

На правах рукописи



БЕРГЕРМАН МАКСИМ ВАЛЕРЬЕВИЧ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО СЖАТИЯ И
ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО
ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ВЫЧИСЛЕНИЯМИ ПО МЕТОДУ
ВИНОГРАДА

Специальность 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ (технические науки)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Ставрополь – 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Северо-Кавказский федеральный университет»

Научный руководитель: **Ляхов Павел Алексеевич**
кандидат физико-математических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Коваленко Анна Владимировна**
доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой анализа данных и искусственного интеллекта факультета компьютерных технологий и прикладной математики ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар

Ручай Алексей Николаевич
доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой компьютерной безопасности и прикладной алгебры математического факультета ФГБОУ ВО «Челябинский государственный университет», г. Челябинск

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Южный федеральный университет», г. Ростов-на-Дону

Защита состоится 13.02.2026 г. в 10:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.398.02 при ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет» по адресу: 355017, г. Ставрополь, Пушкина 1, корпус 20, ауд. 312.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке СКФУ по адресу: 355029, г. Ставрополь, пр. Кулакова 2 и на сайте СКФУ: <https://ncfu.ru/upload/medialibrary/f3d/lanqg51p7vws7bx5z7dbcfswpnyii4v5/Dissertatsiya.Bergerman-M.V..pdf>

С авторефератом можно ознакомиться на сайте СКФУ: <https://ncfu.ru/nauka/dissertatsionnye-sovety/obyavleniya-o-zashchite-dissertatsiy/33672/>

Автореферат разослан « ___ » _____ 2025 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физико-математических наук, профессор



Г.В. Шагрова

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Цифровая обработка изображений (ЦОИ) широко распространена во многих областях науки и техники. В последнее время методы цифровой обработки сигналов (ЦОС) и изображений становятся преобладающими в электронике, радиотехнике, системах связи и др. Приложения ЦОС и ЦОИ должны достигать высокой скорости вычислений и низкого энергопотребления для решения конкретных задач. Современные стандарты сжатия изображений и видео требуют совершенствования в связи с необходимостью увеличения скорости обработки информации и размера предоставляемых данных. Существуют два основных подхода к сжатию изображений: с потерями и без потерь. Сжатие с потерями удаляет некоторые данные, чтобы уменьшить размер изображения, что может привести к некоторой потере качества, но позволяет добиться более значительного сжатия. Сжатие без потерь, наоборот, не удаляет данные, а перекодирует их, сохраняя исходное качество, но не может достичь достаточного сжатия.

Современные алгоритмы сжатия изображений часто используют вейвлеты для достижения высокой степени сжатия. Использование банка одномерных вейвлет-фильтров для реализации прямого и обратного дискретное вейвлет-преобразования (ДВП) позволяет эффективно представлять изображение в различных масштабах, что полезно для отсеивания менее значимых данных при сжатии. Вейвлет-преобразование позволяет эффективно сжимать данные, удаляя избыточную информацию, которая не оказывает значимого влияния на качество изображения после его обработки. Одним из современных стандартов, использующий ДВП для сжатия и восстановления изображений и видео, является формат JPEG XS. Данный формат не допускает визуальной потери качества и отдает приоритет низкой задержке, низкой сложности обработки с низким энергопотреблением, что важно для совместимости с оборудованием и приложениями. Варианты использования и целевые приложения для JPEG XS включают приложения дополненной и виртуальной реальности, вещание по IP, телемедицину, телевещание, мобильные устройства, автономные автомобили, дроны и др.

Значительный вклад в развитие методов сжатия и восстановления изображений внесли многие отечественные и зарубежные исследователи: И.С. Грузман, Н. Н. Красильников, В.А. Сойфер, С.В. Умняшкин, Н.И. Червяков, J. Blackledge, M. Burge, W. Burger, L.-G. Chen, Y. Dong, W. Gao, R. Gonzalez, С.-Т. Huang, A. Isar, D. Sundararajan, H. Toda, M. Vetterli, W. Wang, R. Woods и другие.

Известные методы выполнения ДВП основаны на операциях свертки и лифтинговой схемы. Производительность вычислений при сжатии и восстановлении изображений, изменяющихся во времени (например, видео), определяется по формуле:

$$P = \frac{w \cdot h \cdot f}{10^6}, \quad (1)$$

где P – производительность вычислений, выраженная в количестве обработанных мегапикселей в секунду, w и h – ширина и высота изображения, f – число изображений (кадров) в секунду. Известные методы прямого и обратного ДВП, реализованные в программно-аппаратном комплексе сжатия и восстановления изображений с использованием САПР MATLAB и OpenLane на целевой плате SkyWater PDK с технологическим процессом 130 нм позволяют достичь производительности вычислений ДВП на основе свертки при выполнении сжатия и восстановления изображений формата JPEG XS равной 137 Мпикселей/с и 123 Мпикселя/с, соответственно. Реализации лифтинговой схемы в программно-аппаратном комплексе сжатия и восстановления изображений с использованием САПР MATLAB и OpenLane на целевой плате SkyWater PDK с технологическим процессом 130 нм позволяют достичь производительности вычислений 158 Мпикселей/с при выполнении прямого ДВП и 135 Мпикселей/с при выполнении обратного ДВП. При этом, для выполнения сжатия и восстановления видеоизображений с частотой 24 кадра в секунду и с разрешением 8К, которое составляет 7680 пикселей в ширину и 4320 пикселей в высоту, необходима производительность вычислений в 797 Мпикселей/с (1). Из этого следует, что известные методы прямого и обратного ДВП не удовлетворяют практическим потребностям производительности сжатия и восстановления данных. Таким образом, возникает **противоречие в практике**, которое заключается в недостаточной скорости сжатия и восстановлении изображений для современных приложений. Для преодоления данного противоречия в диссертационном исследовании сформулирована **цель исследования** – повышение скорости сжатия и восстановления изображений в методах, основанных на ДВП. Исследователи в области обработки визуальных данных стремятся увеличить скорость выполнения сжатия и восстановления изображений и видео. Существует множество различных подходов к решению этой проблемы. Одним из них является метод Винограда (МВ), позволяющий существенно повысить скорость работы методов ЦОС и ЦОИ за счет учета информационной избыточности и организации вычислений в матричной форме. Тем не менее, в настоящее время не разработана методология применения данного подхода к реализации ДВП, так как она адаптирована только для двумерных и трехмерных линейных пространственных фильтров обработки изображений. Таким образом, возникает **противоречие в науке** – несмотря на высокий потенциал применения МВ для повышения скорости сжатия и восстановления изображений, отсутствует его адаптация для реализации высокопроизводительной вейвлет-обработки изображений. Для разрешения обозначенного противоречия сформулирована следующая **научная задача исследования** – разработка математической модели, численного метода и комплекса программ высокоскоростного сжатия и восстановления изображений на основе ДВП с организацией вычислений МВ.

Объект исследования – методы сжатия и восстановления изображений.

Предмет исследования – модели и методы вычисления прямого и обратного ДВП.

Для решения поставленной общей научной задачи произведена ее декомпозиция на следующие **частные задачи**:

1. Разработка математических моделей сжатия и восстановления изображений на основе дискретного вейвлет-преобразования с вычислениями по методу Винограда.

2. Разработка численного метода составления матриц метода Винограда в задачах сжатия и восстановления изображений.

3. Разработка программного комплекса моделирования сжатия и восстановления изображений на основе дискретного вейвлет-преобразования с вычислениями по методу Винограда.

Научная новизна заключается в следующем:

1. Разработаны математические модели сжатия и восстановления изображений на основе дискретного вейвлет-преобразования с вычислениями по методу Винограда, отличающиеся от известных моделей групповой обработкой фрагментов изображений.

2. Разработан численный метод составления матриц метода Винограда в задачах сжатия и восстановления изображений, отличающийся от известных методов выбором произвольных параметров размера фрагмента изображения и вейвлет-фильтров.

