идентификации параметров акселерометра : № 2014150275 : заявл. 23.11.2015 : опубл. 21.03.2017 / Д. С. Андрашитов, И. В. Дерябкин, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, Б. М. Ценных. – Текст : непосредственный.

187. Патент № 2632681 Российская Федерация, МПК G05B 23/00. Устройство идентификации параметров динамических звеньев информационно-управляющих систем : №2014130177 : заявл. 23.07.2014 : опубл. 09.10.2017 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко, П. С. Полубояринов, Б. М. Ценных. – Текст : непосредственный.

188. Патент № 2601143 С1 Российская Федерация, МПК G06G 7/30, H03H 17/06. Адаптивный экстраполятор : № 2015119552/08 : заявл. 25.05.2015 : опубл. 27.10.2016 / С. В. Лазаренко, А. А. Костоготов, Д. С. Андрашитов, А. А. Кузнецов. – Текст : непосредственный.

189. Патент №2600539 Российская Федерация, МПК H03L 1/00, G04F 5/00 . Способ формирования и ведения групповой меры частоты : № 2014149400/08 : заявл. 08.12.2014 : опубл. 20.10.2016 / А. А. Кузнецов, А. А. Костоготов, С. В.

Лазаренко, Е. В. Гусаров. – Текст : непосредственный.

190. Патент № 2547635 Российская Федерация, МПК H03L 7/06. Устройство контура фазовой автоподстройки частоты с обратной связью на основе объединенного принципа максимума : № 2013151702/08 : заявл. 20.11.2013 : опубл. 10.04.2015 / Д. С. Андрашитов, А. А. Костоготов, С. В. Лазаренко, А. В. Чеботарёв. – Текст : непосредственный.

191. Патент № 2357357 Российская Федерация, МПК H03H 17/04. Цифровой интеллектуальный рекурсивный фильтр : № 2007103801/09 : заявл. 31.01.2007 : опубл. 27.05.2009 / А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко, А. П. Лапсарь. – Текст : непосредственный.

192. Патент № 2362265 Российская Федерация, МПК H03H 17/04, G06F 17/17. Цифровой интеллектуальный итеративный фильтр : № 2007142431/09 : заявл. 16.11.2007 : опубл. 20.07.2009 / А. А. Костоготов, А. А. Кузнецов, С. В. Лазаренко, А. С. Пономарев. – Текст : непосредственный.

193. Патент № 2780197 Российская Федерация, МПК G06G 7/30, H03H 17/06. Экстраполятор с адаптацией по целевому функционалу : № 2021125968 : заявл. 02.09.2021 : опубл. 20.09.2022 / А. С. Пеньков, А. А. Костоготов, А. А. Агапов, С. В. Лазаренко, В. О. Зехцер. – Текст : непосредственный.

194. Патент № 2854771 Российская Федерация, МПК H03H 17/00. Устройство определения значений параметров адаптации и координат движущегося объекта : № 2024133862 : заявл. 11.12.2024 : опубл. 19.01.2026 / В. О. Зехцер, С. В. Лазаренко, А. А. Костоготов, А. С. Пеньков ; заявитель ФГБОУ ВО РГУПС. – Текст : непосредственный.

195. ГОСТ Р 70569 – 2022. Сетецентрические информационно-управляющие системы. Интероперабельность. – Введ. 2022–12–19. – Москва : Российский институт стандартизации, 2022. – 15 с.

196. ГОСТ Р 56829 – 2015. Интеллектуальные транспортные системы. Термины и определения. – Введ. 2016–06–01. – Москва : Стандартинформ, 2018. – 10 с.

197. Bento, M. Unmanned Aerial Vehicles: An Overview / M. Bento // Inside

GNSS. – 2008. – Рр. 54–61.

198. Шилов, К. Е. Разработка системы автоматического управления беспилотным летательным аппаратом мультироторного типа / К. Е. Шилов // Труды МФТИ. – 2014. – Т. 6, № 4 (24). – С. 139–152.

199. Вавилова, Н. Б. Калибровка бескарданной инерциальной навигационной системы в сборе на грубых стендах с одной степенью свободы / Н. Б. Вавилова, И. Ю. Сазонов // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. – 2012. – № 4. – С. 64–66.

200. Фирсов, С. Н. Обеспечение функциональной устойчивости измерителей параметров движения спутниковых систем стабилизации и ориентации / С. Н. Фирсов // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2019. – № 1. – С. 144–150.

201. Крылов, А. А. Технологические подходы к устранению смещения нуля МЭМС гироскопов в составе гироскопического блока / А. А. Крылов, Д. В. Корниук // Труды МАИ. – 2018. – № 103. – URL: https://mai.ru/upload/iblock/783/Krylov_Korniyuk_rus.pdf (дата обращения: 01.04.2026).

202. Волынцев, А. А. Гироскопический измеритель вектора угловой скорости. Опыт исследования отказов в эксплуатации / А. А. Волынцев, Б. А. Казаков, И. Е. Шустов // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия «Приборостроение». – 2015. – Т. 104, № 5. – С. 136–151.

203. Косцов, Э. Г. Состояние и перспективы микро- и наноэлектромеханики / Э. Г. Косцов // Автометрия. – 2009. – Т. 45, № 3. – С. 3–52.

204. Nesterenko, T. Microelectromechanical Accelerometer Under Mechanical Impact Conditions / T. Nesterenko, E. Barbin, A. Koleda // 2016 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON 2016). – 2016. – Article number 7491845.

205. Козлов, Д. С. Нейросетевые методы обнаружения отказов датчиков и приводов летательного аппарата / Д. С. Козлов, Ю. В. Тюменцев // Труды МАИ. –

2012. – № 52. – С. 2.

206. Применение инерциальных МЭМС в системе автоматической отцепки десантируемого груза / А. А. Галкин, П. В. Еркин, М. А. Соломкина [и др.] // Известия высших учебных заведений. Электроника. – 2023. – Т. 28, № 4. – С. 489–499.

207. Мариам, М. К вопросу повышения эффективности противодействия малоразмерным беспилотным летательным аппаратам / М. Мариам, В. Н. Похвощев, Л. Б. Рязанцев // Военная мысль. – 2022. – № 6. – С. 45–52.

208. Кузовков, Н. Т. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация / Н. Т. Кузовков, О. С. Салычев. – Москва : Машиностроение, 1982. – 216 с. – Текст : непосредственный.

209. Великанова, Е. П. Адаптивная фильтрация координат маневрирующего объекта при изменениях условий передачи в радиолокационном канале / Е. П. Великанова, Е. П. Ворошилин // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2012. – Т. 26, № 2–1. – С. 29–35.

210. Павлов, Д. В. Разработка математической модели MEMS-акселерометра / Д. В. Павлов, К. Г. Лукин, М. Н. Петров // Вестник Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого. – 2015. – Т. 8, № 91. – С. 22–25.

211. Voggiger, B. Automotive Radar Processing With Spiking Neural Networks: Concepts and Challenges / B. Voggiger, F. Kreutz, J. Lopez-Randulfe, [and other] // Frontiers in Neuroscience. – 2022. – № 16. – Pp. 1–19.

212. Кублановский, В. Б. Математические модели и алгоритмы сглаживания входных сигналов бортовых автоматизированных систем контроля / В. Б. Кублановский, С. В. Кошелев // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2010. – № 2. – С. 71–74.

213. Микрин, Е. А. Синтез оптимальных распределенных модульных систем обработки данных реального времени / Е. А. Микрин, В. В. Кульба. – Москва : Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2012. – 161 с. – Текст : непосредственный.

214. ГОСТ Р 8.596-2002. Государственная система обеспечения единства измерений. Метрологическое обеспечение измерительных систем. Основные положения. – Введ. 2003–03–01. – Москва : Стандартиформ, 2008. – 11 с.

215. МТ 34-70-001-82. Методика установления норм точности измерений. – Введ. 1982–07–01. – Москва : СОЮЗТЕХЭНЕРГО, 1982. – 24 с.

216. ГОСТ 24.104-2023. Единая система стандартов автоматизированных систем управления. Автоматизированные системы управления. Общие требования. – Введ. 2024–01–30. – Москва : Российский институт стандартизации, 2023. – 15 с.

217. Ермаков, П. Г. Программный комплекс алгоритмов автономного определения параметров угловой ориентации беспилотных летательных аппаратов / П. Г. Ермаков, А. А. Гоголев // Труды МАИ. – 2022. – № 124. – URL: https://mai.ru/upload/iblock/8e4/m2ou886yi44mbk9zfv2l6ht3yrva8mqu/Ermakov_Gogolev.pdf (дата обращения: 01.04.2026).

218. Бар-Шалом, Я. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы / Я. Бар-Шалом. – Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. – 239 с. – Текст : непосредственный.

219. Иванов, Н. М. Баллистика и навигация космических аппаратов / Н. М. Иванов, Л. Н. Лысенко. – Москва : Дрофа, 2004. – 544 с. – Текст : непосредственный.

220. Бетанов, В. В. Решение обобщенных некорректных измерительных задач при управлении космическими аппаратами связи / В. В. Бетанов // Радиотехника. – 1995. – № 12. – С. 7–12.

221. Васильев, С. Н. От классических задач регулирования к интеллектуальному управлению / С. Н. Васильев // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2001. – № 2. – С. 5–21.

222. Федун, Б. Е. Проблемы разработки бортовых оперативно-советующих экспертных систем для антропоцентрических объектов / Б. Е. Федун // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 1996. – № 5. – С. 147–159.

223. Васильев, С. Н. От классических задач регулирования к

интеллектуальному управлению / С. Н. Васильев // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2001. – № 1. – С. 5–22.

224. Федун, Б. Е. Семантический облик «бортового интеллекта» технических антропоцентрических систем / Б. Е. Федун // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 1998. – № 6. – С. 150–158.

225. Иванов, Н. М. Назначение и состав баллистико-навигационного обеспечения в структуре технологии управления космическим полетом / Н. М. Иванов, Л. Н. Лысенко // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2004. – № 2. – С. 137–150.

226. Лысенко, Л. Н. Теоретические основы баллистико-навигационного обеспечения космических полетов / Л. Н. Лысенко, В. В. Бетанов, В. Ф. Звягин. – Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 518 с. – Текст : непосредственный.

227. Сосулин, Ю. Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации : учебное пособие для вузов / Ю. Г. Сосулин. – Москва : Радио и связь, 1992. – 304 с. – Текст : непосредственный.

228. Краус, М. Измерительные информационные системы / М. Краус, Э. Вошни ; перевод с немецкого Е. А. Чалого, В. И. Азовцева ; под редакцией [и с предисловием] Я. В. Малкова. – Москва : Мир, 1975. – 310 с. – Текст : непосредственный.

229. Мачулин, В. В. Эффективность систем обработки информации / В. В. Мачулин, А. П. Пятибратов. – Москва : Советское радио, 1979. – 280 с. – Текст : непосредственный.

230. Музыченко, Н. Ю. Обнаружение сигналов в условиях сложной помеховой обстановки / Н. Ю. Музыченко // Общие вопросы радиоэлектроники : научно-технический сборник. – Ростов-на-Дону : Ростовский научно-исследовательский институт радиосвязи, 2007. – С. 77–82.

231. Цифровая обработка радиолокационной информации при сопровождении целей / А. М. Бочкарев, А. Н. Юрьев, М. Н. Долгов, А. В. Щербинин // Зарубежная радиоэлектроника. – 1991. – № 3. – С. 3–22.

232. Радиоэлектронная борьба. Силовое поражение радиоэлектронных систем / В. Н. Добрыкин, А. И. Куприянов, А. Г. Понамарев [и др.]. – Москва : Вузовская книга, 2007. – 478 с. – Текст : непосредственный.

233. Альперович, К. С. Годы работы над системой ПВО Москвы – 1950–1955. Записки инженера / К. С. Альперович. – Москва : НПО «Алмаз», 2003. – 43 с. – Текст : непосредственный.

234. Технические основы эффективности ракетных систем / под общей редакцией Е. Б. Волкова. – Москва : Машиностроение, 1989. – 256 с. – Текст : непосредственный.

235. Системный анализ измерительных комплексов / В. В. Васильев, Н. Б. Резвцов, А. В. Аношкин [и др.]. – Москва : РВСН, 1994. – 500 с. – Текст : непосредственный.