3. Разработан программный комплекс моделирования сжатия и восстановления изображений на основе дискретного вейвлет-преобразования с вычислениями по методу Винограда, отличающийся от известных комплексов высокой скоростью выполнения прямого и обратного дискретного вейвлет-преобразования для сжатия и восстановления изображения.

Практическая значимость заключается в том, что разработанные математические модели, численный метод и программный комплекс могут быть использованы для сжатия и восстановления изображений с высокой скоростью. Результаты моделирования демонстрируют повышение скорости вычислений по сравнению с известными методами сжатия и восстановления изображений, что подтверждает эффективность предложенных моделей и возможность их применения в телемедицине, телевещании, в устройствах виртуальной и дополненной реальности с высоким разрешением изображений до 8К включительно.

Методы исследования. Для решения поставленных в работе частных научных задач использованы методы цифровой обработки сигналов и изображений, теории алгоритмов, алгебры, численных методов, математического моделирования и системного анализа, а также методы математического, компьютерного и аппаратного моделирования с использованием математического пакета MatLab и на программируемых пользователем вентильных матрицах (ППВМ, FPGA) и интегральных схемах специального назначения (ИССН, ASIC) в системах автоматизированного проектирования (САПР) Xilinx ISE, Xilinx Vivado Design Suite, Yosys и OpenLane.

Моделирование и вычислительные эксперименты проведены с использованием программных пакетов и САПР: MatLab версии R2021b с

задействованием модулей Image Processing Toolbox, Wavelet Toolbox; Xilinx Vivado Design Suite версии 2018.2; OpenLane. Все расчеты проводились на ПК с процессором Intel(R) Core(TM) i5-7300HQ с частотой 2,50 ГГц, с 8 ГБ ОЗУ и 64-битной операционной системой Windows 10.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математические модели сжатия и восстановления изображений на основе дискретного вейвлет-преобразования с вычислениями по методу Винограда, выполняющие групповую обработку пикселей изображений.

2. Численный метод составления матриц метода Винограда в задачах сжатия и восстановления изображений на основе произвольных параметров размера фрагмента изображения и вейвлет-фильтров.

3. Программный комплекс моделирования сжатия и восстановления изображений на основе дискретного вейвлет-преобразования с вычислениями по методу Винограда, демонстрирующий увеличение производительности вычислений на 109,07% для сжатия и на 144,43% при восстановлении изображений, по сравнению с известными методами.

Достоверность и обоснованность полученных в диссертационной работе теоретических результатов и формулируемых на их основе выводов подтверждается корректным и обоснованным применением классических методов исследования, строгими математическими доказательствами и результатами анализа эффективности реализации разработанных моделей и метода на базе вычислительных платформ FPGA и ASIC в САПР Xilinx Vivado Design Suite и OpenLane. Результаты теоретического анализа согласуются с результатами проведенных экспериментов.

Соответствие паспорту научной специальности. Результаты диссертационного исследования соответствуют паспорту научной специальности 1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по следующим пунктам:

6 – «Разработка систем компьютерного и имитационного моделирования, алгоритмов и методов имитационного моделирования на основе анализа математических моделей (технические науки)», а именно разработан комплекс программ для выполнения программно-аппаратного моделирования сжатия и восстановления изображений на основе разработанной математической модели ДВП с вычислениями по МВ;

8 – «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента», а именно проведено исследование математических моделей высокоскоростной вейвлет-обработки изображений на основе матричных вычислений МВ и технической проблемы аппаратно-программной реализации процедур сжатия и восстановления изображений применением математического моделирования и вычислительного эксперимента в программной среде MatLab и САПР OpenLane;

9 – «Постановка и проведение численных экспериментов, статистический анализ их результатов, в том числе с применением современных компьютерных

технологий (технические науки)», а именно проведен ряд численных экспериментов по составлению матриц преобразований МВ и их применению в моделях сжатия и восстановления изображений.

Внедрение. Результаты диссертационного исследования внедрены в образовательный процесс ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет» и использованы при проведении научно-исследовательских работ в рамках грантов Президента РФ МК-3918.2021.1.6 «Высокопроизводительные устройства цифровой обработки медицинских изображений на основе параллельной математики» и МК-371.2022.4 «Аппаратные ускорители с параллельными масштабированными вычислениями для обработки трехмерных медицинских изображений», грантов РНФ № 21-71-00017 «Аппаратные ускорители для цифровой обработки трехмерных медицинских изображений с использованием масштабированных фильтров и параллельных модулярных вычислений», № 23-71-10013 «Перспективные методы интеллектуальной обработки сигналов на основе глубоких нейронных сетей и модулярных вычислений» и № 24-71-10016 «Перспективные подходы к нейросетевой обработке сигналов и изображений и их реализация на современных аппаратных устройствах».

Апробация работы. Выносимые на защиту результаты диссертационного исследования прошли апробацию на следующих научных конференциях:

1. Международная конференция «International Conference on Mathematics and its Applications in new Computer Systems (MANCS 2021)», Ставрополь, Россия, 2021;
2. Международная конференция «Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO 2022)», Будва, Черногория, 2022;
3. Международная конференция «International Conference on Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies (IT&QM&IS 2023)», Петрозаводск, Россия, 2023.

Публикации. По теме диссертационного исследования опубликовано 12 работ в журналах и трудах конференций, из них: 2 журнальные статьи в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук; 3 журнальные статьи в рецензируемых научных изданиях, внесенных в библиографические и реферативные базы данных Scopus и Web of Science; 3 тезиса докладов конференций в научных изданиях Scopus и Web of Science. Получено 4 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Личный вклад соискателя. Все представленные результаты в рамках данного диссертационного исследования получены автором лично. Работы [1, 2] написаны соискателем без соавторов. В совместных опубликованных работах с другими авторами постановка и решение задач осуществлялись при непосредственном участии соискателя. В статьях [6, 7] личным авторским вкладом соискателя является разработка математических моделей сжатия и восстановления изображений на основе дискретного вейвлет преобразования с вычислениями по методу Винограда. В работе [4] автором разработан численный метод составления

матриц преобразования метода Винограда. В статьях [3, 5, 8] автором опубликованы результаты, которые стали основой для разработки программного комплекса сжатия и восстановления изображения на основе прямого и обратного дискретного вейвлет-преобразования с вычислениями по методу Винограда.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и 10 приложений. Работа содержит 36 рисунков и 16 таблиц. Список использованных источников литературы насчитывает 129 наименований. В диссертационной работе используется двойная нумерация формул, рисунков и таблиц, где первое число указывает на номер главы, а второе на порядковый номер рисунка, таблицы или формулы внутри главы. Диссертация изложена на 189 страницах машинописного текста.

Основное содержание работы

Во введении приведено обоснование актуальности темы диссертационного исследования, а также сформулированы цель и научная задача, которая декомпозирована на ряд частных задач. Приведены объект и предмет исследования, представлена научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов и приведены основные положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена анализу методов сжатия и восстановления изображений. Рассмотрены два основных подхода к сжатию изображений: с потерями и без потерь. Продемонстрированы актуальные методы визуальных данных. В качестве перспективного алгоритма сжатия изображений выделен современный стандарт JPEG XS, схема которого представлена на рисунке 1.