236. Жданюк, Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений / Б. Ф. Жданюк. – Москва : Советское радио, 1978. – 384 с. – Текст : непосредственный.

237. Экспериментальная баллистика ракетно-космических средств / под общей редакцией Л. Н. Лысенко, В. В. Бетанова, И. В. Лысенко. – Москва : ВА РВСН, 2000. – 287 с. – Текст : непосредственный.

238. Канащенков, А. И. Формирование облика авиационных систем управления вооружением / А. И. Канащенков. – Москва : Радиотехника, 2006. – 344 с. – Текст : непосредственный.

239. Канащенков, А. И. Облик перспективных бортовых радиолокационных систем. Возможности и ограничения / А. И. Канащенков, В. И. Меркулов, О. Ф. Самарин. – Москва : ИПРЖР, 2002. – 176 с. – Текст : непосредственный.

240. Головешкин, В. А. Метод классификации вычислительных алгоритмов по сложности на основе угловой меры асимптотического роста функций / В. А. Головешкин, М. В. Ульянов // Вычислительные технологии. – 2006. – № 1 (11). – С. 52–62.

241. Цветнов, В. В. Радиоэлектронная борьба: радиомаскировка и помехозащита : учебное пособие / В. В. Цветнов, В. П. Демин, А. И. Куприянов. –

Москва : Издательство МАИ, 1999. – 240 с. – Текст : непосредственный.

242. Артемьев, В. М. Справочное пособие по методам исследования радиоэлектронных следающих систем / В. М. Артемьев. – Москва : Высшая школа, 1984. – 168 с. – Текст : непосредственный.

243. МИ2174–91. Аттестация алгоритмов и программ обработки данных при измерениях. Основные положения. – Москва : НПО ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1991. – 20 с. – Текст : непосредственный.

244. Новицкий, П. В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Ленинград [Санкт-Петербург] : Энергоатомиздат, 1991. – 304 с. – Текст : непосредственный.

245. Исаев, М. А. Повышение точности позиционирования мультироторного беспилотного летательного аппарата на этапах взлета/посадки в условиях отсутствия прямой видимости спутников навигации : специальность 2.3.1 «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Исаев Михаил Александрович. – Ставрополь, 2022. – 168 с. – Текст : непосредственный.

246. Новожилов, И. В. Методы формирования приближенных математических моделей движения / И. В. Новожилов // Фундаментальная и прикладная математика. – 2005. – № 7 (11). – С. 5–9.

247. Иванов, В. В. Методы вычислений на ЭВМ / В. В. Иванов. – Киев : Наукова Думка, 1986. – 204 с. – Текст : непосредственный.

248. Зингер, Р. А. Оценка характеристик оптимального фильтра для слежения за пилотируемой целью / Р. А. Зингер // Зарубежная радиоэлектроника. – 1971. – № 8. – С. 40–57.

249. Li, X.–R. Multiple–model estimation with variable structure–part v: likely–model set algorithm / X.–R. Li, Y. Zhang // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2000. – Vol. 36. – Pp. 2448–2466.

250. Новожилов, И. В. Фракционный анализ / И. В. Новожилов. – Москва : Издательство механико-математического факультета МГУ, 1995. – 101 с. – Текст : непосредственный.

251. Валахова, А. В. О безытарационных приближениях по малому параметру / А. В. Валахова // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. – 2003. – № 5. – С. 29–37.

252. Фари́на, А. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей / А. Фари́на, Ф. Студер ; перевод с английского А. М. Бочкарева ; редакция перевода А. Н. Юрьева. – Москва : Радио и связь, 1993. – 319 с. – Текст : непосредственный.

253. Singer, R. A. Real-Time Tracking Filter Evaluation and Selection for Tactical Applications / R. A. Singer, K. W. Behnke // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 1971. – № 1. – Pp. 100–110.

254. Тихонов, А. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учебное пособие для вузов / А. Н. Тихонов, В. Н. Харисов. – Москва : Радио и связь, 1991. – 608 с. – Текст : непосредственный.

255. Барвиненко, В. В. Воздушно-космическая оборона: современный аспект / В. В. Барвиненко // Военная мысль. – 2007. – № 2. – С. 8–16.

256. Фатеев, А. В. Концепция развития ракетно-космической обороны / А. В. Фатеев, С. Суханов // Воздушно-космическая оборона. – 2007. – № 2 (33). – С. 20–69.

257. Космические войска / А. В. Перминов, С. Д. Авраменко, А. Н. Гарбарь [и др.]. – Москва : Новости, 2003. – 150 с. – Текст : непосредственный.

258. Самарский, А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – Москва : Наука, 1989. – 432 с. – Текст : непосредственный.

259. Мак-Кракен, Д. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе / Д. Мак-Кракен, У. Дорн. – Издание 2-е, стереотипное. – Москва : Мир, 1977. – 552 с. – Текст : непосредственный.

260. Петров, А. В. Анализ и синтез радиотехнических комплексов / А. В. Петров, А. А. Яковлев. – Москва : Радио и связь, 1984. – 247 с. – Текст : непосредственный.

261. Doob, J. L. Stochastic Processes / J. L. Doob. – New York : Wiley, 1962. – 676 p. – Текст : непосредственный.

262. Майкова, О. Е. Субоптимальные режимы в задаче Фуллера / О. Е. Майкова // Труды математического института им. В. А. Стеклова. – 2002. – Т. 236. – С. 226–236.

263. Дерябкин, И. В. Вариационный метод синтеза алгоритмов параметрической идентификации динамических систем с использованием регуляризации : специальность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (вычислительная техника и информатика)» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Дерябкин Игорь Владимирович. – Таганрог, 2013. – 203 с. – Текст : непосредственный.

264. Костоглотов, А. А. Исследование эффективности функционирования фильтра Красовского / А. А. Костоглотов, В. Н. Таран, В. И. Юхнов // Радиотехника. – 2000. – Т. 12. – С. 8–17.

265. Александров, А. Г. Оптимальные и адаптивные системы / А. Г. Александров. – Москва : Высшая школа, 1989. – 263 с. – Текст : непосредственный.

266. Гурман, В. И. Модели и методы теории управления / В. И. Гурман // Приложения ИПС РАН. – 2004. – № 1. – С. 101–116.

267. Хлебников, М. В. Синтез оптимальной обратной связи при ограниченном управлении / М. В. Хлебников, П. С. Щербаков // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 2. – С. 177–192.

268. Манита, Л. А. Оптимальный особый режим и режим с учащающимися переключениями в задаче управления колебаниями струны с закрепленными концами / Л. А. Манита // Прикладная математика и механика. – 2010. – Т. 74. – С. 856–863.

269. Зеликин, М. И. Режимы учащающихся переключений в задачах оптимального управления / М. И. Зеликин, В. Ф. Борисов // Труды математического института АН СССР. – 1991. – Т. 197. – С. 85–166.

270. Global Stabilization of the PVTOL Aircraft With Lateral Force Coupling and Bounded Inputs / D. Lopez-Araujo, A. Zavala-Rioa, I. Fantoni [et al.] // International Journal of Control. – 2010. – Vol. 83, № 7. – Pp. 1–26.

271. Фантони, И. Нелинейное управление механическими системами с дефицитом управляющих воздействий / И. Фантони, Р. Лозано. – Ижевск : Компьютерная динамика, 2012. – 312 с. – Текст : непосредственный.

272. Поляков, А. Е. Метод функций Ляпунова для систем со скользящими режимами высших порядков / А. Е. Поляков, А. С. Поздняк // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 5. – С. 47–68.

273. Алахаддад, М. Моделирование и управление движением манипулятора с замкнутой кинематической цепью и линейным приводом / М. Алахаддад // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2021. – № 3. – С. 176–186.

274. Кузьменко, А. А. Нелинейное робастное управление возбуждением синхронного генератора: синергетическая система с переменной структурой / А. А. Кузьменко, А. Н. Попов, И. А. Радионов // Информатика и системы управления. – 2014. – Т. 3, № 41. – С. 130–139.

275. Дыда, А. А. Системы управления с переменной структурой с парными и нелинейно деформируемыми поверхностями переключения / А. А. Дыда, В. Е. Маркин // Проблемы управления. – 2005. – № 1. – С. 22–25.

276. Змеу, К. В. Релейное нейросетевое управление существенно неопределенным объектом в задачах максимального быстродействия / К. В. Змеу, П. А. Дьяченко, Б. С. Ноткин // Интеллектуальные системы. – 2009. – № 2. – С. 93–105.

277. Веселов, Г. Е. Синергетический синтез алгоритма управления режимом глиссирования самолета–амфибии в условиях ветроволновых возмущений / Г. Е. Веселов, И. А. Попов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2024. – Т. 25, № 8. – С. 425–435.

278. Филимонов, Н. Б. Методологический кризис «всепобеждающей математизации» современной теории управления / Н. Б. Филимонов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2016. – Т. 17, № 5. – С. 291–301.

279. Sepulchre, R. Constructive Nonlinear Control / R. Sepulchre, M. Jankovic, P. V. Kokotovic. – New York : Springer-Verlag, 1997. – 313 p. – Текст :

непосредственный.

280. Стабилизируемость и универсальные законы управления движением твердого тела при учете аэродинамических воздействий / Г. С. Бюшгенс, М. Г. Гоман, В. И. Матюхин [и др.] // Доклады РАН. – 1995. – Т. 342, № 1. – С. 247–250.

281. Пятницкий, Е. С. Синтез иерархических систем управления механическими и электромеханическими объектами на принципе декомпозиции / Е. С. Пятницкий // Автоматика и телемеханика. – 1989. – Т. 50, № 1. – С. 87–99.

282. Уткин, В. И. Синтез инвариантных систем методом разделения движений / В. И. Уткин, В. А. Уткин // Автоматика и телемеханика. – 1983. – Вып. 12. – С. 39–48.

283. Крутько, П. Д. Алгоритмы нетрадиционной структуры в задачах управления продольным движением летательных аппаратов / П. Д. Крутько // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2010. – № 2. – С. 83–95.

284. Филимонов, Н. А. Энергетический подход и принцип многорежимности в задачах управления лагранжевыми динамическими системами : специальность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Филимонов Никита Александрович. – Москва, 2006. – 177 с. – Текст : непосредственный.

285. Харьков, В. П. Синтез управления беспилотным летательным аппаратом на основе метода обратных задач динамики и параметрической идентификации / В. П. Харьков, О. Н. Корсун, О. Н. Гребнев // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2010. – № 12. – С. 18–23.

286. Медведев, В. С. Энергетический подход в задачах управления манипуляционными роботами / В. С. Медведев, Н. А. Филимонов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2003. – № 4. – С. 22–27.

287. Александров, А. Ю. Об устойчивости и стабилизации систем с нелинейными поглотителями энергии / А. Ю. Александров, А. А. Косов // Вестник Санкт-Петербургского университета. – 2011. – № 1. – С. 106–115.

288. Чернышев, А. Б. Синергетический синтез законов управления в

экологической системе «хищник–жертва» и моделирование замкнутых систем / А. Б. Чернышев, О. И. Атрощенко // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2016. – Т. 177, № 4. – С. 49–59.

289. Пятницкий, Е. С. Управляемость классов лагранжевых систем с ограниченными управлениями / Е. С. Пятницкий // Автоматика и телемеханика. – 1996. – Т. 57, № 12. – С. 29–37.

290. Костоглолов, А. А. Метод идентификации параметров голономных систем на основе аппарата асинхронного варьирования / А. А. Костоглолов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2003. – № 2. – С. 86–92.

291. Охоцимский, Д. Е. Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли / Д. Е. Охоцимский, Т. М. Энеев // Успехи физических наук. – 1957. – Т. LXIII, вып. 1. – С. 5–32.

292. Голубев, Ю. Ф. Метод Охоцимского-Понтрягина в теории управления и аналитической механике. Часть 1: метод Охоцимского-Понтрягина в теории управления / Ю. Ф. Голубев // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика, механика. – 2008. – № 6. – С. 50–55.

293. Костоглолов, А. А. Использование инвариантных многообразий в задачах синтеза оптимальных систем / А. А. Костоглолов // Автоматика и вычислительная техника. – 2001. – № 4. – С. 53–61.