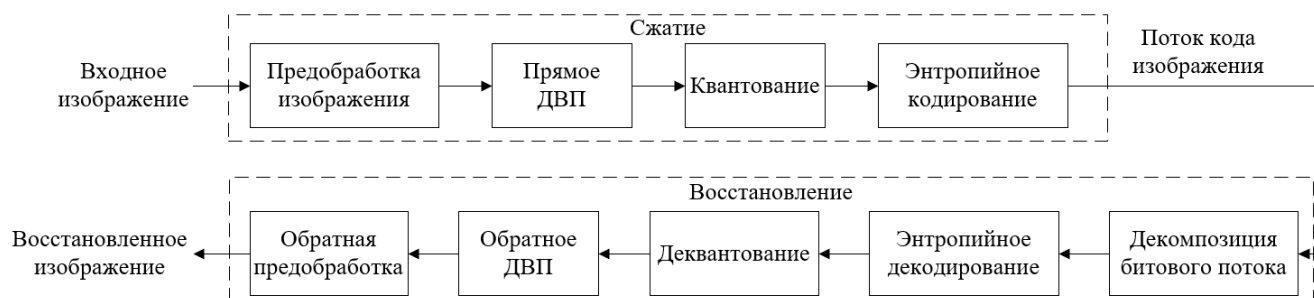


Рисунок 1 – Схема сжатия и восстановления изображений в формате JPEG XS

Проведен глубокий обзор способов повышения скорости сжатия и восстановления изображений при обработке изображений согласно схеме, представленной на рисунке 1. Основными способами повышения скорости сжатия и восстановления изображений являются использование приближенных вычислений, организация параллельных вычислений в системе остаточных классов, использование специализированных высокоскоростных конструкций сумматоров и умножителей, групповая обработка пикселей на основе матричных вычислений по МВ.

Сформулирована математическая постановка общей научной задачи, заключающаяся в повышении скорости вейвлетного сжатия и восстановления изображений, которая принимает вид:

$$\begin{cases} T_C(I_{e,b,\{w,h\}}) = T_P(I_{e,b,\{w,h\}}) + T_{fDWT}(I_{e,b,\{w,h\}}, r, m, d) + T_Q \\ \quad + T_{EC} \rightarrow \min; \\ T_R(I_{e,b,\{w,h\}}) = T_{iEC} + T_{iQ} + T_{iDWT}(\tilde{I}_{LD}(e,b,\{\frac{w}{2},h\}), \tilde{I}_{HD}(e,b,\{\frac{w}{2},h\}), r, m) \\ \quad + T_{iP}(I_{e,b,\{w,h\}}) \rightarrow \min, \end{cases} \quad (2)$$

где T_C – время на выполнение сжатия изображения по стандарту JPEG XS, $I_{e,b,\{w,h\}}$ – исходное изображение с количеством цветовых каналов изображения e , с количеством бит яркости изображения на 1 цветовой канал b , с шириной и высотой изображения w, h ; T_P – время на выполнение предобработки изображения; T_{fDWT} – время на выполнение прямого ДВП; T_Q – время на выполнение квантования; T_{EC} – время на выполнение энтропийного кодирования; T_R – время на выполнение восстановления изображения по стандарту JPEG XS; T_{iEC} – время на выполнение обратного энтропийного кодирования; T_{iDWT} – время на выполнение обратного ДВП; T_{iQ} – время на выполнение обратного квантования; T_{iP} – время на выполнение обратной предобработки изображения.

Для оценки качества обработанных изображений после выполнения сжатия или восстановления используется метрика пиковое отношение сигнала к шуму (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR). Изображение считается обработанным в высоком качестве, если значение PSNR по сравнению с исходным изображением равно или превосходит 40 дБ. Для достижения высокого качества сжатия изображения математическая постановка задачи применяется при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} T_C(\tilde{I}) = T_P(I_{e,b,\{w,h\}}) + T_{fDWT}(I_{e,b,\{w,h\}}, r, m, d) + T_Q + T_{EC} \rightarrow \min; \\ \{\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}\} = fDWT(I_{e,b,\{w,h\}}, r, m, d); \\ e = 3; b = 8; \{w, h\} = \{7680, 4320\}; \\ r = 4; d = 2; 2 \leq m \leq 5; \\ PSNR(\tilde{I}_{LD}, I_{LD}) \geq 40 \text{ дБ}; PSNR(\tilde{I}_{HD}, I_{HD}) \geq 40 \text{ дБ}, \end{cases} \quad (3)$$

где \tilde{I} – сжатое изображение; $\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}$ – сжатые низкочастотное и высокочастотное изображения; $fDWT$ – прямое ДВП; r – порядок используемых вейвлет-фильтров; m – размер фрагмента обработки изображения; d – шаг децимации. Размер изображения обусловлен высоким размером изображения 8К по стандарту **UHD-2** (Ultra High Definition 2). Международный союз электросвязи приняли стандарт **ITU-R BT.2020** для телевидения сверхвысокой чёткости 8К. Структура моделей сжатия и восстановления изображений с использованием ДВП с вычислениями по МВ для стандарта JPEG XS разработана в соответствии с международным стандартом **ISO/IEC 21122**.

Для достижения высокого качества восстановления изображения математическая постановка задачи применяется при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} T_R(\bar{I}) = T_{iEC} + T_{iQ} + T_{iDWT}(\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}, r, m) + T_{iP}(\bar{I}) \rightarrow \min; \\ \bar{I} = iDWT(\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}, r, m); e = 3; b = 8; \\ \{w, h\} = \{7680, 4320\}; r = 4; 2 \leq m \leq 5; \\ PSNR(\bar{I}, I) \geq 40 \text{ дБ}, \end{cases} \quad (4)$$

где \bar{I} – восстановленное изображение; $iDWT$ – обратное ДВП.

Вторая глава диссертационного исследования посвящена разработке математической модели сжатия и восстановления изображений на основе ДВП с вычислениями по МВ. Постановка первой частой научной задачи заключается в разработке математических моделей сжатия и восстановления изображений на основе ДВП с вычислениями по МВ. Большую часть времени выполнения сжатия и восстановления изображений занимает реализация прямого и обратного ДВП. Чем больше разрешение изображения и количество уровней разложения, тем больше времени будет занимать выполнение ДВП. Увеличение производительности данного этапа критически важно для ускорения сжатия и восстановления изображений. Разрабатываемая математическая модель сжатия изображений должна удовлетворять следующим ограничениям:

$$\begin{cases} K(I) = \Lambda \left(\Theta \left(\Psi \left(Z(I_{e,b,\{w,h\}}) \right) \right) \right); \\ \tilde{I}_{e,b,\{w,h\}} = Z(I_{e,b,\{w,h\}}); \\ fDWT(\tilde{I}_{e,b,\{w,h\}}, r, m, d) = \Psi(I_{e,b,\{w,h\}}, r, m, d); \\ \Psi(I_{e,b,\{w,h\}}) = \left\{ \tilde{I}_{LD}(e,b,\{\frac{w}{2},h\}), \tilde{I}_{HD}(e,b,\{\frac{w}{2},h\}) \right\}; \\ e = 3; b = 8; \{w, h\} = \{7680, 4320\}; \\ r = 4; 2 \leq m \leq 5; d = 2, \end{cases} \quad (5)$$

где K – оператор сжатия изображения; Λ – оператор энтропийного кодирования; Θ – оператор квантования; Ψ – оператор прямого вейвлет-преобразования изображения; Z – оператор предобработки изображения.

Разрабатываемая математическая модель восстановления изображений должна удовлетворять следующим ограничениям:

$$\begin{cases} P(I_{compr}) = \Upsilon \left(\Omega \left(M \left(\Xi(I_{compr}) \right) \right) \right); \\ \{\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}\} = M \left(\Xi(I_{compr}) \right); \\ iDWT(\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}, r, m) = \Omega(\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}, r, m); \\ \Omega(\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}, r, m) = \tilde{I}_{e,b,\{w,h\}}; \\ e = 3; b = 8; \{w, h\} = \{7680, 4320\}; \\ r = 4; 2 \leq m \leq 5, \end{cases} \quad (6)$$

где P – оператор восстановления изображения; I_{compr} – сжатое изображение; Υ – оператор обратной предобработки изображения; Ω – оператор обратного вейвлет-преобразования изображения; M – оператор обратного квантования; Ξ – оператор

обратного энтропийного кодирования. Одномерная вейвлет-фильтрация по МВ выполняется по следующей формуле:

$$\tilde{I} = A^T((GK) \odot (B^T I)), \quad (7)$$

где \tilde{I} – фрагмент обработанного изображения; A^T , G и B^T – матрицы преобразований; K – вейвлет-фильтр; \odot – оператор поэлементного умножения матриц; I – фрагмент исходного изображения. Произведение GK рассчитывается заранее с соответствующими анализирующим вейвлет-фильтром. Значения матриц преобразования A^T и B^T зависят от количества фрагментов изображения и порядка фильтров. Значения коэффициентов матриц преобразований влияют на выбор полиномиальных точек Лагранжа для составления матрицы Вандермонда. Размеры матриц преобразования A^T , G и B^T зависят от размера матрицы Вандермонда, порядка вейвлет-фильтра фрагментов, на которые делится исходное изображение. Матрица преобразования A^T имеет размер $m \times n$, матрица G – $n \times r$, а матрица B^T – $n \times n$. МВ для обработки одномерных данных обозначается как $F(m, r)$, где m обозначает размер обрабатываемых фрагментов изображения, r – порядок используемого вейвлета, либо как $F(m, r, d)$, где d – степень снижения частоты дискретизации.

В отличие от операции свертки МВ позволяет вычислять фрагменты, состоящие из 2 и более пикселей. На рисунке 2 представлена схема вычисления обработанных пикселей по МВ. При выполнении прямого ДВП с вычислениями по МВ разделяется на нечетные I_a и четные I_b пиксели. Обработка разделенных изображений выполняется параллельно. Произведение GK является константой, так как матрица преобразования G вычисляется перед выполнением ДВП, а вейвлет-фильтр K заранее известен. Результатом выполнения ДВП с вычислениями по МВ являются низкочастотное и высокочастотное изображения. Схема выполнения прямого ДВП с вычислениями по МВ представлена на рисунке 3.

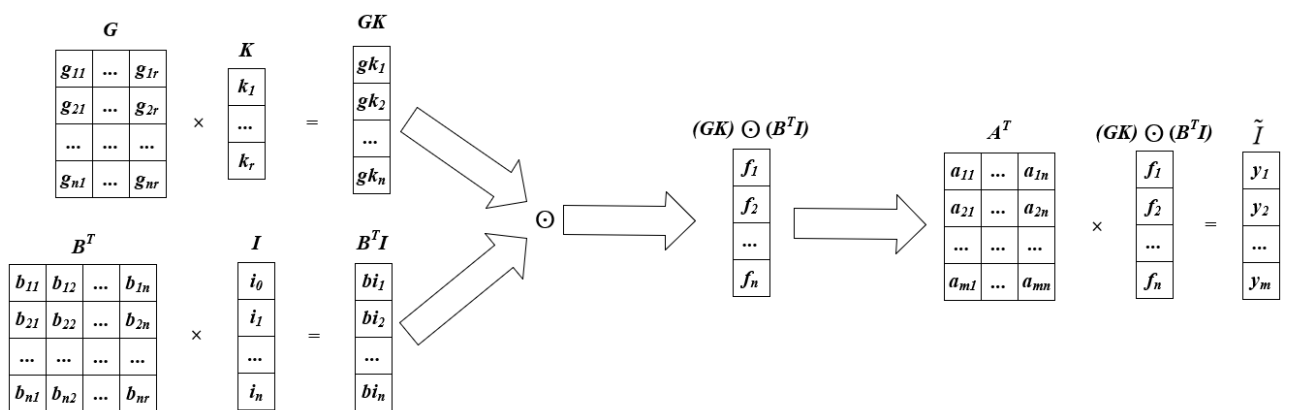


Рисунок 2 – Схематическое описание работы МВ для выполнения ДВП

Перед выполнением обратного ДВП по МВ производится повышение дискретизации изображения, при котором разрешение изображений увеличивается в 2 раза. Далее, выполняются произведение на матрицы B_R^T , поэлементное умножение на GK_{LR} и GK_{HR} и на A_R^T параллельно по низкочастотному и высокочастотному изображению. Заключительным расчетным этапом для

получения восстановленного изображения \tilde{I} является сложение соответствующих пикселей из низкочастотных и высокочастотных изображений. Схема выполнения обратного ДВП с вычислениями по МВ представлена на рисунке 4.