294. Шмалько, Е. Ю. Поддержка средств автономной навигации мобильного робота с помощью внутренней модели на нейронной сети / Е. Ю. Шмалько, И. В. Прокопьев, А. И. Дивеев // International Journal of Open Information Technologies. – 2023. – Т. 11, № 2. – С. 25–31.

295. Бетанов, В. В. Оценивание характеристик технических систем в условиях неоднозначной вероятностной формализации экспериментальных и априорных данных / В. В. Бетанов, Л. Н. Лысенко // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2001. – № 3. – С. 27–33.

296. Мелихов, А. Н. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой / А. Н. Мелихов, Л. С. Бернштейн, С. Я. Коровин. – Москва : Наука, 1990.

– 272 с. – Текст : непосредственный.

297. Эшли-Росс, У. Введение в кибернетику / У. Эшли-Росс. – Москва : Издательство иностранной литературы, 1959. – 430 с. – Текст : непосредственный.

298. Роштейн, А. П. Нечеткий многокритериальный анализ вариантов с применением парных сравнений / А. П. Роштейн, С. Д. Штовба // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2001. – № 3. – С. 150–154.

299. Бураков, М. В. Структура нейронечеткого регулятора для управления динамическим объектом / М. В. Бураков // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2001. – № 6. – С. 160–165.

300. Бураков, М. В. Механизм адаптации нечеткого регулятора / М. В. Бураков // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 1998. – № 1. – С. 84–87.

301. Алиев, Р. А. Управление производством при нечеткой исходной информации / Р. А. Алиев, А. Э. Церковный, Г. А. Мамедова. – Москва : Энергоатомиздат, 1991. – 240 с. – Текст : непосредственный.

302. Развитие вычислительных систем с элементами искусственного интеллекта, применяемых в системах управления космическими аппаратами / В. Н. Бранец, Д. Клаб, А. С. Кнутов [и др.] // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2004. – № 4. – С. 146–149.

303. Белоусов, Л. Ю. Оценивание параметров движения космических аппаратов / Л. Ю. Белоусов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 216 с. – Текст : непосредственный.

304. Амосов, О. С. Фильтрация марковских последовательностей на основе байесовского, нейросетевого подходов и систем нечеткой логики при обработке навигационной информации / О. С. Амосов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2004. – № 4. – С. 61–69.

305. Афанасьев, В. И. Нейросетевые и статистически оптимальные алгоритмы оценки координат источников радиоизлучения в многопозиционных радиосистемах / В. И. Афанасьев, Э. А. Кирсанов, А. А. Сирота // Радиотехника. –

2003. – № 10. – С. 87–91.

306. Дюбуа, Д. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике / Д. Дюбуа, А. Прад. – Москва : Радио и связь, 1990. – 288 с. – Текст : непосредственный.

307. Заде, Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде. – Москва : Мир, 1976. – 165 с. – Текст : непосредственный.

308. Круглов, В. В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика / В. В. Круглов. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2002. – 382 с. – Текст : непосредственный.

309. Ловцов, Д. А. Введение в информационную теорию АСУ / Д. А. Ловцов. – Москва : Военная академия им. Ф.Э. Дзержинского, 1996. – 433 с. – Текст : непосредственный.

310. Методические основы аналитического конструирования регуляторов нечеткого управления / В. М. Лохин, И. М. Макаров, С. В. Манько [и др.] // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2001. – № 1. – С. 56–69.

311. Пospelов, Д. А. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Д. А. Пospelов. – Москва : Наука, 1986. – 312 с. – Текст : непосредственный.

312. Осовский, С. Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский. – Москва : Финансы и статистика, 2002. – 344 с. – Текст : непосредственный.

313. Федунов, Б. Е. Нечеткие модели интеллектуальных систем управления: Теоретические и прикладные аспекты / Б. Е. Федунов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 1998. – № 6. – С. 150–158.

314. Потюпкин, А. Ю. Оценивание технического состояния объектов контроля, описываемых в виде нечеткого уравнения в отношениях / А. Ю. Потюпкин // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 1999. – № 4. – С. 111–119.

315. Потюпкин, А. Ю. Решение задачи идентификации нечетких систем / А. Ю. Потюпкин // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 1996. – № 4. – С. 110–118.
316. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, П. Рутковский. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2004. – 452 с. – Текст : непосредственный.
317. Jang, J.–S. R. ANFIS Adaptive–Network Based Fuzzy System / J.–S. R. Jang // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. – 1993. – № 6. – Pp. 665–685.
318. Кудинов, Ю. И. Синтез нечеткой системы управления / Ю. И. Кудинов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 1999. – № 1. – С. 166–172.
319. Лысенко, Л. Н. О возможности применения теории нечеткого управления при сближении космических аппаратов / Л. Н. Лысенко, А. В. Кузьмин // Полет. – 2022. – № 5. – С. 9–13.
320. Васильев, В. В. Многоэтапная математическая обработка измерений параметров движения объектов / В. В. Васильев. – Москва : МО СССР, 1986. – 123 с. – Текст : непосредственный.
321. Гардинер, К. В. Стохастические методы в естественных науках / К. В. Гардинер. – Москва : Мир, 1986. – 539 с. – Текст : непосредственный.
322. Норман, Г. Э. Стохастическая теория метода классической молекулярной динамики / Г. Э. Норман, В. В. Стегайлов // Математическое моделирование. – 2012. – Т. 24, № 6. – С. 3–44.
323. Rong Li, X. Survey of Maneuvering Target Tracking. Part I. Dynamic Models / X. Rong Li, V. P. Jilkov // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2003. – Vol. 39, № 4. – Pp. 1333–1364.
324. Карачанская, Е. В. Неслучайные функции и решения стохастических дифференциальных уравнений типа Ланжевена / Е. В. Карачанская, А. П. Петрова // Математические заметки СВФУ. – 2016. – Т. 23, № 3. – С. 55–69.
325. Сейдж, Э. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. П. Сейдж, Дж. Мелса ; пер. с англ. под ред. Б. Р. Левина. – Москва : Связь, 1976.

– 496 с. – Текст : непосредственный.

326. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач : учебное пособие для вузов / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – Москва : Наука, 1986. – 286 с. – Текст : непосредственный.

327. Prygunov, A. G. Holographic Interferometer Sensitivity Estimation in Optical Measurements / A. G. Prygunov, A. S. Kornev, S. V. Lazarenko // Measurement Techniques. – 2024. – Vol. 66, № 10. – Pp. 794–802.

328. Костоглотов, А. А. Оптимизация динамических процессов на основе объединенного принципа максимума / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко. – Ростов-на-Дону: РАС ЮРГУЭС, 2009. – 56 с. – Текст : непосредственный.

329. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкредидзе [и др.]. – Москва : Наука, 1983. – 393 с. – Текст : непосредственный.

330. Современная прикладная теория управления: оптимизационный подход в теории управления : монография / А. А. Красовский, А. А. Колесников, В. Н. Буков [и др.]. – Москва : Интеграция ; Таганрог : Таганрогский радиотехнический университет, 2000. – 400 с. – Текст : непосредственный.

331. Алексеев, В. М. Оптимальное управление / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. – Москва : Физматлит, 2018. – 384 с. – Текст : непосредственный.

332. Борисов, А. В. Динамика твердого тела / А. В. Борисов, И. С. Мамаев. – Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2001. – 384 с. – Текст : непосредственный.

333. Гантмахер, Ф. Р. Лекции по аналитической механике / Ф. Р. Гантмахер. – Москва : Наука, 1966. – 300 с. – Текст : непосредственный.

334. Маркеев, А. П. Теоретическая механика / А. П. Маркеев. – Москва : Наука, 1990. – 416 с. – Текст : непосредственный.

335. Галиуллин, А. С. Методы решения обратных задач динамики / А. С. Галиуллин. – Москва : Наука, 1986. – 224 с. – Текст : непосредственный.

336. Козлов, В. В. Конструктивный подход к обоснованию динамики систем со связями / В. В. Козлов // Сборник научно-методических статей. Теоретическая механика. – 1990. – № 20. – С. 8–15.

337. Кларк, Ф. Оптимизация и негладкий анализ / Ф. Кларк. – Москва : Наука, 1988. 279 с. – Текст : непосредственный.

338. Моисеев, Н. Н. Численные методы в теории оптимальных систем / Н. Н. Моисеев. – Москва : Наука, 1971. – 424 с. – Текст : непосредственный.

339. Абовский, Н. П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек / Н. П. Абовский, Н. П. Андреев, А. П. Деруга. – Москва : Наука, 1978. – 288 с. – Текст : непосредственный.

340. Кугушев, Е. И. Об инвариантных многообразиях механических систем / Е. И. Кугушев, В. А. Мельдианова // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. – 2002. – № 19. – С. 1–32.

341. Kostoglotov, A. A. Joint Maximum Principle in the Problem of Synthesizing an Optimal Control of Nonlinear Systems / A. A. Kostoglotov, A. I. Kostoglotov, S. V. Lazarenko // Automatic Control and Computer Sciences. – 2007. – Vol. 41, № 5. – Pp. 274–281.

342. Фельдбаум, А. А. О синтезе оптимальных систем с помощью фазового пространства / А. А. Фельдбаум // Автоматика и телемеханика. – 1965. – № 2. – С. 129–149.

343. Фельдбаум, А. А. Вычислительные устройства в автоматических системах / А. А. Фельдбаум. – Москва : Физматлит, 1959. – 800 с. – Текст : непосредственный.

344. Четаев, Н. Г. Устойчивость движения. Работы по аналитической механике / Н. Г. Четаев. – Москва : Издательство АН СССР, 1962. – 535 с. – Текст : непосредственный.

345. Пожарицкий, Г. К. О построении функции Ляпунова из интегралов уравнений возмущенного движения / Г. К. Пожарицкий // Прикладная математика и механика. – 1958. – Т. 22, № 2. – С. 145–154.

346. Алдакимов, Ю. В. Перестройка режима в однопараметрическом

семействе задач оптимального управления / Ю. В. Алдакимов // Прикладная математика и механика. – 2001. – Т. 65, № 3. – С. 400–407.

347. Fuller, A. T. Study of an Optimum Non-linear Control System / A. T. Fuller // Journal of Electronics and Control. – 1963. – Vol. 15, № 1. – Pp. 63–71.

348. Колесников, А. А. Синергетическая теория управления (Инварианты, оптимизация, синтез) / А. А. Колесников. – Таганрог : Гос. радиотехн. ун-т ; Москва : Энергоатомиздат, 1994. – 344 с. – Текст : непосредственный.

349. Kostoglotov, A. A. Intellectualization of Industrial Systems Based on the Synthesis of a Robotic Manipulator Control Using a Combined–Maximum Principle Method / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, Z. V. Lyashchenko // Proceedings of the First International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry”. – 2016. – Pp. 375–383.

350. Han, L. Energy-coupling-based adaptive control for quadrotor transportation systems with double-pendulum swing effects / L. Han, R. Peng, M. Zhang // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2025. – Vol. 238. – Pp. 113273.

351. Wang, C. Double-pendulum underactuated control for quadrotor UAV with slung load / C. Wang, B. Fan, J. Dong // Aircraft Engineering and Aerospace Technology. – 2025. – Vol. 97, № 9. – Pp. 1172–1189.

352. Yan, B. An enhanced coupling nonlinear control for quadrotor with suspended double-pendulum payload / B. Yan, H. Lin, C. Cai // International Journal of Robust and Nonlinear Control. – 2024. – Vol. 34, № 14. – Pp. 9676–9696.

353. Матюхин, В. И. Управление механическими системами / В. И. Матюхин. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 320 с. – Текст : непосредственный.

354. Оценка эффективности управления квадрокоптеров в среде симуляции GAZEBO / С. В. Лазаренко, И. В. Решетникова, А. С. Пеньков [и др.] // Труды Северо-Кавказского филиала Московского технического университета связи и информатики. – Москва, 2024. – Т. 1. – С. 128–131.

355. Kostoglotov, A. A. Synthesis of Multimode Regulators Based on the Decomposition of the Control Space Using the Maximum Condition of the Generalized Power Function / A. A. Kostoglotov, A. A. Agapov, S. V. Lazarenko // 2019 International

Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon 2019). – 2019. – Pp. 1–4.

356. Raupach, S. Chirped Frequency Transfer: A Tool for Synchronization and Time Transfer / S. Raupach, G. Grosche // IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control. – 2014. – Vol. 61. – Pp. 920–929.

357. Li, Z. Comparison of Optical Self-Phase Locked Loop Techniques for Frequency Stabilization of Oscillators / Z. Li, P. Ajay, R. Ulrich // IEEE Photonics Journal. – 2014. – Vol. 6. – Pp. 1–15.

358. Сафарьян, О. А. Метод оценки частоты генераторов в условиях непрогнозируемого изменения длительности интервала измерений / О. А. Сафарьян // Вестник Донского государственного технического университета. – 2014. – Т. 14, № 4(79). – С. 142–149.

359. Сю, Д. Современная теория автоматического управления и ее применение / Д. Сю, А. Мейер. – Москва : Машиностроение, 1972. – 544 с. – Текст : непосредственный.

360. Попов, В. М. Об абсолютной устойчивости нелинейных систем автоматического регулирования / В. М. Попов // Автоматика и телемеханика. – 1961. – Т. 22, № 8. – С. 961–979.

361. Ван Трис, Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том I. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции / Г. Ван Трис. – Москва : Советское радио, 1972. – 744 с. – Текст : непосредственный.

362. Гелож, Ю. А. Организация процессов управления в системе фазовой синхронизации / Ю. А. Гелож, П. П. Клименко, А. В. Максимов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2009. – Т. 91, № 2. – С. 170–178.

363. Kostoglotov, A. A. Synthesis of Phase-locked Loop System Structure with Adaptation Based on Combined-maximum Principle / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, D. S. Andrashitov // MATEC Web of Conferences. – 2016. – Vol. 77. – Article number 15002.

364. D'Andrea, N. A Binary Quantized Digital Phase Locked Loop: A Graphical

Analysis / N. D'Andrea, F. Russo // IEEE Transactions on Communications. – 1978. – Vol. 26, № 9. – Pp. 1355–1364.

365. Yamamoto, H. Performance of Binary Quantized All Digital Phase-Locked Loop with a New Class of Sequential Filter / H. Yamamoto, S. Mori // IEEE Transactions on Communications. – 1978. – Vol. 26, № 1. – Pp. 35–45.

366. Шахгильдян, В. В. Системы фазовой автоподстройки частоты / В. В. Шахгильдян, А. А. Ляховский. – Москва : Связь, 1972. – 477 с. – Текст : непосредственный.

367. Система фазовой автоподстройки частоты в режиме захвата с корректирующей петлей авторегулирования / А. А. Костоготов, В. А. Малый, А. И. Понкратов [и др.] // Успехи современной радиоэлектроники. – 2013. – № 8. – С. 32–36.

368. Pasternack, G. Analysis and Synthesis of a Digital Phase-Locked Loop for FM Demodulation / G. Pasternack, R. L. Whalin // Bell System Technical Journal. – 1968. – Vol. 47, № 10. – Pp. 2207–2237.

369. Van Trees, H. L. Functional Techniques for the Analysis of the Nonlinear Behavior of Phase-Locked Loops / H. L. Van Trees // Proceedings of the IEEE. – 1964. – Vol. 52, № 8. – Pp. 894–911.

370. Синтез квазиоптимальных цифровых систем фазовой автоподстройки частоты при аддитивных помехах / К. Шэнь, Б. И. Шахтарин, К. А. Неусыпин [и др.] // Радиотехника и электроника. – 2017. – Т. 62, № 8. – С. 767–773.

371. Kostoglotov, A. A. Synthesis of Intelligent Fuzzy Control in the Space of Bounded Piecewise-Continuous Functions Based on the Combined Maximum Principle / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, I. A. Nikitin // MATEC Web of Conferences. – 2018. – Vol. 226. – Pp. 7–12.

372. Музыченко, Н. Ю. Нечетко-логический фильтр слежения за динамическими объектами / Н. Ю. Музыченко, М. М. Москат // Общие вопросы радиоэлектроники: научно-технический сборник. – Ростов-на-Дону : Ростовский научно-исследовательский институт радиосвязи, 2005. – С. 12–22.

373. Никифоров, В. О. Интеллектуальное управление в условиях

неопределенности : учебное пособие для вузов / В. О. Никифоров, О. В. Слита, А. В. Ушако. – Санкт-Петербург : СПбГУ ИТМО, 2011. – 226 с. – Текст : непосредственный.

374. Kostoglotov, A. A. Synthesis of PLL in Capture Mode with a Fuzzy Controller of Quasi-Optimal Structure Based on the Maximum Condition of the Generalized Power Function / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, V. O. Zekhtser // Proceedings of the Seventh International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (IITI’23). – 2023. – Pp. 159–168.

375. Пегат, А. Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 798 с. – Текст : непосредственный.

376. Андриевский, Б. Р. Методы подавления нелинейных колебаний в астатических системах автопилотирования летательных аппаратов / Б. Р. Андриевский, Н. В. Кузнецов, Г. А. Леонов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2017. – № 3. – С. 455–470.

377. Адаптивная настройка распределенных регуляторов / С. В. Быстров, В. В. Григорьев, О. К. Мансурова [и др.] // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2019. – Т. 62, № 9. – С. 814–824.

378. Kostoglotov, A. A. Intellectualization of Measuring Systems Based on the Method of Structural Adaptation in the Construction of Tracking Filter / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, Z. V. Lyashchenko // Proceedings of 2017 XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM). – St. Petersburg : IEEE, 2017. – Pp. 568–570.

379. Борисов, А. В. Проблемы минимаксного оценивания случайных элементов со значениями в гильбертовых пространствах / А. В. Борисов, А. Р. Панков // Автоматика и телемеханика. – 1996. – № 6. – С. 61–75.

380. Метод условно-минимаксной нелинейной фильтрации и современные подходы к оцениванию состояний нелинейных систем / А. В. Борисов, А. В. Босов, А. И. Кибзун [и др.] // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 1. – С. 3–17.

381. Сеницын, И. Н. Развитие теории фильтров Пугачева для оперативной обработки информации в стохастических системах / И. Н. Сеницын // Информация

и ее применение. – 2007. – Т. 1, № 1. – С. 3–13.

382. Борисов, А. В. Минимаксное оценивание в линейных дифференциальных неопределенно-стохастических системах / А. В. Борисов, Р. А. Панков, Н. М. Сотский // Автоматика и телемеханика. – 1992. – № 4. – С. 57–63.

383. Костоглотов, А. А. Цифровая интеллектуальная измерительная процедура / А. А. Костоглотов // Измерительная техника. – 2002. – № 7. – С. 16–21.

384. Дьяченко, М. И. Мера и интеграл / М. И. Дьяченко, П. Л. Ульянов. – Москва : Фактор, 1998. – 160 с. – Текст : непосредственный.

385. Березинская, С. Н. О движении механических систем с односторонними связями / С. Н. Березинская, Е. И. Кутушев, О. В. Сорокина // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика, механика. – 2005. – № 3. – С. 18–24.

386. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – Москва : Наука, 1979. – 288 с. – Текст : непосредственный.

387. Васильев, Ф. П. Методы решения экстремальных задач / Ф. П. Васильев. – Москва : Наука, 1981. – 400 с. – Текст : непосредственный.

388. Трухачев, Р. И. Теория неклассических вариационных задач / Р. И. Трухачев, В. В. Хоменюк. – Ленинград [Санкт-Петербург] : ЛГУ, 1971. – 168 с. – Текст : непосредственный.

389. Nabaa, N. Validation and Comparison of Coordinated Turn Aircraft Maneuver Models: 1 / N. Nabaa, R. H. Bishop // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2000. – Vol. 36, № 1. – Pp. 250–259.

390. Кузьмин, С. З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С. З. Кузьмин. – Киев: Квиц, 2000. – 428 с. – Текст : непосредственный.

391. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семяндяев. – Санкт-Петербург : Лань, 2010. – 608 с. – Текст : непосредственный.

392. Коган, М. М. О двойственности по лагранжу стохастических и детерминированных минимаксных задач управления и фильтрации / М. М. Коган // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 2. – С. 35–53.

393. Kostoglotov, A. A. Synthesis of Multi-Model Algorithms for Intelligent Estimation of Motion Parameters Under Conditions of Uncertainty Using Condition of Generalized Power Function Maximum and Fuzzy Logic / A. A. Kostoglotov, A. S. Penkov, S. V. Lazarenko // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. – 2020. – Vol. 1156. – Pp. 541–547.

394. Singer, R. A. Estimating Optimal Tracking Filter Performance for Manned Maneuvering Targets / R. A. Singer // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. – 1970. – Vol. 6, № 4. – Pp. 473–483.

395. Kostoglotov, A. A. Quasi-Optimal Synthesis of an Adaptive Filter in the Problem of Estimating the State of Dynamic Systems / A. A. Kostoglotov, A. S. Penkov, S. V. Lazarenko // *E3S Web of Conferences*. – 2020. – Vol. 210. – Article number 01002.

396. Разработка метода структурно-параметрического синтеза фильтра оценки состояния динамических систем калмановского типа с адаптивной моделью / О. В. Чаплыгин, А. А. Костоглотов, А. С. Пеньков [и др.] // Пензенский государственный аграрный университет: сборник статей VII Всероссийской научно-технической конференции для молодых ученых и студентов с международным участием. – Пенза, 2021. – С. 244–250.

397. Kostoglotov, A. A. Synthesis of Adaptive Algorithms for Estimating the Parameters of Angular Position Based on the Combined Maximum Principle / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, A. S. Penkov // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. – 2019. – Vol. 874. – Pp. 107–115.

398. Репин, В. Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем / В. Г. Репин, Г. П. Тартаковский. – Москва : Советское радио, 1977. – 432 с. – Текст : непосредственный.

399. Sage, A. P. System Identification / A. P. Sage, J. L. Melsa. – New York ; London : Academic Press, 1971. – 221 p. – Текст : непосредственный.

400. Kaufman, P. J. Smarter Trading: Improving Performance in Changing Markets / P. J. Kaufman. – New York : McGraw-Hill, 1995. – 276 p. – Текст : непосредственный.

401. Schooler, C. C. Optimal $\alpha - \beta$ Filters for Systems with Modeling

Inaccuracies / C. C. Schooler // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 1975. – Vol. 11, № 6. – Pp. 1300–1306.

402. López, J. Drones for Conservation in Protected Areas: Present and Future / J. López, M. Mulero-Pázmány // Drones. – 2019. – Vol. 3. – Article number 10. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446X/3/1/10>. – Дата публикации: 09.11.2019.

403. UAV Approach for Detecting Plastic Marine Debris on the Beach: A Case Study in the Po River Delta (Italy) / Y. Taddia, C. Corbau, J. Buoninsegni [et al.] // Drones. – 2021. – Vol. 5. – Article number 140. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446x/5/4/140>. – Дата публикации: 24.11.2021.

404. Shukla, D. Multicopter Drone Aerodynamic Interaction Investigation / D. Shukla, N. Komerath // Drones. – 2018. – Vol. 2. – Article number 43. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446X/2/4/43>. – Дата публикации: 03.12.2018.

405. Sarkar, N. Artificial Intelligence–Based Autonomous UAV Networks: A Survey / N. Sarkar, S. Gul // Drones. – 2023. – Vol. 7. – Article number 322. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446X/7/5/322>. – Дата публикации: 16.05.2023.

406. Saeed, Z. On–Board Small–Scale Object Detection for Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) / Z. Saeed, M. H. Yousaf, R. Ahmed [et al.] // Drones. – 2023. – Vol. 7. – Article number 310. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446x/7/5/310>. – Дата публикации: 06.05.2023.

407. Radaideh, A. Self-Localization of Tethered Drones without a Cable Force Sensor in GPS–Denied Environments / A. Radaideh, L. Sun // Drones. – 2021. – Vol. 5. – Article number 135. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446X/5/4/135>. – Дата публикации: 17.11.2021.

408. Исследование колебаний квадрокоптера при внешних периодических воздействиях / Н. И. Попов, О. В. Емельянова, С. Ф. Яцун [и др.] // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 1. – С. 28–32.