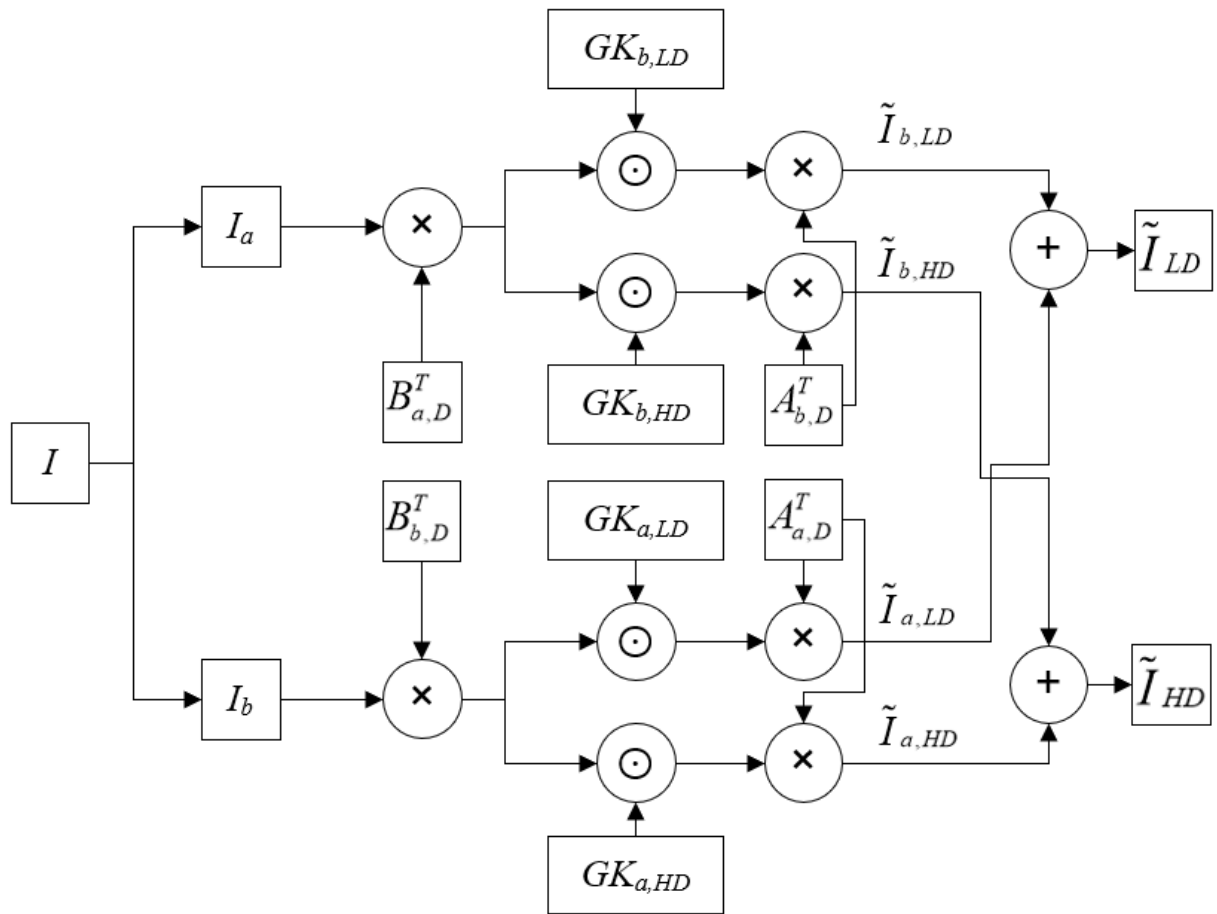


Рисунок 3 – Схема выполнения прямого ДВП изображения МВ

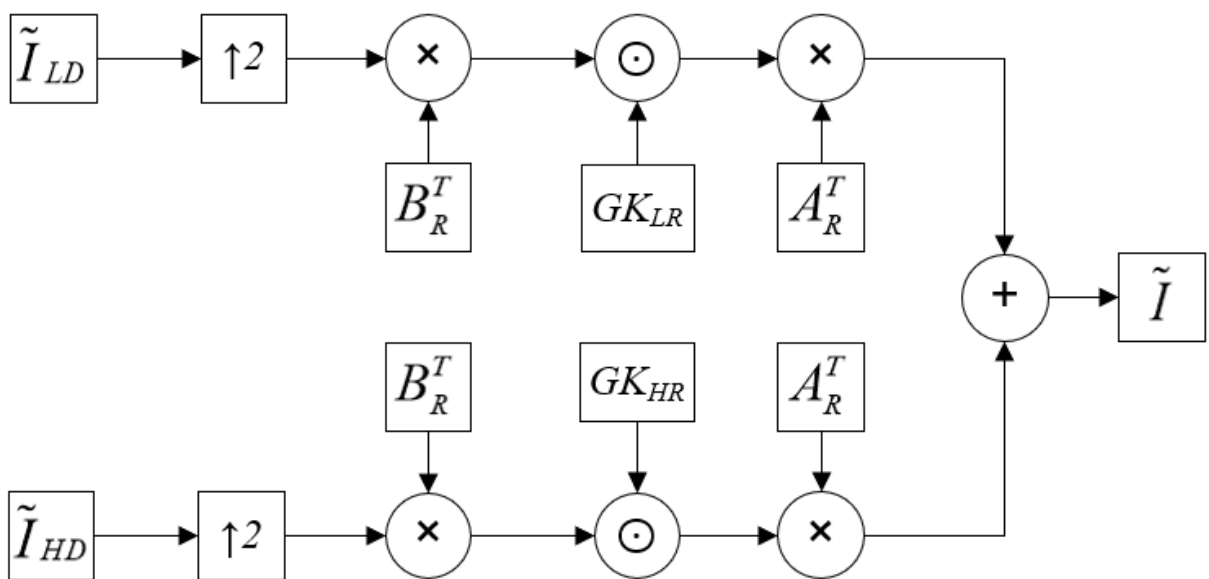


Рисунок 4 – Схема выполнения обратного ДВП изображения с вычислениями по МВ

С учетом разработанной архитектуры и метода выполнения прямого ДВП на рисунке 3 получаем математическую модель сжатия изображений на основе матричных вычислений по МВ, которая представляется в виде следующей системы:

$$\begin{cases} K(I) = \Lambda(\Theta(\Psi(Z(I_{e,b,\{w,h\}}))); \\ \tilde{I}_{e,b,\{w,h\}} = Z(I_{e,b,\{w,h\}}); \Psi(\tilde{I}_{e,b,\{w,h\}}) = \{\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}\}; \\ \tilde{I}_{LD} = conv(\tilde{I}_{e,b,\{w,h\}}, K_{LD}, F(m, r, d)); \\ \tilde{I}_{HD} = conv(\tilde{I}_{e,b,\{w,h\}}, K_{HD}, F(m, r, d)); \\ F(m, r, d) = k_2 \cdot F\left(\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor, k_1 + 1\right) + (d - k_2) \cdot F\left(\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor, k_1\right), \end{cases} \quad (8)$$

где $conv(a, b, c)$ – операция свертки изображения a и вейвлет-фильтра b с использованием операции c .

С учетом разработанной архитектуры обратного ДВП на рисунке 4 получаем математическую модель восстановления изображений на основе матричных вычислений по МВ, представленная в виде системы:

$$\begin{cases} P(\bar{I}) = \Upsilon\left(\Omega\left(M\left(\Xi(\bar{I})\right)\right)\right); \\ \bar{I} = M\left(\Xi(\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD})\right); \Omega(\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}) = \bar{I}_{e,b,\{w,h\}}; \\ \bar{I} = conv(\tilde{I}_{LD}, K_{LR}, F(m, r)) + conv(\tilde{I}_{HD}, K_{HR}, F(m, r)); \\ F(m, r) = F\left(\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor\right) + F\left(\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor\right); 2 \leq m \leq 5; r = 4. \end{cases} \quad (9)$$

Третья глава диссертационного исследования посвящена разработке численного метода составления матриц МВ в задачах сжатия и восстановления изображений.

Разрабатываемый численный метод составления матриц МВ для сжатия изображений должен удовлетворять следующим ограничениям:

$$\begin{cases} \Psi(I_{e,b,\{w,h\}}) = \{\tilde{I}_{LD}, \tilde{I}_{HD}\}; \\ \tilde{I}_{LD} = A_{\{m,n\}}^T (G_{\{n,r\}} K_{LD,\{r,1\}}) \odot (B_{\{n,n\}}^T I); \\ \tilde{I}_{HD} = A_{\{m,n\}}^T (G_{\{n,r\}} K_{HD,\{r,1\}}) \odot (B_{\{n,n\}}^T I); \\ 2 \leq m \leq 5; r = 4; n = m + r - 1 = \dim(L) + 1; \\ s_i = \{0, 1, -1, 2, -2, 4, -4, \dots, 2^p, -2^p, 2^{p+1}, -2^{p+1}, \dots\}; \\ i = \overline{1, n}; L_n(s) = \prod_{j=0}^n \frac{s-s_j}{s_i-s_j}, \end{cases} \quad (10)$$

где s_i – точки многочлена Лагранжа; $\dim(L)$ – размерность многочлена Лагранжа; $L_n(s)$ – полиномы многочлена Лагранжа.

В диссертационном исследовании выбраны наборы точек для построения многочлена Лагранжа, которые являются значениями степеней двойки. Составленные матрицы преобразования МВ по данным точкам позволят выполнять вычисления с меньшими аппаратными расходами и высокой скоростью при реализации на вычислительных устройствах.

Разрабатываемый численный метод составления матриц МВ для восстановления изображений должен удовлетворять следующим ограничениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega(I_{LD}, I_{HD}) = \bar{I}; \\ \bar{I} = (A_{\{m,n\}}^T (G_{\{n,r\}} K_{LR,\{r,1\}}) \odot (B_{\{n,n\}}^T I_{LD})) + \\ \quad + (A_{\{m,n\}}^T (G_{\{n,r\}} K_{HR,\{r,1\}}) \odot (B_{\{n,n\}}^T I_{HD})); \\ 2 \leq m \leq 5; r = 4; n = m + r - 1 = \dim(L) + 1; \\ s_i \in \{0, 1, -1, 2, -2, 4, -4, \dots, 2^p, -2^p, 2^{p+1}, -2^{p+1}, \dots\}; \\ i = \overline{1, n}; L_n(s) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{s-s_j}{s_i-s_j}. \end{array} \right. \quad (11)$$

Составления матриц преобразований по МВ для выполнения ДВП начинаются с определением точек Лагранжа, размера фильтра и число пикселей для обработки фрагмента изображения. На основе этих параметров определяется размер и составляется матрица Вандермонда V . Транспонированная матрица V^T позволяет вычислить матрицу преобразования A^T . После составления обратной матрицы V^{-T} составляются остальные матрицы G и B^T . Далее, выполняется ДВП по МВ. В диссертационном исследовании представлены алгоритмы составления матриц преобразований A^T , G и B^T . Разработанный численный метод составления матриц преобразования МВ представлены на рисунке 5. Отличием использования данного метода при выполнении сжатия изображения от восстановления является входной блок изображения, где при сжатии используется исходное изображение, а при восстановлении – сжатые изображения.