409. Siti, I. New Trajectory Tracking Approach for a Quadcopter Using Genetic Algorithm and Reference Model Methods / I. Siti, M. Mjahed, H. Ayad // Applied Sciences. – 2019. – Vol. 9. – Article number 1780. – URL: <https://www.mdpi.com/2076-3417/9/9/1780>. – Дата публикации: 29.04.2019.

410. Beard, R. W. *Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice* / R. W. Beard, T. W. McLain. – Oxford : Princeton University Press, 2012. – 320 p. – Текст : непосредственный.

411. GPS–Spoofing Attack Detection Technology for UAVs Based on Kullback-Leibler Divergence / E. Basan, E. A. Basan, A. Nekrasov [et al.] // *Drones*. – 2021. – Vol. 6. – Article number 8. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446x/6/1/8>. – Дата публикации: 29.01.2021.

412. Amassing the Security: An Enhanced Authentication Protocol for Drone Communications over 5G Networks / T. Y. Wu., X. Guo, Y. Chen [et al.] // *Drones*. – 2021. – Vol. 6. – Article number 10. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446X/6/1/10>. – Дата публикации: 31.12.2021.

413. Titterton, D. H. *Strapdown Inertial Navigation Technology* / D. H. Titterton, J. L. Weston. – London : Peter Peregrinus Ltd., 1997. – 558 p. – Текст : непосредственный.

414. Proactive Guidance for Accurate UAV Landing on a Dynamic Platform: A Visual-Inertial Approach / C. W. Chang, L. Y. Lo, H. C. Cheung [et al.] // *Sensors*. – 2022. – Vol. 22. – Article number 404. – URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/22/1/404>. – Дата публикации: 05.01.2022.

415. González, I. Real-Time Improvement of a Trajectory-Tracking Control Based on Super-Twisting Algorithm for a Quadrotor Aircraft / I. González, S. Salazar, R. Lozano, O. Ramírez-Ayala // *Drones*. – 2022. – Vol. 6. – Article number 36. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446x/6/2/36>. – Дата публикации: 05.01.2022.

416. Martinez, B. Oxpecker: A Tethered UAV for Inspection of Stone-Mine Pillars / B. Martinez, R. Lima, K. Samarakoon [et al.] // *Drones*. – 2023. – Vol. 7. – Article number 73. – URL: <https://www.mdpi.com/2504-446X/7/2/73>. – Дата публикации: 19.01.2023.

417. Tong, X. Integration of UAV-Based Photogrammetry and Terrestrial Laser Scanning for the Three-Dimensional Mapping and Monitoring of Open-Pit Mine Areas / X. Tong, X. Liu, P. Chen // *Remote Sensing*. – 2015. – Vol. 7, № 6. – Pp. 6635–6662.

418. Demirhan, M. Development of an Automated Camera-Based Drone Landing

System / M. Demirhan, C. Premachandra // IEEE Access. – 2020. – Vol. 8. – Pp. 202111–202121.

419. Durrant-Whyte, H. Simultaneous Localization and Mapping: Part I / H. Durrant-Whyte, T. Bailey // IEEE Robotics & Automation Magazine. – 2006. – Vol. 13, № 2. – Pp. 99–110.

420. Bialer, O. Super Resolution Wide Aperture Automotive Radar / O. Bialer, A. Jonas, T. Tirer // IEEE Sensors Journal. – 2021. – № 99. – Pp. 1–5.

421. Bar-Shalom, Y. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms, and Software / Y. Bar-Shalom, X. Rong Lee, T. Kirubarajan. – [S. l.] : John Wiley & Sons, 2001. – 580 p. – Текст : непосредственный.

422. Yang, J. L. A Novel Robust Two-Stage Extended Kalman Filter for Bearings-Only Maneuvering Target Tracking / J. L. Yang, H. B. Ji // International Journal of Physical Sciences. – 2011. – Vol. 6 № 5. – Pp. 987-991.

423. Руденко, Е. А. Оптимальная структура дискретных нелинейных фильтров малого порядка / Е. А. Руденко // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 9. – С. 58–71.

424. Rudenko, E. A. Analytical-Numerical Approximations of the Optimal Recurrent Logical-Dynamical Low Order Filter-Predictor / E. A. Rudenko // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2015. – Vol. 54, № 5. – Pp. 691–714.

425. Kostoglotov, A. A. Synthesis of Algorithms for Estimation of Parameters and State of Dynamic Systems Using Additional Invariants / A. A. Kostoglotov, I. V. Deryabkin, S. V. Lazarenko // 2016 IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). – Yerevan : IEEE, 2016. – Pp. 1–5.

426. Kostoglotov, A. A. Fuzzy Control Laws in the Basis of Solutions of Synthesis Problems of the Combined Maximum Principle / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, I. V. Deryabkin // Proceedings of the Second International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (IITI’17). – 2018. – Vol. 679. – Pp. 322–329.

427. Kostoglotov, A. A. The Combined Maximum Principle in the Problem of Synthesis of an Adaptive Dynamic Filter Under Conditions of Disturbances in the

Measurement Process / A. A. Kostoglotov, A. A. Kuzin, S. V. Lazarenko // MATEC Web of Conferences. – 2017. – Vol. 132. – Pp. 5–9.

428. Kostoglotov, A. A. Synthesis of Adaptive Tracking Systems Based on the Hypothesis of Stationarity of the Hamiltonian on the Switching Hypersurface / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2017. – Vol. 62, № 2. – Pp. 123–127.

429. Kostoglotov, A. A. Method of Estimation Algorithms Synthesis of Dynamic Processes with Construction of the Reference Trajectory in Transients Disturbances / A. A. Kostoglotov, I. V. Deryabkin, S. V. Lazarenko // 2017 International Conference on Mechanical, System and Control Engineering (ICMSC). – St. Petersburg : IEEE, 2017. – Pp. 367–371.

430. Kostoglotov, A. A. Combined Maximum Principle as the Basis of Intellectualization of Control Systems for a Suspension of Vehicles / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, I. V. Deryabkin // Proceedings of the Second International Scientific Conference “Intelligent Information Technologies for Industry” (ITI’17). – 2018. – Pp. 150–155.

431. Сирая, Т. Н. Методы обработки данных при измерениях и метрологические модели / Т. Н. Сирая // Измерительная техника. – 2018. – № 1. – С. 9–14.

432. Цветков, Э. И. Основы математической метрологии / Э. И. Цветков. Санкт-Петербург : Политехника, 2005. – 510 с. – Текст : непосредственный.

433. Кузнецов, В. А. Общая метрология / В. А. Кузнецов, Г. В. Ялунина. – Москва : Издательство стандартов, 2001. – 272 с. – Текст : непосредственный.

434. Онатский, П. П. Автоматические измерения и приборы (аналоговые и цифровые) / П. П. Онатский. – Киев : Вища школа, 1986. – 504 с. – Текст : непосредственный.

435. Яшин, А. В. Об аттестации программного обеспечения средств измерений / А. В. Яшин, Д. П. Бачурин // Датчики и системы. – 2014. – № 8(183). – С. 67–71.

436. Кудяров, Ю. А. Генерация эталонных данных методом нуль-

пространства для тестирования электронных таблиц, прикладных математических пакетов и алгоритмов / Ю. А. Кудеяров, А. А. Сатановский // Законодательная и прикладная метрология. – 2005. – № 2. – С. 39–46.

437. Грановский, В. А. Проблема адекватности моделей в измерениях / В. А. Грановский, Т. Н. Сирая // Датчики и системы. – 2007. – № 10. – С. 52–61.

438. Куликовский, К. Л. Коррекция динамической погрешности инерционных измерительных преобразователей с передаточной функцией второго порядка / К. Л. Куликовский // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2011. – № 4(32). – С. 62–68.

439. Датчики теплофизических и механических параметров : справочник в 3-х томах / Е. Е. Багдатыев, В. Д. Бурков, А. В. Гориш [и др.]. – Москва : Радиотехника, 1998. – Т. 1. – 458 с. – Текст : непосредственный.

440. Адаптивный ПИД-регулятор / А. М. Шубладзе, С. В. Гуляев, В. А. Малахов [и др.] // Датчики и системы. – 2008. – № 1. – С. 20–23.

441. Шестаков, А. Л. Новый подход к измерению динамически искаженных сигналов / А. Л. Шестаков, Г. А. Свиридюк // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2010. – № 16(192). – С. 116–120.

442. Бокс, Дж. Анализ временных рядов, прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – Москва : Мир, 1974. – 406 с. – Текст : непосредственный.

443. Ван Трис, Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том II: Теория нелинейной модуляции / Г. Ван Трис. – Москва : Советское радио, 1975. – 344 с. – Текст : непосредственный.

444. Костоглолов, А. А. Синтез интеллектуальной измерительной процедуры на основе метода минимальных ошибок / А. А. Костоглолов, А. А. Кузнецов // Измерительная техника. – 2005. – № 7. – С. 8–13.

445. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – Москва : Главная редакция физико-математической литературы, 2010. – 560 с. – Текст : непосредственный.

446. Бар-Шалом, Я. Траекторная обработка. Принципы, способы и

алгоритмы / Я. Бар-Шалом. – Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. – 239 с. – Текст : непосредственный.

447. Moshiri, B. Maneuvering Target Tracking / B. Moshiri, F. Besharati // WSEAS Transactions on Circuits and Systems. – 2004. – Vol. 3, № 1. – Pp. 176–182.

448. Матвеев, В. В. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В. В. Матвеев, В. Я. Распопов. – Санкт-Петербург : Концерн «ЦНИИ "Электроприбор"», 2009. – 280 с. – Текст : непосредственный.

449. Farina, A. Radar Data Processing. Volume I: Introduction and Tracking / A. Farina, F. Studer. – Rome: Research Studies Press Ltd., 1985. – 348 p. – Текст : непосредственный.

450. Estimation of the Total Rotational Velocity of a Non-Cooperative Target with a High Cross-Range Resolution 3D InSAR System / B. Ng, H. Tran, M. Martorella [et al.] // IET Radar, Sonar & Navigation. – 2017. – Vol. 11.

451. Zhang, Y. Estimation of Translational Motion Parameters in Terahertz Interferometric Inverse Synthetic Aperture Radar (InSAR) Imaging Based on a Strong Scattering Centers Fusion Technique / Y. Zhang, Q. Yang, B. Deng // Remote Sensing. – 2019. – Vol. 11. – Pp. 12–21.

452. Андрашитов, Д. С. Синтез рекуррентных алгоритмов параметрической идентификации на базе вариационных принципов / Д. С. Андрашитов // Образовательные ресурсы и технологии. – 2017. – № 3(20). – С. 48–54.

453. Воскобойников, Ю. Е. Устойчивые методы решения обратных измерительных задач : монография / Ю. Е. Воскобойников. – Новосибирск : НГАСУ, 2007. – 184 с. – Текст : непосредственный.

454. Kálmán, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems / R. E. Kálmán // Journal of Basic Engineering. – 1960. – Vol. 82, № 1. – Pp. 35–40.

455. Сизков, В. С. Устойчивые методы обработки результатов измерений / В. С. Сизков. – Санкт-Петербург : СпецЛит, 1999. – 240 с. – Текст : непосредственный.

456. Алифанов, О. М. Экстремальные методы решения некорректных задач / О. М. Алифанов, Е. А. Артюхин, С. В. Румянцев. – Москва : Наука, 1988. – 288 с.

– Текст : непосредственный.

457. Kostoglotov, A. A. The Stochastic Synthesis of the Adaptive Filter for Estimating the Controlled Systems State Based on the Condition of Maximum of the Generalized Power Function / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, A. A. Kuznetsov // MATEC Web of Conferences. – 2016. – Vol. 77. – Pp. 02008.

458. Muzychenko, N. Synthesis of an Optimum Linear Meter for Observations in the Presence of Correlated Interferences on the Basis of Fuzzy–Logic Algorithms / N. Muzychenko // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2010. - Vol. 55, № 7. – Pp. 755–758.

459. Бар-Шалом, Я. Многоцелевой многосенсорный трекинг: принципы и методы / Я. Бар-Шалом, Х.-Р. Ли. – Новосибирск : Издательство ЮБС, 1995. – 615 с. – Текст : непосредственный.