Рисунок 5 – Численный метод составления матриц преобразования МВ

В таблице 1 представлено определение количества арифметических операций сложения и умножения при выборе параметров. Из данной таблицы можно сделать вывод о том, что при увеличении размера обрабатываемого фрагмента изображения с вычислениями по МВ число операций умножения на 1 обработанный пиксель сокращается, но при этом увеличивается количество операций сложения. Выполнение прямого ДВП по МВ с децимацией позволяет задействовать меньше арифметических операций, чем при выполнении обратного ДВП.

Таблица 1 – Определение количества операций сложения и умножения для обработки изображения методом свертки, схемой лифтинга и МВ $F(m, r)$ или $F(m, r, d)$

Метод	Размер фрагмента пикселей	Число операций за обработку фрагмента		Число операций на 1 обработанный пиксель	
		Умножения	Сложения	Умножения	Сложения
Свертка	1	8	6	8,00	6,00
Схема лифтинга	1	3	6	3,00	6,00
$F(2,4)$	2	10	36	5,00	18,00
$F(3,4)$	3	12	58	4,00	19,66
$F(4,4)$	4	14	118	3,50	29,50
$F(5,4)$	5	16	166	3,20	33,20
$F(2,4,2)$	2	6	8	3,00	4,00
$F(3,4,2)$	3	8	18	2,67	6,00
$F(4,4,2)$	4	10	42	2,50	10,50
$F(5,4,2)$	5	12	70	2,40	14,00

В четвертой главе диссертационного исследования представлена реализация программного комплекса моделирования сжатия и восстановления изображений на основе ДВП с вычислениями по МВ. На основе разработанных математических моделей прямого и обратного ДВП с вычислениями по МВ и численного метода составления матриц преобразований МВ разработаны программные комплексы для реализации сжатия и восстановления изображений, представленные на рисунках ба и бб, соответственно.

В качестве примера моделирования ДВП для сжатия и восстановления использовались изображения в открытом доступе сети Интернет, имеющие формат до 8К. Пример изображения формата 8К представлен на рисунке 7. Для выполнения прямого и обратного ДВП в задачах сжатия и восстановления изображения, соответственно, определены разрядности с применением программного моделирования, при которых достигается высокое качество изображений. На основании данных, представленных в таблице 2, можно сделать вывод, что чем больше выбирается размер фрагмента изображения, тем больше необходимо использовать бит для получения высококачественных изображений. Так, для фрагмента изображения из 2 пикселей необходимо использовать 3 бита для дробной части, для фрагмента 3 и 4 пикселей нужно 7 бит для вычислений дробной части, а для фрагмента из 5 пикселей – 12 бит. Результаты моделирования выполнения прямого и обратного ДВП представлены на рисунках 8-9.

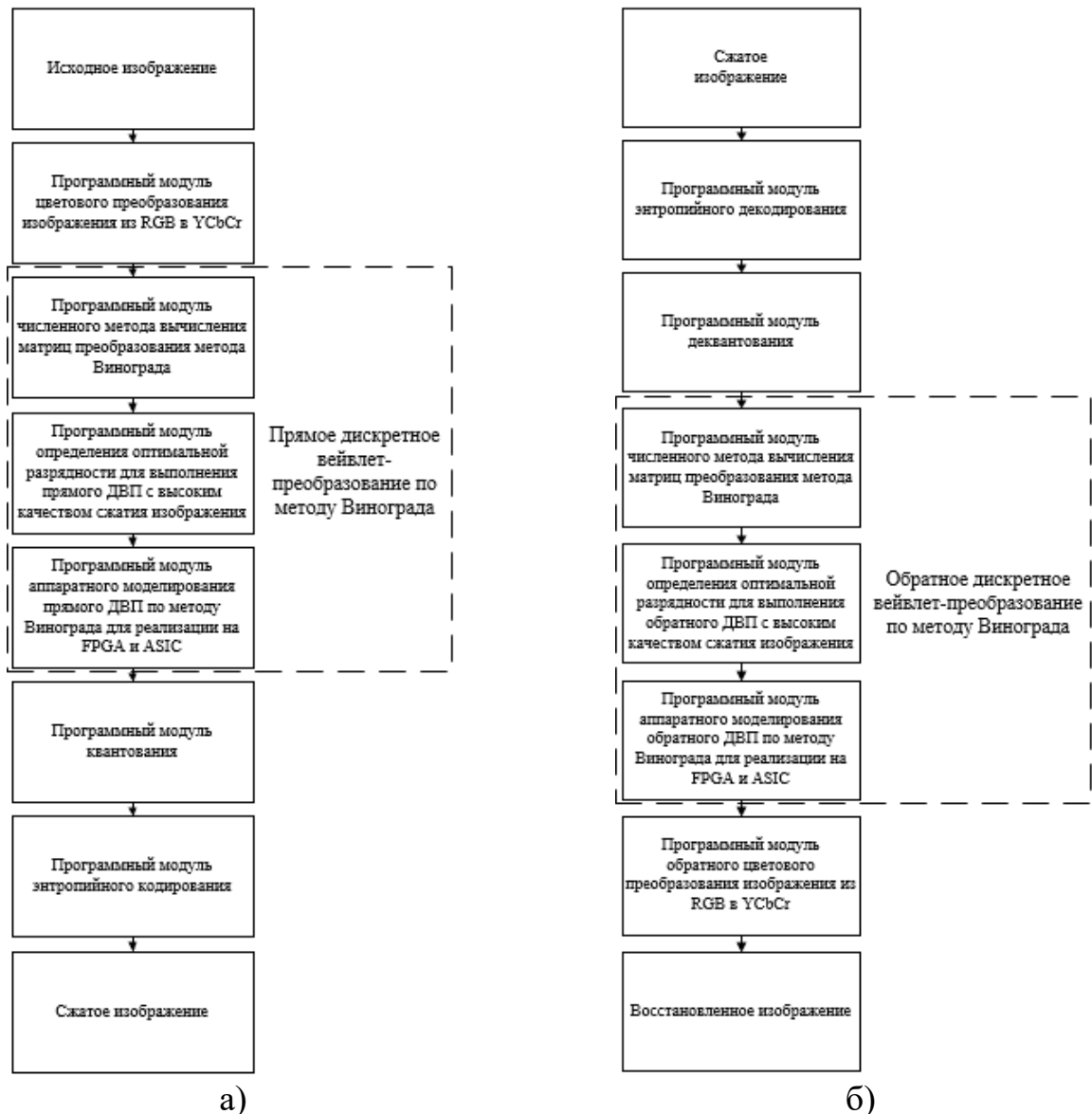


Рисунок 6 – Структуры программных комплексов для сжатия (а) и восстановления (б) изображений по формату JPEG XS на основе ДВП с вычислениями по МВ



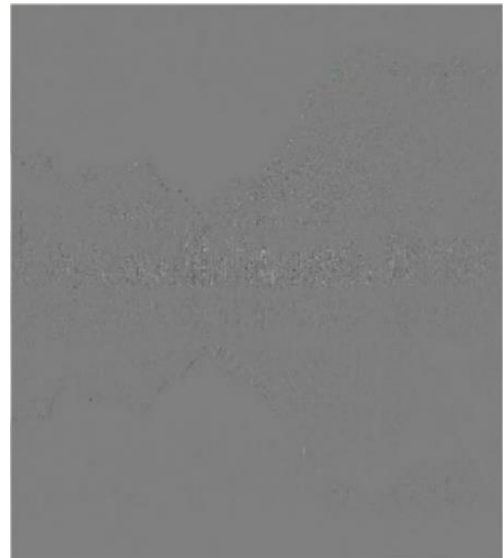
Рисунок 7 – Пример изображения формата 8K для выполнения моделирования

Таблица 2 – Результаты моделирования определения разрядностей для получения высококачественных изображений при выполнении ДВП с вычислениями по МВ

Размер фрагмента изображения	Биты для дробной части двоичного числа	<i>PSNR</i> , дБ
2	2	37,0871
	3	46,6113
3	4	25,1008
	5	31,1231
	6	37,1138
	7	43,0627
4	3	7,3319
	4	23,8625
	5	24,6229
	6	25,0959
	7	42,7271
5	6	12,3971
	7	14,7865
	8	21,8067
	9	24,3237
	10	27,6388
	11	35,2019
	12	40,1445



а)



б)

Рисунок 8 – Обработанные изображения с использованием прямого ДВП с вычислениями по МВ: а) низкочастотное изображение с вычислениями фрагментов из 5 пикселей и 7 битами для дробной части ($PSNR = 48,3600$ дБ), б) высокочастотное изображение в оттенках серого с вычислениями фрагментов из 5 пикселей и 7 битами для дробной части ($PSNR = 53,2195$ дБ).