460. Синтез интеллектуальных дискретных алгоритмов оценивания с адаптацией модели на основе комбинированного принципа максимума / А. А. Костоглотов, С. В. Лазаренко, И. В. Пугачев [и др.] // Интеллектуальные системы обработки информации : труды XVII Международной конференции по мягким вычислениям и их приложениям (SCMAA–2019). – Санкт-Петербург, 2019. – С. 116–124.

461. Carrio, A. A Review of Deep Learning Methods and Applications for Unmanned Aerial Vehicles / A. Carrio, P. C. Sampedro, R. Rodríguez // Journal of Sensors. – 2017. – Vol. 2. – Pp. 1–13.

462. ГОСТ Р 59406 – 2021. Обработка информации наблюдения в средствах автоматизации управления воздушным движением единой системы организации воздушного движения Российской Федерации. Технические требования. – Введ. 2021–05–01. – Москва : Стандартинформ, 2021. – 15 с.

463. Kostoglotov, A. A. Method of synthesis of multi-mode control under the expected uncertainty using the analysis of the phase-space decomposition on the basis of the generalized power maximum condition / A. A. Kostoglotov, S. V. Lazarenko, I. V. Pugachev // XV International Scientific-Technical Conference «Dynamics of Technical Systems» (DTS 2019). – 2019. – Vol. 2188. – Article number 030005.

464. Цыпкин, Я. З. Адаптация и обучение в автоматических системах / Я. З. Цыпкин. – Москва : Наука, 1970. – 399 с. – Текст : непосредственный.
465. Стратанович, Р. Л. Принципы адаптивного приема / Р. Л. Стратанович. – Москва : Советское радио, 1973. – 228 с. – Текст : непосредственный.
466. Костоглотов, А. А. Субоптимальная оценка параметров динамических систем / А. А. Костоглотов, В. Н. Таран // Автоматика и телемеханика. – 1997. – № 4. – С. 85–94.
467. Красовский, А. А. Аналитическое конструирование систем автоматического регулирования по критерию обобщенной работы / А. А. Красовский // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1970. – № 3. – С. 164–175.
468. Справочник по теории автоматического управления / А. Г. Александров, В. М. Артемьев, В. Н. Афанасьев [и др.] ; под ред. А. А. Красовского. – Москва : Наука, 1987. – 712 с. – Текст : непосредственный.
469. Костоглотов, А. А. Метод идентификации параметров лагранжевых систем / А. А. Костоглотов // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 5. – С. 41–48.
470. Костоглотов, А. А. Объединенный принцип максимума в задаче идентификации параметров / А. А. Костоглотов, А. А. Кузнецов, Д. В. Моисеев // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский Регион. Естественные Науки. – 2003. – № 11. – С. 2–27.
471. Костоглотов, А. А. Объединенный принцип максимума в задаче синтеза оптимального управления нелинейными системами / А. А. Костоглотов, А. И. Костоглотов, С. В. Лазаренко // Автоматика и вычислительная техника. – 2007. – № 5. – С. 52–61.
472. Костоглотов, А. А. Синтез интеллектуальных измерительных процедур на основе принципа регуляризации А. Н. Тихонова / А. А. Костоглотов // Измерительная техника. – 2001. – № 1. – С. 8–12.
473. Идентификация расчетных моделей при динамических воздействиях / Г. А. Джинчвелашвили, О. В. Мкртычев, О. А. Ковальчук [и др.]. – Москва : АСВ, 2018. – 300 с. – Текст : непосредственный.

474. Наумов, Г. В. Построение кривой переключения для задач оптимального управления с учащающимися переключениями / Г. В. Наумов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2003. – № 3. – С. 46–51.

475. Ананьевский, И. М. Непрерывное управление по обратной связи возмущенными механическими системами / И. М. Ананьевский // Прикладная математика и механика. – 2003. – Т. 67, № 2. – С. 163–178.

476. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010616571 Российская Федерация. Алгоритм идентификации параметров динамических систем № 2015611055 : заявл. 05.08.10 : зарегистр. 01.10.10: опубли. 01.10.10 / Д. С. Андрашитов , Г. Н. Дмитренко , А. А. Костоготов [и др.] ; правообладатель Общество с ограниченной ответственностью "Технологическая универсальная ростовская научно-исследовательская компания". – Текст : непосредственный.

477. Капустинкас, А. Идентификация линейных случайных процессов / А. Капустинкас, А. Немура. – Вильнюс : Мокслас, 1983. – 160 с. – Текст : непосредственный.

478. Кику, А. Г. Адаптивные системы идентификации / А. Г. Кику, В. И. Костюк. – Киев : Техника, 1975. – 288 с. – Текст : непосредственный.

479. Демьянов, В. Ф. Недифференцируемая оптимизация / В. Ф. Демьянов, Л. В. Васильев. – Москва : Наука, 1981. – 384 с. – Текст : непосредственный.

480. Лазаренко, С. В. Метод структурно-параметрической идентификации инерциальных навигационных систем с использованием вариационных принципов / С. В. Лазаренко, А. А. Костоготов, А. А. Мурашев // Оборонная техника. – 2014. – № 5–6. – С. 43–49.

481. Красовский, А. А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование / А. А. Красовский. – Москва : Наука, 1973. – 560 с. – Текст : непосредственный.

482. Гропп, Д. Методы идентификации систем / Д. Гропп. – Москва : Мир, 1975. – 302 с. – Текст : непосредственный.

483. Костоглотов, А. А. Метод идентификации параметров голономных систем на основе аппарата асинхронного варьирования / А. А. Костоглотов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2003. – № 2. – С. 86–92.

484. Датчики теплофизических и механических параметров : справочник в 3 томах. Т. 1 / под общ. ред. Ю. Н. Коптева. – Москва : ИПРЖР, 1998. – 458 с. – Текст : непосредственный.

485. Яблонский, А. А. Курс теории колебаний : учебное пособие для вузов / А. А. Яблонский, С. С. Нореико. – Москва : Высшая школа, 1975. – 248 с. – Текст : непосредственный.

486. Музыченко, Н. Ю. Метод однотоочечного оценивания параметров движения объекта / Н. Ю. Музыченко, М. М. Москат // Общие вопросы радиоэлектроники : научно-технический сборник. – Ростов-на-Дону : Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи, 2005. – С. 12–22.

487. ГОСТ Р 8.736-2011. Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. – Введ. 2011–12–13. – Москва : Стандартинформ, 2013. – 19 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Сведения о практическом использовании результатов исследований

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор
АО «Донтехмаш»



И.В. Дерябкин

АКТ

**о внедрении научных результатов
Лазаренко Сергея Валерьевича**

Комиссия в составе:

Председатель
НИОКР, к.т.н., Дерябкин И.В.

Члены комиссии:

Генеральный директор АО «Донтехмаш», руководитель проекта

д.ф.-м.н., профессор, руководитель НИР, Таран В.Н.

руководитель отдела разработки АО «Донтехмаш»
Рудаков А.Н.

Настоящим актом подтверждается, что результаты исследований в области оценки параметров динамических процессов реализованные в патенте на изобретение «Цифровой интеллектуальный многокаскадный фильтр» (номер патента: RU 2436228 С1, патентное ведомство: Россия, год публикации: 2011 г., номер заявки: 2010115924/08, дата регистрации: 21.04.2010 г., дата публикации: 10.12.2011 г., патентообладатели Костоглотов А.А., Кузнецов А.А., Лазаренко С.В., Андрашитов Д.С., Дерябкин И.В., Чеботарев А.В., передан по договору АО «Донтехмаш») использованы в НИОКР «Разработка системы безопасности транспортных средств на железнодорожных переездах «ЗАГРАДИТЕЛЬ-Т» (Договор 468ГРНТИС5/45570 от 11.04.2019 г.) при подготовке отчета НИР «Исследование методов структурной адаптации моделей движения в задачах обработки радиолокационной информации» №570 от 06 мая 2019 г. (рег. номер ФГНАУ ЦИТиС АААА-Б20-220120890058-3).

Результаты исследований в области интеллектуальной оценки параметров движения транспортных средств реализованы в виде алгоритмов в составе системы обеспечения безопасности транспортных средств на железнодорожных переездах (JINT-A-07.01.0033) в форме программы для ЭВМ «Программа интеллектуального анализа дорожной сцены на базе методов структурной адаптации моделей движения» (номер свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ: RU 2020661466, патентное ведомство: Россия, год публикации: 2020 г., номер заявки: 2020660670, дата регистрации: 18.09.2020 г., дата публикации: 24.09.2020 г., авторы: Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Пугачев И.В., Андрашитов Д.С., Пеньков А.С., Агапов А.А., Меликбекян А.Т., Усманова К.А., правообладатель ООО «ДЖИНТ», передан по договору АО «Донтехмаш»).

Председатель комиссии

И.В. Дерябкин

Члены комиссии

В.Н. Таран

А.Н. Рудаков

Рисунок А.1 – Акт АО «Донтехмаш»



АКТ

о внедрении результатов диссертационного исследования на соискание
ученой степени доктора технических наук
Лазаренко Сергея Валерьевича
в разработках АО «ГОРИЗОНТ»

Настоящим актом подтверждается, что результаты исследований, (новые интеллектуальные алгоритмы обработки измерительной информации, адаптированные для РЛС ОЛП типа «Аксай-М») опубликованные в статьях «Нечеткая стратегия настройки параметров фильтра сопровождения для автоматизации управления воздушным движением» и «Синтез интеллектуального алгоритма оценки ориентации подвижных объектов транспортной инфраструктуры на базе многопараметрического идентификатора» (Лазаренко С.В. Нечеткая стратегия настройки параметров фильтра сопровождения для автоматизации управления воздушным движением // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2024. Т. 22. № 1. С. 33-43; Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Пеньков А.С., Зехцер В.О., Кульбикаян Х.Ш. Синтез интеллектуального алгоритма оценки ориентации подвижных объектов транспортной инфраструктуры на базе многопараметрического идентификатора // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2023. № 1 (89). С. 144-151.) использованы при модернизации программно-алгоритмического обеспечения для радиолокационной станции обзора летного поля типа «Аксай-М». Это позволило увеличить точность определения параметров движения воздушных судов и наземных транспортных средств в условиях неопределенности в среднем на 17%.

Главный конструктор направления

A handwritten signature in blue ink, likely belonging to the Chief Designer mentioned in the text.

Пошивай В.Е

Рисунок А.2 – Акт АО «ГОРИЗОНТ»

УТВЕРЖДАЮ
Начальник ФГБУ «ГНМЦ»
Минобороны России

Т. Мамлеев

« 10 » 04 2025 г.

АКТ

**о внедрении результатов диссертационной работы на соискание ученой степени
доктора технических наук
Лазаренко Сергея Валерьевича
в ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России**

Экспертная комиссия в составе:

председателя комиссии – заместителя начальника ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России (по научной работе) Клейменова Ю.А.;

членов комиссии:

начальника 12 отдела ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России Малахова А.В.;

старшего научного сотрудника 12 отдела ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России Фуфаевой О.В.;

научного сотрудника 12 отдела ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России Трикиша С.Н.;

младшего научного сотрудника 12 отдела ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России Исаева Ю.А.;

старшего научного сотрудника 24 отдела ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России Шпилевского О.Б.;

научного сотрудника 24 отдела ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России Рудаковой О.А.;

научного сотрудника 24 отдела ФГБУ «ГНМЦ» Минобороны России Козловой А.В.;

установила следующее:

результаты диссертационной работы Лазаренко С.В. в части методов синтеза алгоритмов оценки динамической погрешности программного обеспечения измерительных систем и средств измерений на основе редукции экстремальных задач и условия максимума функции обобщенной мощности (опубликовано в журналах «Измерительная техника» (2019, №6) и «Радиотехника» (2024, №8)) использованы при разработке Пакета прикладных программ для автоматизированного сбора и поверки (калибровки) однопроводных пробников напряжения, электрических антенн, эквивалентов сети и измерительных токосъёмников (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023666223 от 27.07.2023, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023619241 от 15.05.2023, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023666659 от 02.08.2023,

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023619501 от 12.05.2023).

Председатель:



Ю.А. Клейменов

Члены комиссии:



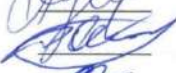
А.В. Малахов



О.В. Фуфаева



С.Н. Трикиша



Ю.А. Исаев



А.В. Козлова



О.Б. Шпилевский



О.А. Рудакова

УТВЕРЖДАЮ
Начальник испытательной базы
ниц (ВВТ РВСН) в/ч 15644

п/п-к « 10 » 2025 г. Д. Коваленко

АКТ

реализации в в/ч 15644 результатов научной работы
соискателя ученой степени доктора технических наук
Лазаренко Сергея Валерьевича.

Комиссия в составе: председателя – начальника испытательной базы нц (ВВТ РВСН) в/ч 15644, подполковника Д.Г.Коваленко., начальника штаба – заместителя начальника испытательной базы нц в/ч 15644, подполковника П.П.Косарева, начальника связи - заместителя начальника штаба испытательной базы нц в/ч 15644, капитана С.А. Гончаренко, составила настоящий акт о том, что результаты научной работы Лазаренко Сергея Валерьевича, представленные в работах: Лазаренко С.В. Метод синтеза оптимального управления с использованием принципа Гаусса // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2013. Т. 11. № 12. С. 37-43; Костоглотов А.А., Лазаренко С.В. Метод квазиоптимального синтеза законов управления на основе редукции задачи Лагранжа к изопериметрической задаче с использованием асинхронного варьирования // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2021. № 6. С. 3–12.] Костоглотов А.А., Зехцер В.О., Пеньков А.С., Лазаренко С.В. Синтез измерительной процедуры оценки ориентации малого беспилотного летательного аппарата в условиях изменения статуса результатов измерений // Измерительная техника. 2023. № 12. С. 4-11.] применены при разработке программно-алгоритмического обеспечения специального назначения, разработанного научно-исследовательской лабораторией технологий беспилотного транспорта под руководством Лазаренко С.В. (FZNE-2022-0006), что, как установлено по результатам испытаний, позволило:

- а) при групповых полетах БПЛА в сравнении с реализованным в *iNav* алгоритмом управления уменьшить время выполнения полетного задания в среднем на 7%;
- б) снизить вероятность падения квадрокоптера на 0,09 при парировании порывов ветра в примерном диапазоне от 9 м/с до 19 м/с;
- в) уменьшить погрешность обработки измерительной информации микромеханических акселерометров полетного контроллера «Заря» в среднем на 14%.

Председатель комиссии
Начальник испытательной базы нц (ВВТ РВСН) в/ч 15644.

подполковник

Д.Г. Коваленко

Члены комиссии
Начальник штаба – заместитель начальника
испытательной базы нц (ВВТ РВСН) в/ч 15644

подполковник

П.П. Косарева

Начальник связи - заместителя начальника штаба
испытательной базы нц (ВВТ РВСН) в/ч 15644,

капитан

С.А. Гончаренко.

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора
ФГБНУ «Аналитический центр»
по научной работе

доктор технических наук, профессор

Жуков А.О.

10 февраля 2025 года

АКТ

**о внедрении результатов диссертационного исследования
на соискание ученой степени доктора технических наук Лазаренко Сергея Валерьевича
в научно-исследовательской работе «Научно-технические пути создания средств
обнаружения неоднородностей в почве на основе технологий радиометрии»
(шифр «Эврика-2023-ЭАЦ»)**

Комиссия в составе: председателя – начальника научно-организационного отдела, д.т.н. Гедзюна В.С. и членов комиссии: заместителя начальника научно-организационного отдела, к.т.н. Скрипачева В.О., старшего научного сотрудника научно-организационного отдела, к.т.н. Давидовича Ю.А., составила настоящий акт в том, что научные результаты Лазаренко Сергея Валерьевича, опубликованные в патентах на изобретения:

- цифровой интеллектуальный многокаскадный фильтр (патент RU 2436228, C1);
 - устройство идентификации параметров динамических систем на основе вариационных принципов (патент RU 2464615, C1);
 - цифровой многоитерационный фильтр (патент RU 2452080, C1),
- использованы при составлении научно-технического отчета о выполняемой в ФГБНУ Аналитический центр» научно-исследовательской работе «Научно-технические пути создания средств обнаружения неоднородностей в почве на основе технологий радиометрии» (шифр «Эврика-2023-ЭАЦ»).

Научные результаты данных патентов использованы для повышения эффективности применения технологий радиометрии и позволили повысить точность измерения радиометрического контраста.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ КОМИССИИ:

д.т.н.



Гедзюн В.С.

ЧЛЕНЫ КОМИССИИ:

к.т.н.



Скрипачев В.О.

к.т.н.



Давидович Ю.А.

ИНТЕЛТЕХ



INTELTECH

Публичное акционерное общество «Информационные телекоммуникационные технологии» (ПАО «Интелтех»)



УТВЕРЖДАЮ

Заместитель генерального директора
— главный конструктор
доктор технических наук, доцент

И.А. Кулешов

«30» апреля 2025 года

АКТ

**о внедрении результатов диссертационного исследования
на соискание ученой степени доктора технических наук Лазаренко Сергея Валерьевича
в составной части научно-исследовательской работы «Исследование возможности
применения изделий и информации дистанционного зондирования Земли
в задачах навигации и мониторинга флота» (шифр СЧ НИР «Аврора»)**

Комиссия в составе: председателя – ученого секретаря ПАО «Интелтех», доктора технических наук, профессора Будко Павла Александровича и членов комиссии: заместителя генерального конструктора кандидата военных наук, доцента Харченко Олега Васильевича и начальника отдела кандидата технических наук, доцента Салюка Дмитрия Владиславовича, составила настоящий акт в том, что научные результаты Лазаренко Сергея Валерьевича, опубликованные в патентах на изобретения:

- цифровой интеллектуальный многокаскадный фильтр (патент RU 2436228, C1);
- устройство идентификации параметров динамических систем на основе вариационных принципов (патент RU 2464615, C1);
- цифровой многоитерационный фильтр (патент RU 2452080, C1),

использованы при составлении научно-технического отчета о выполненной в ПАО «Интелтех» составной части научно-исследовательской работы «Исследование возможности применения изделий и информации дистанционного зондирования Земли в задачах навигации и мониторинга флота» (шифр: «Аврора»), инв. № ФН-06/441.

Научные результаты данных патентов направлены на повышение эффективности информационно-управляющей системы центра космической связи в части подсистемы связи за счёт увеличения достоверности пеленгования на основе цифровой обработки сигналов в условиях доступности вычислительных мощностей по формированию пеленгационных характеристик.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ КОМИССИИ:

Ученый секретарь ПАО «Интелтех»
доктор технических наук, профессор

ЧЛЕНЫ КОМИССИИ:

Заместитель генерального конструктора
кандидат военных наук, доцент

Начальник отдела
кандидат технических наук, доцент

П.А. Будко

О.В. Харченко

Д.В. Салюк

Рисунок А.7 – Акт ПАО «Интелтех»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ
И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ДГТУ)



И.р. проректора по учебной работе
к.т.н., доцент

С.Б. Кудряшев

АКТ

внедрения результатов диссертационных исследований на соискание ученой степени
доктора технических наук Лазаренко Сергея Валерьевича в учебный процесс

Донского государственного технического университета

Комиссия в составе:

председателя: доц. каф. «Радиоэлектроника», к.ф-м.н., доц. Шокова Ю.А. и членов комиссии: доц. каф. «Радиоэлектроника», к.э.н., Букланова Д.А., доц. каф. «Радиоэлектроника», к. ф-м.н., доц. Беляева А.В., провела проверку использования материалов диссертационных исследований Лазаренко С.В. в учебном процессе при подготовке обучающихся по направлению подготовки 11.04.01 «Радиотехника», профиль «Интеллектуальные алгоритмы обработки информации в радиотехнике»,

установила:

1. Материалы диссертационной работы используются на кафедре «Радиоэлектроника» при проведении учебных занятий по дисциплинам: «Адаптивные алгоритмы цифровой обработки сигналов», «Синтез интеллектуальных алгоритмов оценки параметров и сигналов», «Навигация, наведение и управление подвижными объектами» позволяет формировать отдельные профессиональные компетенции при подготовке магистрантов в рамках указанных дисциплин.

2. Материалы диссертационной работы рекомендовано использовать при проведении занятий и подготовке выпускных квалификационных работ (магистерских диссертаций).

Председатель комиссии:

доцент каф. «Радиоэлектроника», к.ф-м.н., доцент

члены комиссии:

доцент каф. «Радиоэлектроника», к.э.н.

доцент каф. «Радиоэлектроника», к.ф.м.н., доцент

Ю.А. Шокова

Д.А. Букланов

А.В. Беляев

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Скан-копии отдельных патентов и свидетельств о регистрации программ
для ЭВМ

Рисунок Б.1 – Патент № 2436228



Рисунок Б.2 – Патент № 2464614



СВИДЕТЕЛЬСТВО

№ 2024668541

Правообладатель: **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (RU)**

Заявка № 2024667276

Дата поступления **23 июля 2024 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **07 августа 2024 г.**



*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

Документ подписан электронной подписью
Сертификат: 00000000-0000-0000-0000-000000000000
Владелец: **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с: 2022.02.04 по 03.10.2025

Ю.С. Зубов

Рисунок Б.3 – Свидетельство о государственной регистрации ПЭВМ
№ 2024668541



Рисунок Б.4 – Свидетельство о государственной регистрации ПЭВМ
№ 2025682482

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Пример идентификации конструктивных параметров на основе условия максимума функции обобщенной мощности: листинг программы для ЭВМ в *Mathcad*

```

Идентифицируемые параметры      b := 1
                                   c := 2
                                   a := 2
                                   k := 0.2

Множители Лагранжа                λ := 1000
                                   L := 1000
                                   ε := 1000

Оценки конструктивных параметров  b1 := 0.99
                                   c1 := 1.989
                                   a1 := 2.001
                                   k1 := 0.1994

Конечное время наблюдений          T := 20
Интервал интегрирования            n := 40000
Шаг интегрирования                 τ := T/n

Вектор начальных данных           z :=  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

D(t,z) :=  $\begin{bmatrix} z_1 \\ -\left[b \cdot z_1 + c \cdot z_0 + a \cdot e^{-k \cdot t} \cdot (z_0)^3 - 3 \cdot \sin(2 \cdot t)\right] \\ z_3 \\ \lambda \cdot \left[ \frac{-z_3 \cdot |z_3|}{L \cdot |z_2 - z_0| + \varepsilon} - (z_2 - z_0) \right] \\ z_5 \\ -\left[b1 \cdot z_5 + c1 \cdot z_4 + a1 \cdot e^{-k1 \cdot t} \cdot (z_4)^3 - 3 \cdot \sin(2 \cdot t)\right] \\ (z_4 - z_2)^2 \end{bmatrix}$ 
-наблюдение
-оценка параметров траектории
оценка параметров траектории с идентифицируемыми

Дифференцирование D(t,z)         Z := rkfixed(z,0,T,n,D)
                                   i := 0..n

```

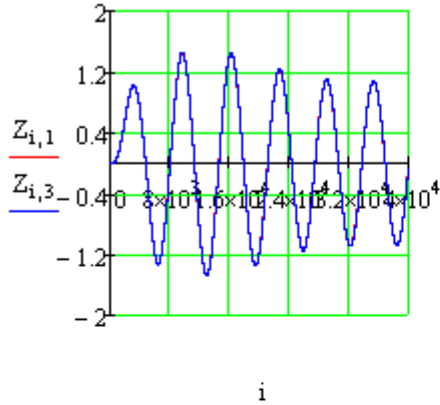


Рисунок 1 - Сравнение наблюдаемой и истинной траектории

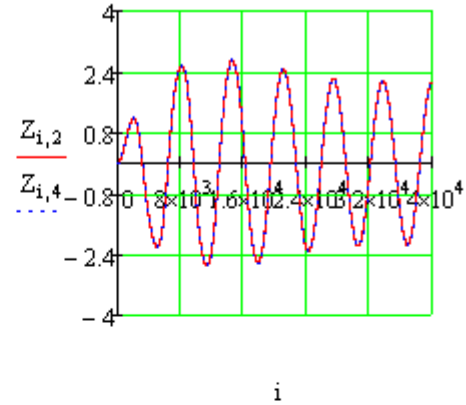


Рисунок 2 - Сравнение оцениваемого и действительного движения

```

m := 10000
j := 199.4
n1 := 40000
k := 10-3 · j