а)



б)

Рисунок 9 – Восстановленные изображения после обратного ДВП по МВ: а) использование метода $F(5,4)$ и 8 бит для дробной части ($PSNR = 21,8067$ дБ), б) использование метода $F(5,4)$ и 12 бит для дробной части ($PSNR = 40,1445$ дБ).

Аппаратное моделирование прямого и обратного ДВП изображений с использованием дополнительных разрядностей из таблицы 1 проведено в аппаратной среде OpenLane. Большинство параметров выполнения аппаратного моделирования прямого и обратного ДВП выбраны по умолчанию за исключением некоторых изменений, представленных в таблице 3. Прямое и обратное ДВП по МВ выполнялось с использованием нескольких вариантов размера фрагмента обрабатываемых изображений ($m = 2, 3, 4, 5$) и с минимальной разрядностью квантованных коэффициентов вейвлет-фильтров, представленных в таблице 2. Для анализа скорости выполнения ДВП изображений использована характеристика производительности, которая определяет количество обработанных пикселей за единицу времени. Результаты аппаратного моделирования представлены в таблицах 4 и 5.

Таблица 3 – Измененные параметры аппаратного моделирования выполнения прямого и обратного ДВП

Параметры	Значение
CLOCK_TREE_SYNTH	False
CLOCK_PORT	Null
PL_TARGET_DENSITY	0.6
FP_CORE_UTIL	20

Таблица 4 – Результаты аппаратного моделирования прямого ДВП известных и разработанных методов

Параметр	Известные методы		Режимы вычислений в разработанном методе			
	Свертка	Лифтинговая схема	$F(2,4,2)$	$F(3,4,2)$	$F(4,4,2)$	$F(5,4,2)$
Площадь, мкм ²	3475	2268	8696	17252	50979	126156
Задержка, нс	7,27	6,30	8,54	9,04	13,21	16,01
Производительность, Мпиксель/с	137,552	158,730	234,192	331,858	302,801	312,305
Мощность, мВт	0,655	0,363	2,850	7,030	155,000	1180,000

Таблица 5 – Результаты аппаратного моделирования обратного ДВП известных и разработанных методов

Параметр	Известные методы		Режимы вычислений в разработанном методе			
	Свертка	Лифтинговая схема	$F(2,4)$	$F(3,4)$	$F(4,4)$	$F(5,4)$
Площадь, мкм ²	6115	3120	9996	33425	45661	178575
Задержка, нс	8,07	7,40	8,37	11,87	12,11	17,02
Производительность, Мпиксель/с	123,916	135,135	238,949	252,738	330,306	293,772
Мощность, мВт	1,250	0,485	3,150	47,300	60,600	1180,000

Результаты аппаратного моделирования прямого ДВП показали, что за одну итерацию предложенного метода с вычислениями по МВ значительно увеличиваются аппаратные затраты, задержка и энергопотребление при увеличении размера фрагмента обработанных пикселей. При этом, производительность МВ значительно улучшается с 47,54% до 109,07% за счет групповой обработки пикселей. Результаты аппаратного моделирования обратного ДВП показали, что вычисления по МВ одной итерации также увеличивает аппаратные затраты, задержку и энергопотребление в зависимости от количества обработанных пикселей. Производительность при этом улучшается с 76,82% до 144,43% по сравнению с другими методами ДВП.

Для эффективного применения разработанных моделей сжатия и восстановления цифровых изображений на основе прямого и обратного ДВП с вычислениями по МВ сформулированы практические рекомендации, представленные на рисунке 10.

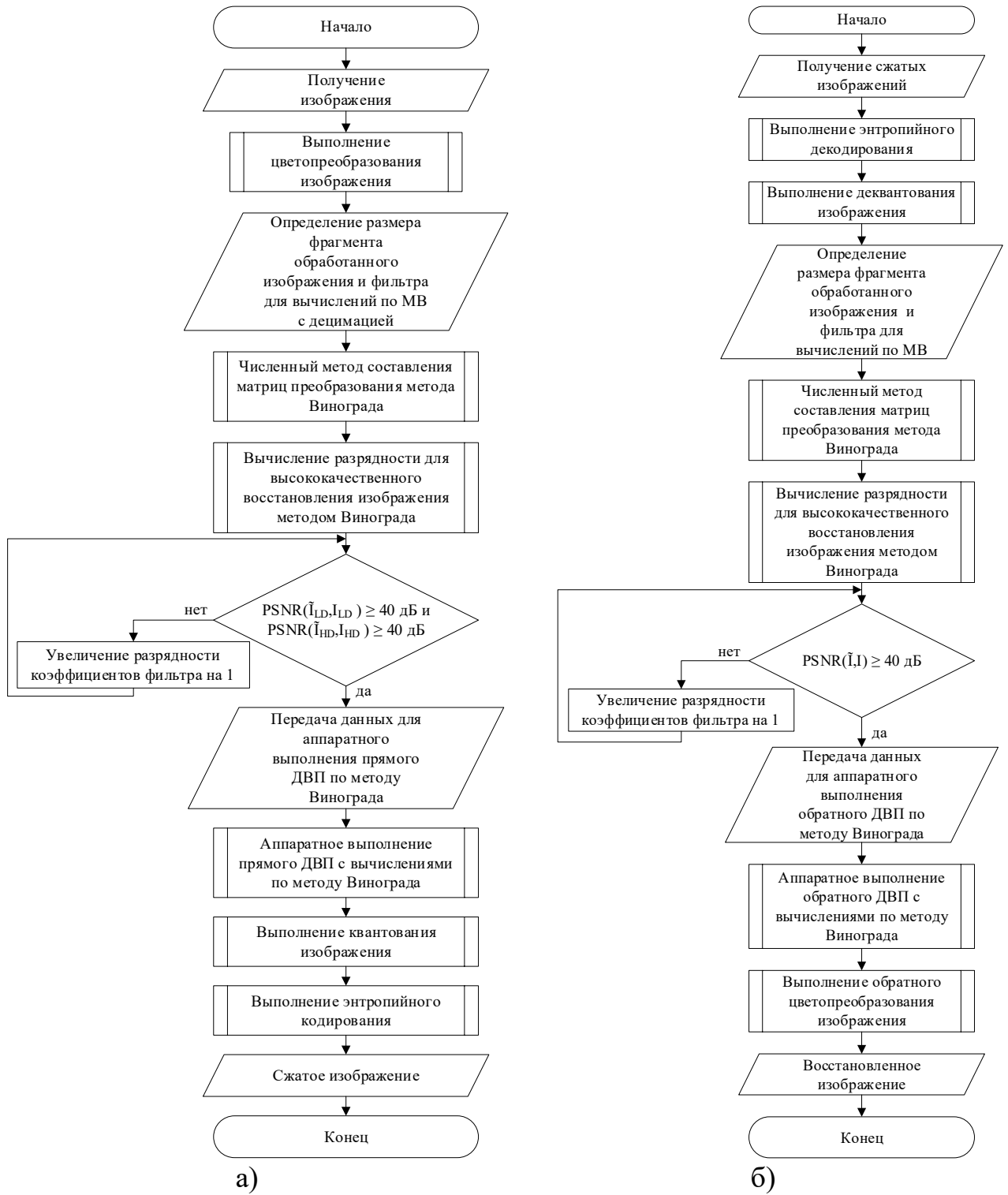


Рисунок 10 – Блок-схемы практических рекомендаций для сжатия (а) и восстановления (б) цифровых изображений дискретным вейвлет-преобразованием с вычислениями по МВ

Основные результаты и выводы по работе

В рамках проведенного диссертационного исследования реализовано прямое и обратное ДВП на основе матричных вычислений по МВ. Достигнуто увеличение производительности обработки изображений за счет использования МВ в вычислениях при сжатии и восстановлении изображений. Далее перечислены научные и экспериментальные результаты диссертационного исследования.