```

Алгоритм вычисления конструктивных параметров
выполнен методом половинного деления

$$a11 := \sum_{i=m}^{n1} \left[(Z_{i,4})^2 \right] \quad a12 := \sum_{i=m}^{n1} \left[(Z_{i,4} \cdot Z_{i,3}) \right] \quad a13 := \sum_{i=m}^{n1} \left[(Z_{i,3})^3 \cdot \left(Z_{i,4} \cdot e^{-k \cdot \frac{T \cdot i}{n1}} \right) \right]$$

$$a21 := a12 \quad a22 := \sum_{i=m}^{n1} \left[(Z_{i,3})^2 \right] \quad a23 := \sum_{i=m}^{n1} \left[(Z_{i,3})^3 \cdot \left(Z_{i,3} \cdot e^{-k \cdot \frac{T \cdot i}{n1}} \right) \right]$$

$$a31 := a13 \quad a32 := a23 \quad a33 := \sum_{i=m}^{n1} \left[\left[(Z_{i,3})^3 \cdot e^{-k \cdot \frac{T \cdot i}{n1}} \right]^2 \right]$$

$$A1 := \sum_{i=m}^{n1} \left[Z_{i,4} \cdot \left[\lambda \cdot \left[\frac{-Z_{i,4} \cdot |Z_{i,4}|}{L \cdot |Z_{i,3} - Z_{i,1}| + \varepsilon} - (Z_{i,3} - Z_{i,1}) \right] - 3 \cdot \sin \left(2 \cdot \frac{T \cdot i}{n} \right) \right] \right]$$

$$A2 := \sum_{i=m}^{n1} \left[Z_{i,3} \cdot \left[\lambda \cdot \left[\frac{-Z_{i,4} \cdot |Z_{i,4}|}{L \cdot |Z_{i,3} - Z_{i,1}| + \varepsilon} - (Z_{i,3} - Z_{i,1}) \right] - 3 \cdot \sin \left(2 \cdot \frac{T \cdot i}{n} \right) \right] \right]$$

$$A3 := \sum_{i=m}^{n1} \left[e^{-k \cdot \frac{T \cdot i}{n1}} \cdot (Z_{i,3})^3 \cdot \left[\lambda \cdot \left[\frac{-Z_{i,4} \cdot |Z_{i,4}|}{L \cdot |Z_{i,3} - Z_{i,1}| + \varepsilon} - (Z_{i,3} - Z_{i,1}) \right] - 3 \cdot \sin \left(2 \cdot \frac{T \cdot i}{n} \right) \right] \right]$$

где $Z_{i,1} = Z$ - наблюдение траектории - z_0 в программе,

$Z_{i,3} = \hat{Z}$ - оценка траектории - z_2 в программе,

$Z_{i,2} = \dot{Z}$, $Z_{i,4} = \ddot{Z}$.

$$d := -(a11 \cdot a22 \cdot a33 + a31 \cdot a12 \cdot a23 + a13 \cdot a23 \cdot a21 - a31 \cdot a22 \cdot a13 - a11 \cdot a23 \cdot a32)$$

$$b11 := \frac{a22 \cdot a33 - a32 \cdot a23}{d} \quad b12 := \frac{-a21 \cdot a33 + a23 \cdot a31}{d} \quad b13 := \frac{a21 \cdot a32 - a13 \cdot a22}{d}$$

$$b21 := \frac{-a12 \cdot a33 + a32 \cdot a13}{d} \quad b22 := \frac{a11 \cdot a33 - a31 \cdot a13}{d} \quad b23 := \frac{-a11 \cdot a32 + a31 \cdot a12}{d}$$

$$b31 := b13 \quad b32 := b23 \quad b33 := \frac{a11 \cdot a22 - a13 \cdot a21}{d}$$

Оценка конструктивных параметров

$$\underline{b1} := b11 \cdot A1 + b12 \cdot A2 + b13 \cdot A3$$

$$\underline{c1} := b21 \cdot A1 + b22 \cdot A2 + b23 \cdot A3$$

$$\underline{a1} := b31 \cdot A1 + b32 \cdot A2 + b33 \cdot A3$$

$$b1 = 0.99$$

$$c1 = 1.988$$

$$a1 = 2.001$$

Расчет погрешности функционала

$$I := \sum_{i=m}^{n1} \left[\left[\lambda \cdot \left[\frac{-Z_{i,4} \cdot |Z_{i,4}|}{L \cdot |Z_{i,3} - Z_{i,1}| + \varepsilon} - (Z_{i,3} - Z_{i,1}) \right] - 3 \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{T \cdot i}{n}\right) + b1 \cdot Z_{i,4} + c1 \cdot Z_{i,3} + a1 \cdot \left[(Z_{i,3})^3 \cdot \left(e^{-k1 \cdot \frac{T \cdot i}{n1}} \right) \right] \right]^2 \right] \cdot \left(\frac{1}{n1} \right)$$

$I = 1.664 \times 10^{-3}$ - функционал ошибки идентификации конструктивных параметров

$Z_{n1,6} = 2.145$ - функция наблюдения

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Пример динамической идентификации параметров математических моделей лагранжевых систем: листинг программы для ЭВМ в *Mathcad*

Начальные данные и параметры

$$t := 0$$

$$b := 10$$

$$\beta := 1$$

$$T := 10$$

$$c := 1$$

$$\mu := 1$$

$$\tau := 10000$$

$$\lambda := 2$$

$$i := 0 \dots \frac{\tau}{1}$$

$$\frac{\tau}{T} = 1 \times 10^3$$

Идентифицируемый параметр

$$a := 0.5$$

Вектор начальных данных

$$x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.8 \\ -0.1 \\ 0.4 \\ 1 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

Алгоритм идентификации

$$Fp(t, x) := \begin{bmatrix} x_1 \\ \sin(t \cdot 10 + 2) - 0.5 \cdot x_1 - b \cdot x_0 \cdot 1 \\ x_3 \cdot 1 \\ -x_4 \cdot x_3 - b \cdot x_2 + \sin(t \cdot 10 + 2) + 1.1 \cdot 5 \cdot (x_0 - x_2) \cdot 1 \\ x_5 \cdot 1 \\ -1 \cdot \operatorname{sign} \left[1 \cdot (x_0 - x_2) \cdot x_6 + \frac{-1 \cdot |1| \cdot x_5}{-0.05 \cdot (x_4) + 0.01} \right] \cdot 5 \\ x_7 \cdot -1.0 \\ x_4 \cdot x_7 + b \cdot x_6 + x_3 \cdot 1 \end{bmatrix}$$

- наблюдение

- оценка параметров траектории

- оценка параметров траектории с идентифицируемыми параметрами

Результат

$$Y := \text{rkfixed}(x, t, T, \tau, Fp)$$

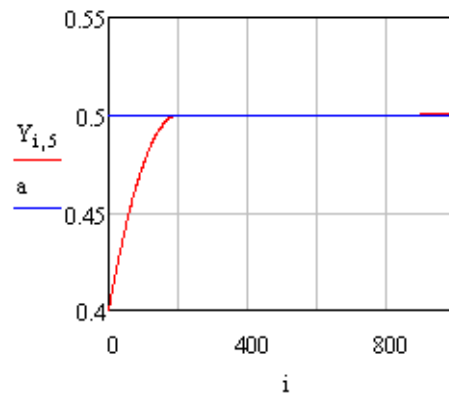


Рисунок 1 - Истинное и оцененное значение параметра

Идентификация параметра с использованием
фильтра Калмана

Моделирование измерения

Начальные данные

$$\begin{aligned} t &:= 0 \\ T &:= 10 \\ \tau &:= 0.001 \end{aligned}$$

Вектор начальных данных

$$x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Моделирование уравнения

$$F(t, x) := \begin{pmatrix} x_1 \\ -0.5x_1 - 10x_0 + \sin(10t + 2) \end{pmatrix}$$

$$Y1 := \text{rkfixed}\left(x, t, T, \frac{T}{\tau}, F\right)$$

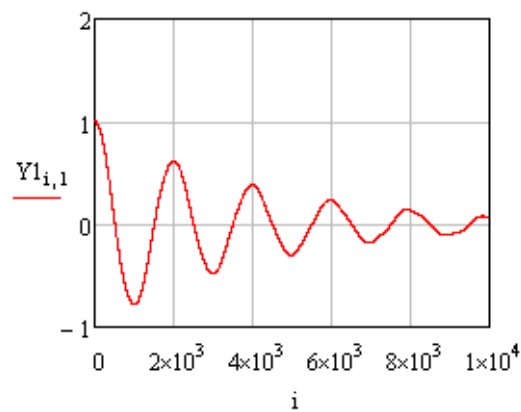


Рисунок 2 - траектория

Алгоритм идентификации параметра с использованием фильтра Калмана

Начальные данные

$$x := \begin{pmatrix} 0.8 \\ -0.1 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad P := 2.5 \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad h := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad I := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} K_0 := 1 \\ N_0 := 1 \end{matrix}$$

$$z(t, x) := \begin{bmatrix} \left(Y1 \cdot \text{ceil}\left(\frac{t}{\tau}\right), 1 - x_0 \right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Fid(t, x) := \begin{pmatrix} x_1 \\ -x_2 x_1 - 10 x_0 + \sin(10t + 2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad dF_{dx}(x) := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -10 & -x_2 & -x_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Filtr}(t_0, T, \Delta t, x_0, P_0, F_x, F_p, K, z) := \begin{array}{l} x \leftarrow x_0 \\ P \leftarrow P_0 \\ \text{for } j \in \text{ceil}\left(\frac{t_0}{\Delta t}\right) .. \text{ceil}\left(\frac{T - t_0}{\Delta t}\right) \\ \quad \left| \begin{array}{l} x \leftarrow x + \Delta t \cdot F_x(j, \Delta t, x, P, K, z) \\ P \leftarrow P + \Delta t \cdot F_p(x, P, K) \\ X^{(j)} \leftarrow x \end{array} \right. \\ X \end{array}$$

$$F_{xk}(t, x, P, K, z) := Fid(t, x) + K N^{-1} \cdot P \cdot z(t, x)$$

$$F_{pk}(x, P, K) := -P \cdot h \cdot h^T P + dF_{dx}(x) \cdot P + P \cdot dF_{dx}(x)^T + I$$

$$FKalman := \text{Filtr}(t, T, \tau, x, P, F_{xk}, F_{pk}, K, z)$$

$$i := 0 .. \frac{T}{\tau}$$

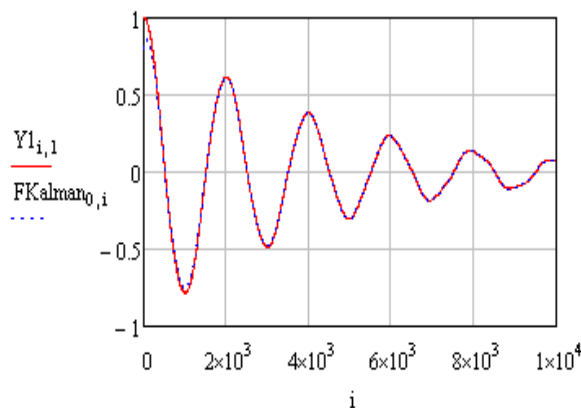


Рисунок 3 - траектория и его оценка

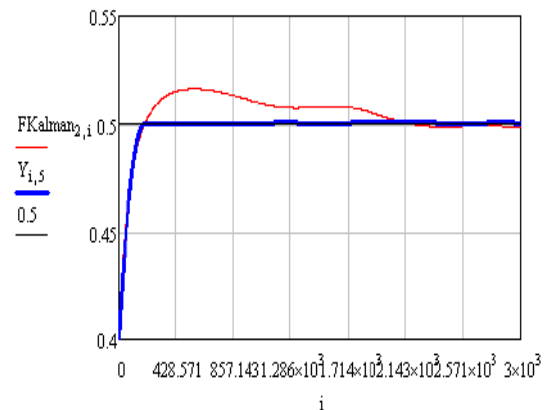


Рисунок 4 - Истинное значение, оцененное значение параметра с помощью объединенного принципа максимума и фильтра Калмана