1. Разработаны математические модели выполнения прямого и обратного ДВП с вычислениями по МВ для задач сжатия и восстановления изображений. Разработанные модели позволяют выполнять ДВП с использованием вычислений МВ и получать фрагменты изображения, состоящие из 2 и более пикселей за 1 итерацию.

2. Разработан численный метод составления матриц преобразования при организации прямого и обратного ДВП по МВ, значения и размеры которых зависят от размера обрабатываемого фрагмента изображения, размера фильтра и значений точек интерполяционного многочлена Лагранжа. На основе различных параметров МВ рассчитано количество используемых операций умножения и сложения на основе значений составленных матриц преобразований. Увеличение размера обрабатываемого фрагмента изображения позволяет сократить количество вычислительно сложных операций умножения за счет увеличения операций сложения на 1 пиксель.

3. Разработан комплекс программ для реализации сжатия и восстановления изображений с вычислением прямого и обратного ДВП по МВ. Результаты программно-аппаратного моделирования показали, что МВ позволяет повысить скорость вычислений на 109,07% для выполнения прямого ДВП и на 144,43% для выполнения обратного ДВП изображений по сравнению с известными методами. Наибольшая скорость обработки изображений достигается при использовании МВ $F(3,4,2)$ для выполнения прямого ДВП и $F(4,4)$ – для обратного ДВП.

Производительность разработанного метода сжатия и восстановления изображений составляет 331 Мпикселей/с при выполнении прямого ДВП и 330 Мпикселей/с при выполнении обратного ДВП. Таким образом, практическая потребность по производительности вычислений в 797 Мпикселей/с не удовлетворяется. При этом цель диссертационного исследования по повышению скорости сжатия и восстановления изображений в методах, основанных на ДВП, является достигнутой. Разработанный метод может быть обобщен на более мощном оборудовании для выполнения сжатия и восстановления изображений и видео формата 8К с частотой 24 кадра в секунду.

Применение разработанных моделей сжатия и восстановления изображений с вычислениями по МВ позволяет повысить скорость выполнения прямого и обратного ДВП, на которую приходится большая часть временных затрат. Разработанные модели, метод и программный комплекс могут быть применены в дополненной и виртуальной реальности, живом производстве, вещании по IP, телемедицине, телевещании, мобильных устройствах, автономных автомобилях, в дронах с разрешением изображений до 8К включительно.

Основные публикации по теме диссертации

Статьи в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Министерстве науки и высшего образования РФ

1. **Бергерман, М. В.** Анализ влияния точности представления данных на качество вейвлет-обработки изображений с вычислениями по методу Винограда / М. В. Бергерман // Инженерный вестник Дона. – 2025. – № 3. – С. 300-312. – 0,81п.л./ авт.вклад 0,81п.л. (**K2**).

2. **Бергерман, М. В.** Анализ влияния точности обратного дискретного вейвлет-преобразования изображений методом Винограда для формата JPEG XS / М. В. Бергерман // Инженерный вестник Дона. – 2025. – № 4. – С. 225-236. – 0,75п.л./ авт.вклад 0,75п.л. (**K2**).

Статьи в рецензируемых научных журналах, внесенных в библиографические и реферативные базы данных Scopus и Web of Science

3. Nagornov, N. N. Modern Trends in Improving the Technical Characteristics of Devices and Systems for Digital Image Processing / N. N. Nagornov, P. A. Lyakhov, **M. V. Bergerman**, D. I. Kalita // IEEE Access. – 2024. – Vol. 12. – P. 44659-44681. – 1,44п.л./ авт.вклад 0,36п.л. (**Q1 Scopus**).

4. Lyakhov, P. High-Speed Wavelet Image Processing Using the Winograd Method with Downsampling / P. Lyakhov, N. Semyonova, N. Nagornov, **M. Bergerman**, A. Abdulsalyamova // Mathematics. – 2023. – Vol. 11, No. 22. – P. 4644. – 0,63п.л./ авт.вклад 0,13п.л. (**Q1 Web of Science**).

5. Nagornov, N. N. RNS-Based FPGA Accelerators for High-Quality 3D Medical Image Wavelet Processing Using Scaled Filter Coefficients / N. N. Nagornov, P. A. Lyakhov, M. V. Valueva, **M. V. Bergerman** // IEEE Access. – 2022. – Vol. 10. – P. 19215-19231. – 1,06п.л./ авт.вклад 0,26п.л. (**Q1 Scopus**).

В прочих рецензируемых изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus

6. Lyakhov, P. Comparison of Approaches to the Circuits Design for DWT with CDF 9/7 Wavelet / P. Lyakhov, N. Nagornov, **M. Bergerman** // Lecture Notes in Networks and Systems. – 2022. – Vol. 424. – P. 1-9. – 0,56п.л./ авт.вклад 0,18п.л.

7. Nagornov, N. N. Comparative Analysis of Various Methods to Circuit Design for DWT with CDF 9/7 Wavelet / N. N. Nagornov, **M. V. Bergerman**, D. V. Minenkov, D. I. Kaplun // 2022 11th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO), Budva, Montenegro, 2022. – P. 1-4. – 0,25п.л./ авт.вклад 0,06п.л.

8. Abdulsalyamova, A. S. Comparative Analysis of Computational Complexity of Fast Matrix Multiplication Algorithms / A. S. Abdulsalyamova, D. I. Kalita, P. A. Lyakhov, N. N. Nagornov, **M. V. Bergerman** // 2023 International Conference on Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies

(IT&QM&IS), Petrozavodsk, Russian Federation. – 2023. – P. 101-103. – 0,19п.л./ авт.вклад 0,05п.л.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025615105 Российская Федерация. Среда моделирования матриц преобразования метода Винограда для цифровой фильтрации одномерных и многомерных сигналов: заявл. 26.02.2025; опубл. 28.02.2025 / А. Ш. Абдулсалямова, П. А. Ляхов, Н. Н. Нагорнов, **М. В. Бергерман** [и др.]; заявитель ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет».

10. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025615779 Российская Федерация. Среда моделирования матриц преобразования метода Винограда для цифровой фильтрации одномерных и многомерных сигналов в системе остаточных классов: заявл. 26.02.2025; опубл. 07.03.2025 / А. Ш. Абдулсалямова, П. А. Ляхов, Н. Н. Нагорнов, **М. В. Бергерман** [и др.]; заявитель ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет».

11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020612961 Российская Федерация. Среда аппаратного моделирования дискретного вейвлет-преобразования с квантованными коэффициентами для обработки медицинских изображений: № 2020611741: заявл. 25.02.2020; опубл. 06.03.2020 / Н. И. Червяков, П. А. Ляхов, М. В. Валуева, Н. Н. Нагорнов, **М. В. Бергерман** [и др.]; заявитель ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет».

12. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021619598 Российская Федерация. Среда прогнозирования аппаратной и временной сложности микроэлектронных вычислительных устройств: № 2021618478: заявл. 31.05.2021; опубл. 15.06.2021 / П. А. Ляхов, **М. В. Бергерман**; заявитель ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет».